



中国科学院科学出版基金资助出版

# 离散事件动态系统的 PN 机理论

蒋昌俊 著

科学出版社

2000

## 内 容 简 介

本书是在作者近几年学习和工作中取得的研究成果的基础上撰写而成,着重论述集系统物理结构与动态行为于一体的PN机理论及其分析方法,反映了这一领域的研究现状和主要成果。全书共分八章。第一章绪论,综述了DEDS的研究现状,论述了本工作的必要性。第二章为预备知识。第三章是PN机理论框架的建立,研究了矢量文法、PN机及其语言关系。第四章至第七章分别研究了PN语言的性质及其在系统建模和行为分析方面的应用。第八章研究了基于行为表达式的系统性能分析方法。

本书适合于大专院校、科研单位从事控制科学、计算机科学和系统科学等领域的师生和科技工作者阅读。

### 图书在版编目(CIP)数据

离散事件动态系统的PN机理论/蒋昌俊著. —北京:科学出版社,2000

ISBN 7-03-008218-4

I. 离… II. 蒋… III. 控制论-数学理论-应用-离散系统(自动化) IV. TP271

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第77222号

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2000年8月第 一 版 开本:850×1168 1/32

2000年8月第一次印刷 印张:6 5/8

印数:1—2 000 字数:170 000

**定价:15.00元**

# 前 言

离散事件动态系统(Discrete Event Dynamic System)是 20 世纪 80 年代初建立的一类具代表性的人造系统模型,对它的研究涉及到控制科学、计算机科学和系统科学,在这些交叉研究领域有着广泛的应用背景.如:信息高速通讯网、计算机集成制造系统、分布式并行处理系统等等.这类系统的一个本质特征是事件驱动状态的动态演变过程.由于系统的庞大和复杂,使其行为的规划、调度与控制的研究变得极为困难.传统的适于连续系统的控制处理方法已难以派上用场.20 年来,相继出现了自动机模型、受控 Petri 网模型和极大代数模型等等,科研人员取得了一大批创造性成果,为这一领域发展奠定了很好的基础.我国自 80 年代末兴起这方面的研究,在离散事件监控理论、建模技术和分析方法等方面取得了许多有价值的结果,并形成了庞大的研究队伍,使得这一理论成为控制科学中一个重要研究方向.

尽管国内外已出版了几本有关离散事件动态系统方面的教材或著作,但从离散并发系统的行为机理角度讨论模型及其分析的著作尚不多见.本书是在我们学习与工作体会的基础上,总结了十多年来的研究成果,着重介绍离散事件动态系统的并发模型及其行为分析理论——PN 机理论.在比较全面、系统地论述了离散事件动态系统的起源与发展过程、目前的研究现状和进一步研究的方向之后,详细地阐述了 PN 机模型的理论和分析方法.包括:PN 机模型的计算能力划分,矢量文法、PN 机及其语言的对应关系,PN 机的几种范式及其性质;PN 语言属性的判定算法,PN 语言识别的串行和并行算法;PN 机的行为表达式及其语言,行为表达式到安全 PN 机转换算法;PN 机的递阶操作及其保持性问题,系统递阶设计方法;PN 机的合成操作及其行为特征,动态不变性和行

为一致性等等问题的分析;PN 机的几种性能分析方法.我们希望通过书中大量具有实际背景的例题分析,能使读者进一步加深对理论和方法的理解.

本书适合于自动控制、计算机、系统工程、通信工程、管理、机械制造和应用数学等专业的教师、研究生和高年级本科生阅读,也可作为相关领域科技人员的参考书.

作者在求学过程中,先后得到了几位导师的指导和帮助,他们是:山东科技大学的吴哲辉教授、中国科学院自动化研究所的郑应平教授和疏松桂教授以及中国科学院计算技术研究所的李国杰院士.在此,向他们表示诚挚的谢意!

作者的研究工作先后得到国家自然科学基金、国家外专局专家合作基金、中国博士后科学基金、山东省优秀中青年科学家基金、山东省自然科学基金和山东省计划等项目的资助,本书的出版得到中国科学院科学出版基金的资助,特在此一并表示感谢.

由于时间和水平有限,书中的错误和缺点在所难免,恳请读者批评指正.

蒋昌俊

# 目 录

前言	
第一章 绪论	( 1 )
1.1 引言	( 1 )
1.2 离散事件动态系统模型	( 1 )
1.3 内容的安排	( 12 )
参考文献	( 13 )
第二章 基本知识	( 19 )
2.1 形式语言自动机理论	( 19 )
2.2 Petri 网	( 20 )
2.3 袋与袋幂集	( 26 )
参考文献	( 27 )
第三章 PN 机与矢量文法	( 28 )
3.1 矢量文法及其分类	( 28 )
3.2 正规矢量文法细分及其与经典文法的关系	( 30 )
3.3 混杂 PN 机	( 35 )
3.4 广义混杂 PN 机	( 40 )
3.5 PN 机范式及其语言关系	( 46 )
3.6 PN 语言的拟正规性	( 52 )
3.7 本章小结	( 56 )
参考文献	( 57 )
第四章 PN 语言的判型实现与识别器	( 60 )
4.1 判别 PN 语言属型的算法基础	( 60 )
4.2 判型算法描述	( 68 )
4.3 PN 语言的串行识别器算法	( 71 )
4.4 PN 语言的并行识别器算法	( 74 )

4.5	本章小结 .....	( 81 )
	参考文献 .....	( 82 )
<b>第五章</b>	<b>行为表达式与安全 PN 机 .....</b>	<b>( 84 )</b>
5.1	行为表达式 .....	( 84 )
5.2	安全 PN 机模型的构造 .....	( 87 )
5.3	行为表达式到安全 PN 机转换算法 .....	( 92 )
5.4	本章小结 .....	( 97 )
	参考文献 .....	( 98 )
<b>第六章</b>	<b>PN 机的递阶操作 .....</b>	<b>( 100 )</b>
6.1	PN 机的 HT 操作 .....	( 100 )
6.2	HT 操作的行为关系 .....	( 104 )
6.3	HT 操作的保性研究 .....	( 106 )
6.4	PN 机的 HP 操作 .....	( 111 )
6.5	HP 操作的行为关系 .....	( 117 )
6.6	HP 操作的保性研究 .....	( 119 )
6.7	基于递阶操作的系统建模方法 .....	( 122 )
6.8	应用: 机械臂抓物系统建模 .....	( 124 )
6.9	本章小结 .....	( 127 )
	参考文献 .....	( 128 )
<b>第七章</b>	<b>PN 机的合成操作 .....</b>	<b>( 129 )</b>
7.1	同步合成与共享合成 .....	( 129 )
7.2	结构性质 .....	( 131 )
7.3	基于 PN 语言的活性刻画 .....	( 133 )
7.4	活性控制 .....	( 137 )
7.5	动态不变性 .....	( 143 )
7.6	行为相关性 .....	( 151 )
7.7	本章小结 .....	( 170 )
	参考文献 .....	( 171 )
<b>第八章</b>	<b>PN 机的性能分析 .....</b>	<b>( 173 )</b>
8.1	基于可达图的分析方法 .....	( 173 )

8.2 基于矩姆函数的分析方法 .....	( 178 )
8.3 基于行为表达式的分析方法 .....	( 191 )
8.4 本章小结 .....	( 200 )
参考文献 .....	( 201 )

# 第一章 绪 论

## 1.1 引 言

随着科学技术的高速发展,人类社会进入到信息化时代,工业技术发生了根本性的变革,出现了一大批高新技术领域.具代表性的如:信息高速通讯网、计算机集成制造系统、分布式并行处理系统等等.这类系统的一个本质特征是它们的行为表现为离散的动态演变过程.由于系统的庞大和复杂,使得其行为的规划、调度和控制极为困难.传统的适于连续系统的处理方法已经难以派上用场.为此,这类系统已成为近些年来系统科学、计算机科学和控制科学中极富挑战性的研究课题.据其特征,这类系统通常被称为离散事件动态系统(DEDS),它是由国际自动控制专家哈佛大学何毓琦(Ho, Y. C.)教授于 20 世纪 80 年代初提出的.自此以后,在世界范围内掀起了一股研究 DEDS 的热潮,相继出现了自动机模型,受控 Petri 网模型和极大代数模型等等.经过十余年的努力,积累了丰富的经验,出现了一大批创造性成果,为这一领域发展奠定了理论基础.如果说前十年时间是这一领域发展的一个高潮,那么最近一段时间可以说是这一领域的一个平稳发展时期,基本没有大的突破,而只是原有基础上的改进和丰富.我们认为在量的积累的同时,应着眼于质的突破,勇于挖掘和提出更切实际的理论模型,并发展其丰富的理论,使得 DEDS 理论发展到一个更高层次.

## 1.2 离散事件动态系统模型

考察一个离散事件系统主要包括两个方面:一是定性地研究逻辑特征,二是定量计算数值指标.从而达到对系统的综合认识,

以便设计、优化和控制系统.为此,我们可以将现有的离散事件系统模型划分为定性、定量两大类.

### 1.2.1 定性模型

定性模型主要反映系统的逻辑结构和运行机制.这方面的模型主要有:

#### 1. 形式语言自动机<sup>[1,2]</sup>

形式语言自动机理论是 20 世纪 50 年代发展起来的,70 年代逐渐成熟的一门学科.起初作为计算机的一个重要分支在编译系统、模式识别等方面得到广泛应用.自 80 年代以来,它在控制科学、系统科学中也得到广泛应用.比较有影响的有:加拿大多伦多大学的 Ramadge 和 Wonham (1987) 创立的基于有限状态自动机的 DEDS 控制模型<sup>[2,3]</sup>,Mitropolis 等人发展的基于形式语言的非线性系统特征模型——实用符号动力学<sup>[83]</sup>.

在 RW 模型中,用有限状态自动机

$$G = (\Sigma, Q, \delta, q_0, Q_m)$$

表示受控系统,其中  $\Sigma$  为有限事件集合,  $Q$  为状态集合,  $\delta$  为状态的转移函数,  $q_0$  为初始状态,  $Q_m$  为识别状态集.  $\Sigma^*$  记为  $\Sigma$  上的所有有限串(包括空串  $\epsilon$ )的集合.  $\Sigma$  上的语言

$$L(G) = \{\sigma \mid \sigma \in \Sigma^* \wedge \delta(\sigma, q_0)!\}$$

和

$$L_m(G) = \{\sigma \mid \sigma \in \Sigma^* \wedge \delta(\sigma, q_0) \in Q_m\}$$

分别称为受控系统  $G$  的行为和识别行为,这里  $\delta(\sigma, q_0)!$  表示  $\delta(\sigma, q_0)$  在  $q_0$  下经过串  $\sigma$  演变后得到的状态.

在实际问题中,我们也许只需要  $G$  的一部分行为  $L$ .这样一来,就需要对  $G$  的行为  $L$  加以限制.限制的途径是通过将  $G$  的事件集  $\Sigma$  划分为两个不相交的事件集  $\Sigma_u$  和  $\Sigma_c$ ,其中  $\Sigma_u$  为不可控事件集,  $\Sigma_c$  为可控事件集.控制作用只对  $\Sigma_c$  中事件有效,而对  $\Sigma_u$  中事件无效,  $\Sigma$  的划分依赖于实际要求.控制的作用由控制模式  $\gamma$

来实现,记

$$\Gamma = \{\gamma \mid \gamma \in 2^{\Sigma} \wedge \Sigma_u \subseteq \gamma\}$$

是系统  $G$  的控制模式集合.若  $\tau \in \gamma$ ,则称  $\tau$  被允许发生,反之称为禁止发生.

设计监控器  $(S, \varphi)$ ,其中

$$S = (\Sigma, X, \xi, x_0, X_m)$$

是一自动机,  $\varphi: X \rightarrow \gamma$  是一状态反馈映射,  $S$  通过观测  $G$  的历史信息,并有选择地记忆在它的状态中,根据其状态变化不断切换控制模式,从而使  $G$  的运行行为限制在目标语言  $L_a$  之内.由  $S$  和  $G$  构成的同步系统  $S/G$  则被称作闭环系统.  $S/G$  对应的闭环行为和闭环识别行为分别记作  $L(S/G)$  和  $L_m(S/G)$ .为此,要解决的基本问题是:对给定的目标语言  $L_a \subseteq L(G)$ ,设计控制器  $S$ ,使得闭环系统的行为  $L(S/G) \subseteq L_a$ ,且  $L(S/G)$  尽可能地大. Ramadge 和 Wonham 对此获得一条基本定理<sup>[2]</sup>:  $L(S/G) = L_a$  的充要条件是  $L_a$  闭可控.其中可控语言是一个基本而重要的概念<sup>[2]</sup>,它刻画了这样的事实:  $G$  在  $L$  的任一事件轨迹上发生任一不可控事件后仍处在  $L$  的轨迹上.

RW 的工作奠定了基于有限状态自动机的 DEDS 监控理论的基础,吸引了一大批研究工作者.人们从正规语言的极大可控子语言的唯一存在性及其计算<sup>[4]</sup>、部分信息监控<sup>[5,6]</sup>、分散递阶监控<sup>[7]</sup>、状态反馈控制<sup>[8]</sup>、实时控制<sup>[9]</sup>等诸多方面展开了深入广泛的研究,极大地丰富了这一理论体系.同时,也出现了一批应用研究的成果.文献[10]应用这一理论于数据库管理系统中用户事务的并发执行问题,文献[11]将分散监控方法用于控制通讯网络数据传输过程,文献[12]应用监控理论解决半导体集成电路制造车间速热多处理器的控制问题,文献[13]将该理论用于处理车间的管理问题.这些工作在不同程度上取得了较好的效果.

然而,必须指出的是 RW 理论也有一定的局限性,这表现在:

(1) 成熟的 RW 理论是建立在有限状态自动机基础之上,从而限制了其处理问题的能力只在正规语言表达之内.尽管人们在

真超于正规语言的能力之上做出了努力,但不够理想,没有形成成熟的理论和方法.

(2) 由于自动机表达的行为是串语义下的,从而不能很好地刻画并发等重要现象. 虽然文献[9]试图在事件募集上考察行为问题,但也不过是步语义下的,而且其控制更加困难.

(3) 由于自动机表达的行为实际上是系统的运行机制,没有反映系统本身的物理结构,这对系统的结构与面向对象的处理将会带来不便.

## 2. CSP<sup>[14]</sup>(通信顺序过程)与 CCS<sup>[16]</sup>(通信演算系统)

CSP 与 CCS 都是为处理分布式系统而设计的演算工具,其目标是给出在不同描述程度上构造和比较不同模型的框架,它们都是以表达式的基本语法为起点.

CSP 是由英国科学家 C. A. R. Hoare 于 1978 年提出的一个命令式语言. 一个 CSP 程序就是一个进程,每个进程可以平行地分解为许多子进程,子进程之间以进程运算符相联. 子进程又可进一步分解为更深一层的子进程. 这种进程嵌套可达到任一深度.

CSP 的最大特点是有一对通信原语,沟通进程之间的联系. CSP 还提供了一组比较丰富的不确定和平行运算操作. 其中包括不确定选择符、变进程运算符、或进程运算符、选择进程运算符、并发进程运算符.

为了增强描述能力, CSP 还有一些其他设备,如递归定义的进程、限制进程、屏蔽进程、换名进程等等.

CCS 是由美国科学家 R. Milner 于 1980 年提出一个函数式语言,它的基本成分是项,或称动程,含自由变量的动程称动程表达式. 动程的组合仍是动程,其组合深度也可以是任意的.

CCS 也有一对通信原语,它由两组标号组成. 其中一组是名字的集合,常表为  $\Delta = \{\alpha, \beta, \gamma, \dots\}$ ; 另一组是加上横线的名字集合,常表为  $\bar{\Delta} = \{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \dots\}$ ,  $\Delta$  称为输入港口集,  $\bar{\Delta}$  称为输出港口集,它们是互补的. 动程间通信时并不指定对方动程的名字,只指定对方港口的名字,只有相同名字的输入和输出(不考虑上横

线)之间才可以通信.

相对说来,CCS 的复合操作比较少,只有一个并行操作,相当于 CSP 的并发操作,以及一个选择操作,相当于 CSP 的或进程运算,但这并不等于说 CCS 的描述能力不如 CSP 强.有人证明,存在着确定的算法,可以把 CSP 的程序翻译成 CCS 的程序.因此,CCS 的复合操作数少只是某种意义上表明 CCS 运算的粒度比较小.

与 CSP 相似,CCS 也有一些辅助性设备,如递归定义的动程、换名、屏蔽等.

关于 CSP 和 CCS 方面的研究主要集中在它们的各项语义下的行为关系<sup>[15]</sup>,以及操作系统的规范说明语言<sup>[17]</sup>.

尽管 CSP 和 CCS 具有很强的描述能力,也有一定的分析演算能力,但它们仍然存在着以下不足.

(1) 如同形式语言自动机一样,其处理是针对系统运行机制的,没有反映系统物理结构信息,不便于系统结构设计和处理.

(2) 由于其表达形式较自动机的语言更为复杂,不便于控制操作.

(3) 尽管对并发有一定的刻画<sup>[14,16]</sup>,但仍不能很好地反映真并发行为.

### 3. 迹语言<sup>[18]</sup>和偏序语言<sup>[24]</sup>

迹语言是由波兰人 A. Mazurkiewicz<sup>[18]</sup>于 1977 年提出的,试图通过并发系统的序列观察来刻画系统的非序列行为的一种工具.

对于一个并发系统  $G$ ,设  $\Sigma$  是  $G$  的事件表, $D \subseteq \Sigma \times \Sigma$  代表  $\Sigma$  中相互依赖的事件偶集, $I = \Sigma \times \Sigma - D$  为  $\Sigma$  中独立的事件偶集.二元组  $\Gamma = (\Sigma, D)$  称作并事件表.设  $\equiv_{\Gamma}$  是自由模  $(\Sigma^*, \circ, \epsilon)$  中的最小同余关系(其中“ $\circ$ ”是连接运算, $\epsilon$  是空串),使得  $\forall a, b \in \Sigma$ . 若  $(a, b) \in I$ ,则  $ab \equiv_{\Gamma} ba$ , $\equiv_{\Gamma}$  的等价类被称作  $\Gamma$  上的迹.

迹语言的研究主要集中在两个方面:一方面涉及到迹的图表示理论和图文法理论<sup>[19]</sup>.文献[20]试图通过无向结点标号图产生语言,给出图文法处理的一个精巧数学框架 NLC 文法.文献[21]

以类似于正规串文法的途径形式化处理 NLC 文法,从而导出所谓的 BNLC 文法.文献[22]通过有向图产生语言,给出 NLC 文法的一个变种,即 RDNLN 文法.文献[23]讨论了由 RDNLN 文法的一个子类产生的正规迹语言特征.这方面的研究,依赖图是一个基本的工具,就像串是串文法理论的基础,它是图文法理论的基础.另一方面,研究与迹语言理论有关的代数作为并发系统规范说明和描述技术的基础,考察迹语言与其它模型(如 EN 系统,时态逻辑)之间的关系及其转换问题.这方面的工作可见文献[25].

偏序语言是由 J. Grabowski<sup>[24]</sup>于 1979 年首先提出的,它对并发行为能清晰地刻画,被认为是研究并发系统在串语义和进程语义下行为的一个统一的框架.

偏序语言建立于一个严格的偏序结构  $(A, \prec)$  之上,而且  $\beta: A \rightarrow X$ ,  $X$  是一个有限字母表,称  $(A, \prec, \beta)$  为  $X$  上一个严格偏序结构.

称  $X$  上的  $(A_1, \prec_1, \beta_1)$  与  $(A_2, \prec_2, \beta_2)$  是同构的,当且仅当存在一个双射  $\alpha: A_1 \rightarrow A_2$ ,使得对所有的  $k, l, m \in A_1$ ,都有

$$\beta_1(k) = \beta_2(\alpha(k)),$$

并且

$$(l, m) \in \prec_1 \Leftrightarrow (\alpha(l), \alpha(m)) \in \prec_2.$$

记  $[(A, \prec, \beta)]$  是  $(A, \prec, \beta)$  的同构类,若  $A$  是可数的,则称  $[(A, \prec, \beta)]$  是  $X$  上的一个偏序字.记  $X$  上的偏序字集合为  $PW(X)$ ,对每一个  $PL \subseteq PW(X)$ ,则称  $PL$  是  $X$  上的一个偏序语言.

文献[24]研究了偏序语言的一些性质,以及从 Petri 网如何导出;文献[24, 25]研究了偏序语言的各种语义之间的关系;文献[25]将偏序语言推广到无限字的情况,并做了性质研究;文献[26]将偏序语言与正态逻辑等结合在一起,形成了一个具有更强描述能力的并发工具.

的确,迹语言或并发控制语言对并发系统的行为,尤其是并发行为都能给出很好的刻画,而且起到了各种语义之间关系的桥梁作用.然而,这些语言在系统性质(如活性、公平性等)方面的刻画

与分析手段仍不令人满意.它们对系统规范的形式说明及其系统模型的构造仍需进一步努力.增强其可操作性,使之适于系统控制也将是进一步研究的方向.

#### 4. Petri 网<sup>[27-29]</sup>

Petri 网是异步并发系统建模与分析的一种重要工具,它是由德国科学家 C. A. Petri 教授于 1962 年在其博士论文中首先创立的,后流传于欧美一些国家,现已在全世界许多国家得到重视,成为计算机界、自动化界的热门研究课题.

自 Petri 先生开创性的工作之后,网论得到了长足进展,至今已形成了相当规模的研究领域.在理论方面,首先建立了一些分析技术,包括基于状态方程的代数分析技术<sup>[29-31]</sup>,基于可覆盖树(图)的图分析技术<sup>[29,36-38]</sup>,基于化简分解的归纳分析技术<sup>[31-34,39-42]</sup>.

代数分析技术主要以关联矩阵的形式对一个网系统的结构给予刻画,然后建立状态可达的线性系统关系.这种分析途径首先是由 Peterson<sup>[29]</sup>提出, Murata<sup>[30-32]</sup>的工作最为出色.它的优点在于可以借助线性代数的有关结果,简洁地展现 Petri 网的一些性质,尤其是结构性质.当然,其作用是有限的,难于很好地刻画动态特征.一般来说,它对可达性的刻画只是一个必要条件,而非充分,只有针对无冲突的子类才是充要的.最近,文献[37]试图作出努力,取得了一些进展,但仍未很好地解决.

图分析技术是以一个有限的有向图(树),直接展现一个网系统的运行机制,类似于一个状态机. Karp 和 Miller<sup>[36]</sup>首先提出这一思想.它的优点是能反映一个网系统的动态行为和一些特征.特别地,对一个有界 Petri 网,它是一个准确刻画,而且对应一个有限状态机.然而,对无界 Petri 网,它只能部分反映.最近,文献[81]提出一个通项可达森林的工具,企图以一组通项化的可达树准确刻画一个网系统(包括有界无界).这是一个有吸引力的研究方向.

归纳分析技术是针对 Petri 网的状态复杂性而提出的.一般来说,一个规模不大的系统,可能会出现状态组合爆炸的危险,从而

给分析带来困难,对此人们提出化简和分解的思想.化简是将一个较复杂的 Petri 网简化成一个比较简单的 Petri 网而又要保留一些性质不变的同态变换过程.这个过程减小了可达状态空间,对简单网的分析能为理解原网提供充分的信息.分解的思想即是“分而治之”,是将一个复杂的网系统分解成若干较为简单的网系统,分解过程也要保持一些性质不变.这样,通过分析简单的子网系统便可了解复杂的网系统.这方面的研究是近些年 Petri 网领域中一主流方向,但是大多数工作都局限在保性研究上,而且条件过强,很难普适.保持行为的化简、分解研究,减弱条件,提高适应性将是进一步努力的目标.

Petri 网理论研究的另一主流方向是建立在通用网论基础之上的并发行为的特性研究.通用网论是从更为基础,更为抽象的网模型(如 C/E 系统,EN 系统)上探讨系统的特性,其中最为重要的就是并发性.Petri 先生自 70 年代以来一直从事这方面的工作,其中最为著名的就是他所建立的并发公理系统<sup>[27,28]</sup>.在此基础上,许多研究者开展了并发语义的刻画<sup>[43]</sup>,系统并发行为、序列行为的等价关系<sup>[44]</sup>,并发、冲突行为的关系<sup>[45]</sup>,并发系统的构造<sup>[46]</sup>,以及基于 Petri 网的并发系统与 CSP、CCS 在语义上的关系<sup>[47,48]</sup>等等研究,取得了一些深刻结果.然而,这方面的工作仍有待进一步发展,如对并发行为表达层次的划分与实现,对这些理论结果真正付之应用的研究等等.

Petri 网语言也是 Petri 网中一重要研究方向,Hack<sup>[49]</sup>和 Peterson<sup>[29]</sup>最早从事这方面的研究.将一个 Petri 网所有可能的引发序列的集合视为该网产生的语言,文献[29]研究了该语言的封闭性,以及与经典形式语言的关系.Hack 在文献[50]中还讨论了网模型的计算能力,指出带抑止弧的增广 Petri 网与著名的图灵机在计算能力上是等价的,从而充分显示出 Petri 网模型的表达能力.另外,Rozenberg 等人<sup>[51]</sup>在事件多重集上讨论了子集语言的类似问题,文献[52]给出了 Petri 网语言的一个很好综述.这以后的工作还有文献[78]给出了 Petri 网语言与形式语言关系的一个清楚

刻画,文献[53]分别从各个角度研究了 Petri 网语言的性质.然而,同经典形式语言相比,Petri 网语言显得不那么成熟.首先没有建立 Petri 网语言的表达层次及相应的文法关系,只将 Petri 网看成是语言的产生器,而没有考察作为识别器的可能.还有,Petri 网讨论的一些重要性质(如活性等)极少以语言的形式加以刻画和分析.这方面的问题既反映出 Petri 网语言研究的不成熟性,同时也为我们展现出新的极具吸引力的研究方向.

在 Petri 网应用方面,出现了许多可喜的成果.早期的工作主要涉及计算机科学的有关领域,如文献[54]将 Petri 网用于通信网络的协议验证与分析;文献[55]讨论了操作系统的 Petri 网描述;文献[56]研究了 Petri 网在分布式数据库系统中的应用;文献[57]考察了 Petri 网在实时系统中的应用,提出了加时间因素的 Petri 网以及文献[58]为研究系统性能分析,提出了随机 Petri 网(定量模型中专题论述).此外,为浓缩系统描述的规模,文献[59]引入了着色 Petri 网,文献[60]提出了谓词变迁网等新网种.近些年来,Petri 网的应用渗透到计算机科学的新领域,如文献[32]利用 Petri 网研究了并发程序的描述与验证,文献[32]研究了知识的 Petri 网表示;文献[61]讨论了面向对象的 Petri 网模型.同时,Petri 网也广泛地用于自动化、机械制造、军事指挥等学科领域,尤其热门的可算是基于 Petri 网的系统控制研究,文献[62]首先引入受控 Petri 网的网种,并用于自动化车间的建模与调度控制.文献[42]研究了自动制造动力系统的 Petri 网建模与分析.

### 1.2.2 定量模型

定量模型主要刻画系统性能的数量指标,为优化、调度、评价系统提供操作模型和处理方法.这方面的模型主要包括:

#### 1. 极大(小)代数

极大(小)代数是一类新的代数系统,它在集合上定义了两种运算:

$$a \oplus b = \max\{a, b\}(\min\{a, b\}),$$

$$a \otimes b = a + b, \forall a, b \in R \cup \{-\infty\},$$

其中:单元  $e=0$ ,零元  $\epsilon=-\infty$ ;  $\oplus, \otimes$  满足封闭性、结合律、交换律、分配律等.这类代数系统能够将离散事件系统的逻辑非线性问题表达成  $\oplus, \otimes$  意义下的线性系统的有关问题.这一理论是由法国科学家 Cohen 等人<sup>[63]</sup>于 1983 年开创的.在此理论框架下,研究了离散事件系统的稳定性、周期性、特征结构、能控和能观性、最小实现等等.这类模型的一个表示是计时事件图<sup>[80]</sup>,逻辑上它是 Petri 网的一个子类,它的更进一步抽象即是双子代数模型.该模型的优点表现在线性属性和简洁、严格的代数处理方式,以及易于处理物理时间因素.其缺点主要是处理的问题范围较窄,不能表现非确定问题和  $\oplus, \otimes$  意义下有些性能指标计算较为困难.因此,拓宽其适用范围,发展其新的理论领域是进一步研究的方向.

## 2. 排队网络<sup>[64]</sup>与马氏过程<sup>[71]</sup>

排队网络是研究系统随机性能的一个重要工具,早期的工作主要由 Jackson 等人完成<sup>[64]</sup>,他们基于随机过程理论导出了一类系统状态的稳态概率分布,即乘积形式的解,由此奠定了随机分析的基础.在这之后 Buzen 等人<sup>[65]</sup>进一步发展了这一理论,使之成为随机分析中的一个重要分支.它的优点是有较为严格的数学基础,能反映系统内部随机复杂关系;其主要问题是许多情况难于给出显示解,因而往往采取仿真处理,这势必造成计算的复杂性和困难性.对此何毓琦(Ho, Y. C.)提出有代表性的摄动分析法<sup>[66]</sup>,其基本思想是:通过一次仿真或试验以获得系统在标称参数下动态响应的一个样本,即标称轨道,再运用比较简单的运算,由标称轨道构造出某个参数变动后的摄动轨道,由此来分析系统性能对变动参数的灵敏度.继此之后, Suri 和 Cao, X. R. 等人<sup>[67,68]</sup>做了许多工作.

马氏过程是研究系统随机性能的另一重要工具<sup>[69]</sup>,它是用一种状态概率转移图来刻画系统状态转移的随机过程.在稳态下列出转移概率的线性系统,从而求出稳态概率,由此进一步求得系统的其他性能指标.这方面的工作可见文献[70].

### 3. 时间(延)Petri 网<sup>[71,72]</sup>和随机 Petri 网<sup>[58]</sup>

随着系统逻辑层分析的进一步深入,必然进行物理层的处理.时间是系统物理层上的一个重要参数,建立含时间因素的系统分析模型对实际系统来说是非常必要的.在过去 10 年中,出现了两类含时间因素的基本 Petri 网模型.一类是时延 Petri 网模型,它是由 Ramchandani<sup>[71]</sup>提出的.这类 Petri 网模型规定每个变迁都具有有限的引发时延,其引发规则被修改为:

- (1) 每一个引发变迁都有一个时延过程;
- (2) 一个变迁一旦使能就必须立即引发.

时延 Petri 网主要用于系统的评估方面.另一类是时间 Petri 网模型,它是由 Merlin<sup>[72]</sup>提出的.这类 Petri 网模型规定每个变迁都对应着一个时间区间 $[a, b]$ ,任何一个变迁,当它使能之后,它在时间区间 $[a, b]$ 内便具有连续使能权.使用这种网,Merlin 讨论了一些计算机系统和通信进程中的可达性问题.应该说时间 Petri 网比时延 Petri 网更为一般,一个时延 Petri 网可以表达成一个时间 Petri 网,反之不行.关于时间(延)Petri 网的一些分析方法可从文献<sup>[57,72]</sup>见到.

时延 Petri 网中的时延值如果是一个随机变量,便得到随机 Petri 网模型,它是由 Molloy<sup>[58]</sup>首先提出的.文献<sup>[58]</sup>中考察的是有界随机 Petri 网,其随机变量服从负指数分布,从而证明了 Petri 网状态可达图同构于一个马氏链,借助马氏理论可得到系统的有关性能指标. Marson 等人<sup>[73]</sup>推广了 Molloy 的工作,提出一种广义随机 Petri 网(GSPN)模型,此模型包括了某些变迁为立即变迁(无时延)的情形. Dugan 等人<sup>[74]</sup>从另一角度推广了 Molloy 的工作,提出一种增广随机 Petri 网(ESPN)模型,该模型包含了抑止弧的情况.然而,这些工作均未突破负指数分布的限制.文献<sup>[75]</sup>等分别从不同角度试图取消负指数分布的限制,但仍有待进一步努力.无论时间(延)Petri 网,还是随机 Petri 网,目前的分析手段基本上是在一个可达图上操作的,由此产生的状态复杂性是难以克服的.为此,寻求新的分析途径,拓广应用领域是这一方向的进一

步研究目标.

## 1.3 内容的安排

离散事件动态系统的研究经过了近 20 年的努力,不仅取得了许多理论成果,同时也为实际问题的解决提供了一些研究方法.本书是在我们近几年学习和工作中取得的研究成果的基础上撰写而成,着重论述集系统物理结构与动态行为于一体的 PN 机理论及其分析方法.本书反映了这一领域的研究现状和主要成果,内容的安排大致分为八章.第一章主要论述离散事件动态系统的起源与发展过程,综述了这一领域所取得的成果和存在的问题,讨论了进一步研究的方向.第二章扼要介绍一些基础知识,包括形式语言自动机、Petri 网和袋与袋幂集等.第三章讨论 PN 机计算模型,介绍了矢量文法、PN 机及其语言的对应关系.同时,还讨论了 PN 机的几种范式,考察了这些范式的语言关系及其性质.第四章描述判别 PN 语言属性的算法,由此可为 PN 语言属性判别的计算机实现提供一条途径.同时,还描述了识别 PN 语言的若干串行和并行算法,分析了算法性能.第五章建立 PN 机的行为表达式及其语言,研究了行为表达式到安全 PN 机转换的一个线性时间算法.第六章研究 PN 机的递阶操作,讨论了这些操作的保持性问题,并给出系统递阶设计的步骤.第七章研究 PN 机的合成操作,包括同步合成操作和共享合成操作,讨论了它们的行为特征.从实际问题中提炼出动态不变性和行为一致性等新概念,并研究了这些性质的分析方法以及在实际问题中的应用.第八章介绍几种性能分析方法,包括基于可达图的一般方法和基于矩姆函数分析方法,以及基于行为表达式的解析分析方法.应用这些方法分析了一些具有代表性的实际问题.

本书着重突出行为分析理论,为了在内容上自成体系,对于某些相关研究成果只做了简要介绍.对于需要深入了解的读者可以从列出的参考文献中进一步查阅.

## 参 考 文 献

- [1] J. E. Hopcroft, J. D. Ullman, Introduction to automata theory, languages, and computation, Addison-Wesley Publishing Company, 1979.
- [2] P. J. Ramadge, W. M. Wonham, Supervisory control of a class of discrete event processes, SIAM J. Control and Optimization, Vol. 25, No.1, 1987.
- [3] P. J. Ramadge, W. M. Wonham, Modular feedback logic for discrete event systems, SIAM J. Control and Optimization, Vol. 25, No.5, 1987.
- [4] B. D. Brandt, et al., Formulas for calculating controllable and normal sublanguages, Systems & Control Letters, Vol. 15, 111—117, 1990.
- [5] R. Kumar, V. Garg and S. I. Marcus, Predicates and predicate transformers for supervisory control of discrete event dynamical systems, IEEE Trans. On AC-38, No. 2, 232—247, 1993.
- [6] F. Lin, W. M. Wonham, Decentralized supervisory control of discrete event systems, Inform. Sci., Vol.44, 199—224, 1988.
- [7] H. Zhong, W. M. Wonham, On the consistency of hierarchical supervision in discrete event systems, IEEE Trans. AC, Vol.35, No.10, 1990.
- [8] T. Ushio, Maximally permissive feedback and modular control synthesis in Petri net with external input place, IEEE Trans. AC, Vol. 35, No. 7, 1990.
- [9] Y. Li, W. M. Wonham, On supervisory control of real time discrete event systems, Inform. Sci., Vol. 46, 159—183, 1988.
- [10] S. Lafortune, Modelling and analysis of transaction execution in database systems, IEEE Trans. AC, Vol.33, No.5, 1988.
- [11] R. Cieslak, et al., Modelling and control of discrete event systems, Proc. of 25th IEEE CDC, 604—607, 1988.
- [12] S. Balemi, et al., Supervisory control of a rapid thermal multiprocessor, IEEE Trans. AC, Vol.38, No.7, 1993.
- [13] B. A. Brandin, et al., Discrete event system supervisory control application to the management of manufacturing workcells, Proc.7th Int. Conf. on Computer-Aided Production Engineering, Elsevier, Lookeville, TN, USA, 1991.
- [14] C. A. R. Hoare, Communicating sequential processes, Communications of the ACM, Vol. 21, No. 8, 1978.
- [15] D. Taubner, Finite representation of CCS and TCSP programs by automata and Petri nets, LNCS, Vol. 369, Springer-Verlag, 1990.

- [16] R. Milner, *Calculi for synchrony and asynchrony*, Theoretical Computer Science, Vol. 25, 267—310, 1983.
- [17] U. Goltz, *On representing CCS programs by finite Petri nets*, In *Mathematical Foundations of Computer Science*, LNCS, Vol. 324, 1988.
- [18] A. Mazurkiewicz, *Traces, histories, graphs: instances of a process monoid*, LNCS, Vol. 176, Springer-Verlag, 1984.
- [19] H. Ehrig, M. Nagl and G. Rozenberg(eds.), *Graph grammars and their applications to computer science*, LNCS, Vol. 153, 1983.
- [20] D. Janssens, G. Rozenberg, *A characterization of context-free string languages by directed node-label controlled graph grammars*, Acta Informatica, Vol. 16, 63—85, 1981.
- [21] G. Rozenberg, E. Welzl, *Boundary NLC grammars: Basic definitions, forms and complexity*, Inform. & Cont., Vol. 69, 136—167, 1986.
- [22] I. J. Aalbersberg, G. Rozenberg, *Traces, dependence graphs and DNLC grammars*, Discrete Applied Mathematics, Vol. 11, 299—306, 1985.
- [23] W. Rytter, *Some properties of trace languages*, Fundamenta Informaticae, Vol. 7, 117—127, 1984.
- [24] J. Grabowski, *On partial languages*, Preprint No. 40179, Sektion Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 1979; *Annales Soci-Etatis Mathematicae Polonae, Serie IV, Fundamenta Informaticae IV. 2*, 1981.
- [25] A. Kiehn, *Infinitary partial Petri net languages and their relationship to other Petri net semantics*, Technische Universität München, Bericht No.8705, 1987; LNCS, Vol. 255, 1987.
- [26] V. R. Pratt, *Modeling concurrency with partial orders*, International Journal of Parallel Programming, Vol. 15, No.1, 1986.
- [27] C. A. Petri, *Kommunikation mit automaten*, Ph. D. dissertation, University of Bonn, Bonn, West Germany, 1962.
- [28] C. A. Petri, *Introduction to general net theory*, LNCS, Vol. 84, 1980.
- [29] J. Peterson, *Petri net theory and the modelling of systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1981; 吴哲辉(译), 中国矿业大学出版社, 1989.
- [30] T. Murata, *Stata equations, controllability and maximal matchings of Petri nets*, IEEE Trans. AC, Vol. 22, No.3, 1977.
- [31] T. Murata, *Petri nets: properties analysis and applications*, Proc. of the IEEE, Vol. 77, No. 4, 1989.
- [32] T. Murata, D. Zhang, *A Predicate-transition Net Model for Parallel Interpretation of Logic Programs*, IEEE Trans. on Soft. Eng., Vol. 14, No.4, 481—497,

1988.

- [33] R. Valette, Analysis of Petri Nets by Stepwise Refinement, *J. Comput. Syst. Sci.*, Vol. 18, 35—46, 1979.
- [34] R. G. Willson, B. H. Krogh, Petri Net Tools for the Specification and Analysis of Discrete Controllers, *IEEE Trans. on Soft. Eng.*, Vol. 16, No. 1, 39—50, 1990.
- [35] A. Ichikawa, K. Hiraishi, A class of Petri nets that a necessary and sufficient condition for reachability is obtainable, *Trans. Society of Instrument and Control Engineers, SICE*, Vol. 24, No. 6, 1988.
- [36] R. Karp, R. Miller, Parallel program schemata, *J. of Comput. & Syst. Sci.*, Vol. 3, No. 4, 1969.
- [37] S. C. Cheung, J. Kramer, Enhancing compositional reachability analysis with context constraints, *ACM Software Engineering Notes*, Vol. 18, No. 5, 115—125, 1993.
- [38] A. Finkel, The minimal coverability graph for Petri nets, *LNCS*, Vol. 674, 210—243, 1993.
- [39] S. Graf, B. Steffen, Compositional minimization of finite state processes, *Proc. of Computer-Aided Verification*, 1990.
- [40] G. Berthelot, G. Roucairol and R. Valk, Reductions of net and parallel programs, *LNCS*, Vol. 84, 277—290, 1980.
- [41] C. J. Jiang, Z. H. Wu, Net operations, *J. of Comput. Sci. & Technol.*, Vol. 7, No. 4, 333—344, 1992.
- [42] M. C. Zhou, F. DiCesare, A hybrid methodology for synthesis of Petri nets for manufacturing systems, *IEEE Trans. RA*, Vol. 8, 350—361, 1992.
- [43] R. Janicki, A Characterisation of concurrency-like relations, *LNCS*, Vol. 70, 109—122, 1979.
- [44] R. Janicki, Nets, sequential components and concurrency relations, *Theoretical Computer Science*, Vol. 29, 87—121, 1984.
- [45] W. Reisig, et al., D-Continuous causal nets; A model of non-sequential processes, *Theoretical Computer Science*, Vol. 28, 171—196, 1984.
- [46] P. E. Lauer, et al., COSY-A system specification language based on baths and processes, *Acta Informatica*, Vol. 12, 109—158, 1979.
- [47] G. Peteka, T. Murata, Proof Procedure and Answer Extraction in Petri Net Model of Logical Programs, *IEEE Trans. on Soft. Eng.*, Vol. 15, 209—217, 1989.
- [48] P. Degano, et al., A Distributed operational semantics for CCS based on C/E systems, *Acta Informatica*, Vol. 26, 1988.

- [49] M. Hack, Petri net languages, Computation Structures Group Mem. 124, Project MAC, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, June, 1975.
- [50] M. Hack, Decidability questions for Petri nets, Ph. D. dissertation, Dept. of Elect. Eng., Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, December, 1975.
- [51] G. Rozenberg, R. Verraedt, Subset languages of Petri nets, Part I: The relationship to string languages and normal forms, Part II: Closure properties, Theoret. Comput. Sci., Vol.26, 27, 1983.
- [52] V. K. Toszewa, Net representation of sentences in natural languages, LNCS, Vol. 255, 1987.
- [53] Y. Wolfsthal, M. Yoeli, An equivalence theorem for labeled marked graphs, IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol. 5, No. 8, 1994.
- [54] G. Berthelot, R. Terrat, Petri nets theory for the correcting of protocol, IEEE Trans. on Communications, Vol.30, No.12, 2497—2507, 1982.
- [55] R. Johnsonbaugh, T. Murata, Analysis of resource requirement in marked graph computation models, In Proc. IEEE Symp. Circuit and Syst., 342—345, 1980.
- [56] K. Voss, Using predicate/transition nets to model and analysis distributed database systems, IEEE Trans. Soft. Eng., Vol.6, No. 6, 539—544, 1980.
- [57] J. E. Coolahan, et al., Timing requirements for time-driven systems using augmented Petri nets, IEEE Trans. Soft. Eng., Vol.9, No. 5, 603—616, 1983.
- [58] M. K. Molloy, Performance analysis using stochastic Petri nets, IEEE Trans. on Comput., Vol. 31, No.9, 1982.
- [59] K. Jensen, High-level Petri nets; Applications and theory of Petri net, Informatik-Fachberichte, Vol.66, Springer-Verlag, 1983.
- [60] H. J. Genrich, Predicate/transition nets, LNCS, Vol.254, 207—247, 1986.
- [61] C. A. Lakos, Object Petri nets-definition and relationship to coloured nets, technol. Report R-94-3, Univ. of Tasmania, Australia, April, 1994.
- [62] B. H. Krogh, Controlled Petri nets and maximally permissive feedback logic, Proc. 25th Annual Allerton Conf., Univer. of Illinois, Urbana, 317—326, 1987.
- [63] G. Cohen, D. Dubois, J. P. Quadrat and M. Viot, A linear-system-theoretic view of discreteevent processes, Proc. of 22nd Conf. on Decision and Control, San Antonio, Texas, 1983.
- [64] J. R. Jackson, Jobshop-like queueing systems, Management Sci., No. 10, 131—142, 1963.
- [65] J. P. Buzen, Computational algorithms for closed queueing networks with exponen-

- tial servers, *Commun. ACM*, Vol. 16, No. 9, 527—531, 1973.
- [66] Y. C. Ho, C. G. Cassandras, A new approach to the analysis of discrete event dynamic systems, *Automatica*, Vol. 19, No. 2, 149—167, 1983.
- [67] R. Suri, M. A. Zazanis, Perturbation analysis gives strongly consistent sensitivity estimates for the M/G/1 queue, *Management Science*, Vol. 34, No. 1, 39—64, 1988.
- [68] X. R. Cao, Convergence of parameter sensitivity estimates in a stochastic experiment, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 30, No. 9, 845—853, 1985.
- [69] J. Keilson, Systems of independent Markov components and their transient behavior, In: *Reliability and Fault Tree Analysis*, SIAM, Philadelphia, PA, 351—464, 1975.
- [70] Y. F. Coong, et al., A Decomposition method for the approximata evaluation of capacitated transfer lines with unreliable machines and random processing times, *IIE Trans.*, Vol. 19, No. 2, 150—159, 1987.
- [71] C. Ramchandani, Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri nets, *Massachusetts Inst. Technol., Project MAC, Tech. Rep. 120*, Feb. 1974.
- [72] P. Merlin, D. J. Faber, Recoverability of communication protocols, *IEEE Trans. on Commun.*, Vol. 24, No. 9, 1976.
- [73] M. A. Marson, G. Balbo and G. Conte, A class of generalized stochastic Petri nets for performance analysis of multi-processor systems, *ACM TOCS*, Vol. 2, 92—122, 1984.
- [74] J. B. Dugan, et al., Extended stochastic Petri nets: application and analysis, In *Proc. Performance 84*, 507—519, Paris, December, 1984.
- [75] M. C. Zhou, F. DiCesare, Parallel and sequential mutual exclusions or Petri nets modelling of manufacturing systems with shared resources, *IEEE Trans. RA*, Vol. 7, 515—527, 1991.
- [76] 郑应平, 离散事件动态系统多模型集成控制理论, *信息与控制*, Vol. 21, No. 1, 1992.
- [77] 郑大钟、郑应平, 离散事件动态系统理论: 现状和展望, *自动化学报*, Vol. 18, No. 2, 1992.
- [78] 吴哲辉, 有界 Petri 网的活性和公平性的分析与实现, *计算机学报*, No. 4, 1989.
- [79] 陆维明、林闯, 生产系统的 Petri 网模型, *自动化学报*, No. 3, 1993.
- [80] 徐心和, “线性”离散事件动态系统, *控制与决策*, No. 3/4, 1987.
- [81] 蒋昌俊、吴哲辉, Petri 网的通项可达森林, 第四届全国 Petri 会议论文, 北京航空航天大学出版社, 1993.
- [82] 袁崇义, Petri 网, 东南大学出版社, 1989.

[83] 郑伟谋、郝柏林,实用符号动力学,上海科技教育出版社,1989.

[84] 蒋昌俊,Petri网理论与方法研究综述,控制与决策, No.6, 1997.

## 第二章 基本知识

### 2.1 形式语言自动机理论

**定义2.1** 称四元组  $G=(N_F, N_T, \Gamma, S_0)$  是一个文法, 当且仅当

(1)  $N_F, N_T$  为有限集, 分别称作终结符集和非终结符集, 且  $N_F \cap N_T = \emptyset$ ;

(2)  $\Gamma$  是个有限集, 称作产生式集. 产生式形如

$$\alpha\beta\gamma \rightarrow \omega,$$

其中

$$\alpha, \gamma, \omega \in (N_F \cup N_T)^*, \beta \in N_F;$$

(3)  $S_0 \in N_F$ , 称  $S_0$  为起始符.

**定义2.2** 设文法  $G=(N_F, N_T, \Gamma, S_0)$ , 若

(1)  $\Gamma$  中产生式不受限, 则称  $G$  为短语结构文法(0型文法);

(2)  $\forall \alpha \rightarrow \beta \in \Gamma$  都有  $|\alpha| \leq |\beta|$ , 则称  $G$  为上下文有关文法(1型文法), 记作  $CSG$ ;

(3)  $\forall \alpha \rightarrow \beta \in \Gamma$  都有  $A \rightarrow \beta, A \in N_F, \beta \in (N_F \cup N_T)$ , 则称  $G$  为上下文无关文法(2型文法), 记作  $CSG$ ;

(4)  $\forall \alpha \rightarrow \beta \in \Gamma$  都有  $A \rightarrow \delta$ , 或  $A \rightarrow \delta B, \delta \in N_T^* A \in N_F, B \in N_F$ , 则称  $G$  为正规文法, 记作  $RG$ .

**定义2.3** 称  $FSM=(\Sigma, Q, \delta, q_0, Q_m)$  为有限状态自动机, 当且仅当

(1)  $\Sigma$  为有限事件集合;

(2)  $Q$  为有限状态集合;

(3)  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  为状态移函数;

(4)  $q_0 \in Q$  为初始状态;

(5)  $Q_m \subseteq Q$  为识别状态集合.

**定义2.4** 设  $FSM = (\Sigma, Q, \delta, q_0, Q_m)$  为有限状态自动机, 令

$$L(FSM) = \{ \sigma \mid (\sigma \in \Sigma^*) \wedge (\delta(\sigma, q_0) \text{ 有定义}) \}$$

和

$$L_m(FSM) = \{ \sigma \mid (\sigma \in \Sigma^*) \wedge \delta(\sigma, q_0) \in Q_m \},$$

则称  $L(FSM)$  和  $L_m(FSM)$  分别为  $FSM$  的语言和识别语言.

## 2.2 Petri 网

**定义2.5** 三元式  $N = (P, T; F)$  称作网, 当且仅当

- (1)  $P \cup T \neq \emptyset, P \cap T = \emptyset$ ;
- (2)  $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ ;
- (3)  $\text{dom}(F) \cup \text{cod}(F) = P \cup T$ .

$\forall x \in P \cup T$ , 称

$$\cdot x = \{ y \mid (y \in P \cup T) \wedge ((y, x) \in F) \}$$

和

$$x \cdot = \{ y \mid (y \in P \cup T) \wedge ((x, y) \in F) \}$$

分别为  $x$  的前置集和后置集.

**定义2.6** 四元式  $PN = (P, T; F, M_0)$  称作 Petri 网, 当且仅当

- (1)  $N = (P, T; F)$  是一个网;
- (2)  $M: P \rightarrow Z$  (非负整数集) 为标识函数, 其中  $M_0$  是初始标识(或初始状态);
- (3) 引发规则:

(3.1) 变迁  $t \in T$  称为状态  $M$  下使能的, 当且仅当  $\forall p \in \cdot t: M(p) \geq 1$ , 记作  $M[t >]$ ;

(3.2) 在  $M$  下是使能的变迁  $t$  可以引发发射, 引发后得到后继标识  $M'$ , 则

$$M'(p) = \begin{cases} M(p) + 1 & \text{若 } p \in \dot{t} - \dot{t}', \\ M(p) - 1 & \text{若 } p \in \dot{t}' - \dot{t}, \\ M(p) & \text{否则.} \end{cases}$$

记作  $M[t > M']$ .

设  $M$  是 Petri 网  $PN$  的一个状态, 若  $\exists t_1, t_2 \in T$ , 使得

$$M[t_1 > \wedge M[t_2 >,$$

则当:

(1)  $M[t_1 > M_1 \rightarrow M_1[t_2 > \wedge M[t_2 > M_2 \rightarrow M_2[t_1 >$  时, 称  $t_1, t_2$  在  $M$  下并发;

(2)  $M[t_1 > M_1 \rightarrow (\sqcup M_1[t_2 >) \wedge M[t_2 > M_2 \rightarrow (\sqcup M_2[t_1 >)$  时, 称  $t_1, t_2$  在  $M$  下冲突.

对于  $M$ , 若  $\exists \alpha \subseteq T$ , 记  $\dot{\alpha} = \bigcup_{t \in \alpha} \dot{t}$ ,  $\forall p \in \dot{\alpha}: M(p) \geq \sum_{t \in p \cap \alpha} 1$ , 则称  $\alpha$  在  $M$  下是使能的,  $\alpha$  为一个并发步.

在  $PN$  中, 如果  $\exists M_1, M_2, \dots, M_k$ , 使得

$$\forall 1 \leq i \leq k, \exists t_i \in T: M_i[t_i > M_{i+1},$$

则称变迁序列  $\sigma = t_1, t_2, \dots, t_k$  在  $M_1$  下是使能的,  $M_{k+1}$  从  $M_1$  可达的, 记作  $M_1[\sigma > M_{k+1}$ .

记  $R(M_0)$  为 Petri 网  $PN$  的从  $M_0$  可达的所有状态集合, 则称  $R(M_0)$  为 Petri 网  $PN$  的可达状态集合.

为了便于引入代数方法对 Petri 网进行分析, 可以用矩阵来表示网的结构, 用向量来描述网的状态.

一个 Petri 网  $PN$  的结构可以用一个关联矩阵  $C = [c_{ij}]_{n \times m}$  表示, 其中  $m = |P|, n = |T|$ , 并且

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{若 } p_j \in \dot{t}_i - \dot{t}_i, \\ -1 & \text{若 } p_j \in \dot{t}_i - \dot{t}_i, \\ 0 & \text{否则.} \end{cases}$$

$PN$  的一个状态  $M$  可以用一个非负整数的  $m$  维向量表示 ( $M(i) = M(p_i)$ ), 仍记作  $M$ .

若  $\sigma \in T^*$ ,  $\exists M \in R(M_0): M[\sigma >$ , 记  $\#(t/\sigma)$  为  $t$  在  $\sigma$  中出现的个数. 令

$$X(i) = \#(t_i/\sigma), i \in \{1, 2, \dots, n\},$$

则称向量  $X$  为发射序列  $\sigma$  的发射向量. 为方便起见, 有时也记  $\sigma$  为  $\sigma$  的发射向量.

如果  $M[\sigma > M', M, M' \in R(M_0), \sigma \in T^*$ , 则称

$$M' = M + C^T X$$

为 Petri 网  $PN$  的状态方程.

Petri 网的另一种分析方法是建立在可达图(或可覆盖树)的概念基础上.

对于有界 Petri 网, 由于可达状态(或称可达标识)集  $R(M_0)$  是一个有限集, 可以用一个有向图  $RMG(PN) = (V, E, f)$  来描述该网的状态变化情况. 其中  $V = R(M_0)$ , 对于  $M_i, M_j \in R(M_0)$ , 若存在  $t \in T$ , 使得  $M_i[t > M_j$ , 则从结点  $M_i$  到  $M_j$  画一条有向边, 即  $(M_i, M_j) \in E$ , 并在这条边旁标以  $t$ , 即  $f((M_i, M_j)) = t$ .

对于无界 Petri 网, 由于  $R(M_0)$  不是一个有限集, 需要引入可覆盖树的概念. 可覆盖树是用有限树图的形式反映 Petri 网的状态变化情况的一些规律, 但也引起了某些重要信息的丢失.

Petri 网的结构性质是刻画系统的结构方面的特征, 研究的对象实际上是网  $N = (P, T; F)$  所具有的一些性质, 可以用线性代数的方法加以分析, 主要借助 Petri 网的状态方程进行研究. 要讨论的结构性质主要有: 结构有界性、守恒性、可重复性、相容性、 $S(T)$ -不变量和公平性.

**定义 2.7** 称网  $N = (P, T; F)$  是结构有界的当且仅当对于  $N$  的任意初始状态  $M_0$ ,  $PN = (P, T; F, M_0)$  都是有界的.

**定义 2.8** 称网  $N = (P, T; F)$  是守恒的当且仅当存在位置集的一个权函数  $Y: P \rightarrow Z$  (非负整数集), 使得对于  $N$  的任意初始状态  $M_0$  和任意  $M \in R(M_0)$ , 都有

$$\sum_{i=1}^m Y(p_i) M(p_i) = \sum_{i=1}^m Y(p_i) M_0(p_i) = \text{常数}.$$

**定义2.9** 称网  $N=(P, T; F)$ 是可重复的,当且仅当  $N$  存在一个初始状态  $M_0$  和一个变迁序列  $\sigma$ ,使得  $M_0[\sigma > M_0$ ,而且对任意的  $t \in T$ ,都是  $\#(t/\sigma) = \infty$ .

**定义2.10** 称网  $N=(P, T; F)$ 是相容的,当且仅当  $N$  存在一个初始状态  $M_0$  和一个变迁序列  $\sigma$ ,使得  $M_0[\sigma > M_0$ ,而且对任意的  $t \in T$ ,都是  $\#(t/\sigma) \geq 1$ .

已经证明:(1)网  $N=(P, T; F)$ 是结构有界的充分必要条件是存在  $m$  维正整数向量  $Y$ ,使得  $CY \leq 0$ ;(2)网  $N=(P, T; F)$ 是守恒的充分必要条件是存在  $m$  维正整数向量  $Y$ ,使得  $CY = 0$ ;(3)网  $N=(P, T; F)$ 是可重复的充分必要条件是存在  $n$  维正整数向量  $X$ ,使得  $C^T X \geq 0$ ;(4)网  $N=(P, T; F)$ 是相容的充分必要条件是存在  $n$  维正整数向量  $X$ ,使得  $C^T X = 0$ .其中  $C$  是  $N$  的关联矩阵,  $|P| = m, |T| = n$ .

容易看出,守恒网必然是结构有界网,相容网必然是可重复网.

**定义2.11** 设网  $N=(P, T; F)$ ,称  $m$  维非零非负整数向量  $Y$  是  $N$  的  $S$ -不变量当且仅当  $CY = 0$  令  $\|Y\| = \{p_i | p_i \in P \text{ 且 } Y(p_i) \neq 0\}$ ,则称  $\|Y\|$  是  $N$  的  $S$ -不变量  $Y$  的支柱.

**定义2.12** 设网  $N=(P, T; F)$ ,称  $n$  维非零非负整数向量  $X$  是  $N$  的  $T$ -不变量,当且仅当  $C^T X = 0$ .令  $\|X\| = \{t_i | t_i \in T \text{ 且 } X(t_i) \neq 0\}$ ,则称  $\|X\|$  是  $N$  的  $T$ -不变量  $X$  的支柱.

易知,(1)若  $N$  是守恒网,则  $N$  中必存在  $S$ -不变量  $Y$ ,使得  $\|Y\| = P$ ,反之亦然;(2)若  $N$  是相容网,则  $N$  中必存在  $T$ -不变量  $X$ ,使得  $\|X\| = T$ ,反之亦然.

**定义2.13** 称  $X$  是 Petri 网  $PN$  的一个极小支柱  $T$ -不变量,当且仅当不存在  $T$ -不变量  $X', X' \neq X$ ,使得  $\|X'\| \subset \|X\|$ .称  $X$  是 Petri 网  $PN$  的一个极小  $T$ -不变量,当且仅当  $X$  是 Petri 网  $PN$  的一个极小支柱  $T$ -不变量,而且不存在极小支柱  $T$ -不变量