

SHOCK WAVE PHYSICS

汤文辉 编著

冲击波物理



科学出版社

冲击波物理

汤文辉 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

冲击波物理在认识自然世界和改造自然世界两个方面都有重要价值,在国防工程和国民经济建设中具有广泛应用.本书主要介绍了可压缩流动与冲击波的基础知识和基本理论,包括流体的基本性质和流体运动基本方程、平面一维等熵流动、气体中的冲击波和固体中的冲击波等内容.本书取材经典、物理概念严谨清晰、物理图像鲜明直观、数学推导简明扼要,实现了物理与力学的交叉融合,展现了基本理论的灵活运用,体现了基础、简洁、实用和经典相结合的基本原则.

本书可作为高年级本科生教材,也可供相关专业研究生、大学教师、科研人员和工程技术人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

冲击波物理/汤文辉编著. —北京:科学出版社,2011
ISBN 978-7-03-030313-4

I. ①冲… II. ①汤… III. ①冲击波-物理学 IV. ①O347.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 024175 号

责任编辑:窦京涛/责任校对:张凤琴
责任印制:张克忠/封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 3 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2011 年 3 月第一次印刷 印张:16 1/4

印数:1—2 000

字数:320 000

定价:39.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

冲击波(shock wave)也叫激波,它既是一种常见的自然现象,又是一种人类改造自然界的工具.当大量能量在介质(气体、液体或固体)中突然释放或沉积时,就会发生爆炸,产生冲击波.冲击波既可以由自然产生,也可以由人造产生.冲击波物理是研究冲击波在物质中的传播规律和物质在冲击波压缩下的高温高压状态及其性质变化规律的一个学科分支.

在自然力产生的冲击波中,最常见的是雷电冲击波.此外,大地震、火山喷发和陨星撞击等自然现象都会产生冲击波.在宇宙空间,各种星球、星云和星系中也在不断地产生着冲击波现象.自然形成的各种冲击波现象既体现了自然界的无穷奥妙,同时也丰富了自然的运动图像.研究表明,甚至地球上生命的形成过程也是与冲击波密切相关的^①.

地球上的人造冲击波也有多种形式.皮鞭可能是最早产生弱冲击波的工具之一.在马戏团,总能听到驯兽师手中皮鞭特有的嘣啪声,这种声音就是较弱的冲击波产生的.火药和现代化学炸药的发明,使冲击波的应用越来越广泛.众所周知,利用冲击波对周围介质做功并产生高压、高温效应是实现武器弹药杀伤目标的基本原理,威力无穷的核爆炸冲击波更是人类利用智慧展示其巨大力量的一个典范.然而,我们还要看到冲击波的另一面,它同时也是人类改造自然环境的一种强有力工具,如采矿、采石、开山、筑坝、破除旧的建筑物、爆炸加工、爆炸焊接、爆炸复合等.事实表明,冲击波效应在很多工程建设中发挥了重要作用.在科学研究方面,利用强冲击波压缩固体可达到百万大气压以上的压强,从而为高压乃至极端高压下的物性研究提供了条件.由此可见,冲击波不仅与人类日常生活密切相关,而且与国民经济建设、科学技术以及武器装备的发展紧密相连,因此我们需要了解它、认识它、研究它、利用它.

当冲击波在物质中传播时,可使物质的各种性质(包括力学的、热学的、电学的、光学的、化学的等)发生变化.在冲击波所引发的各种现象和过程中,有很多具有完全不同的特点,它们之间甚至没有任何联系,因此有关冲击波的研究内容非常广泛,涉及许多学科分支,如气体动力学、流体力学、热力学与统计物理、分子物理、物理和化学动力论、物理化学、固体物理、化学、材料学、光谱学、辐射理论、天体物理等,这使得冲击波领域还有不少难题有待解决.然而,人们通过长期研究和实践,已经总结出了

^① 格拉斯Ⅱ. 激波和人. 董务民,梁锡智,张保栋译. 北京:科学普及出版社,1984.

冲击波的若干基本规律,要想对冲击波有深入研究,并利用它解决实际问题,就必须从掌握其基本规律开始。

应该说明,冲击波并不是一种孤立的现象,在其传播与相互作用过程中往往同时伴随有简单波.然而,无论是冲击波还是简单波,其传播规律及其相互作用都要在连续介质模型假设下,以普适的基本物理规律为基础,运用数学手段进行分析和求解,因而体现了物理学与力学两大学科之间广泛而深入的交叉.本书主要侧重于阐述波的物理图像及其基本物理性质,因此命名为“冲击波物理”。

本书作为应用物理专业本科生的一本教材,在体系结构与教学内容的安排上,既照顾了他们在流体力学知识方面的不足,也注重发挥他们在物理基础上的优势,因而便于自学.本书体系结构及具体内容如下:

第1章主要介绍流体的性质和基本方程,主要包括流体质点和连续介质模型、流体的热力学性质、流体运动的描述方法、流体运动方程的推导等内容.对于没有系统学习过流体力学知识的读者,这一章的内容是非常重要的,通过学习可以建立流体力学的基本概念,同时掌握最基本的守恒定律在流体运动中的表现形式。

如果流体在运动过程中是可压缩的,且保持熵不变,则在流体运动方程基础上可得到简单波解,因此第2章主要介绍平面一维等熵流动,主要包括波动方程的导出、扰动的传播、特征线、简单波等概念,以及简单波区的解、简单波的相互作用、简单波波形变化的机理和准则等内容。

正常流体中的压缩波一定会发展为冲击波,而冲击波却伴随熵的增加,因而不属于简单波,所以第3章主要介绍理想气体中的冲击波,主要包括冲击波基本关系式的推导、理想气体的冲击压缩线、冲击波的基本性质、冲击波的相互作用、击波管等问题。

固体材料的应用非常广泛,如装甲、导弹壳体以及各种防护工程等大多是由多层固体材料构成的,因此,研究固体的冲击压缩具有重要意义,这就是第4章的内容.由于固体的性质与理想气体有很大差别,所以第4章主要包括固体的物态方程、固体的冲击压缩线、冲击压缩状态与卸载状态的确定、冲击波与界面的相互作用、冲击相变以及弹塑性效应和应力波的初步知识等内容。

作者编写本书的指导思想是:在取材方面力求经典、实用;在基本规律分析方面力图尽可能突出物理本质和物理图像,重视物理和力学概念的交叉融合;在数学推导方面,力求简明扼要,强调基础理论的灵活运用;在写作方面,力求由浅入深、条理清晰,遵循了基础、简洁、实用和经典相结合的原则.为了保证教学效果,书中精选了适当的例题和习题.读者在学习过程中,除独立完成习题外,最好还能自编一些小型程序来求解有关问题.作为冲击波物理的初学者,既要注意掌握其基本概念和基本理论,也要注意掌握分析问题的基本方法,并掌握基本理论的初步应用.此外,为了阐明一些宏观现象的内在机理,书中某些内容还涉及了原子分子的观点,从而突破了宏观

连续介质模型. 作者希望初学者在学习本书后能形成开放的思维体系, 从而为将来更加深入地学习和创新研究打下良好基础.

作者在编写本书过程中阅读了大量相关文献, 受益匪浅, 而且有不少片段参考了相关文献的写法. 但作为教材, 绝大多数内容都是成熟的, 所以并没有将所有参考文献罗列出来, 作者在此向相关文献的作者表示诚挚的感谢!

作者衷心感谢张若棋教授, 他不但是引导作者进入冲击波物理之门的导师, 而且总是给人以榜样的力量; 感谢经福谦院士, 作者在与其交流的过程中增长了冲击波物理知识; 感谢钟辉煌教授和卢芳云教授, 他们的大力支持使本书得以顺利出版; 感谢冉宪文博士, 他参与了若干内容的讨论, 并提出了很多宝贵意见; 感谢科学出版社的编辑, 他们为本书的出版付出了辛勤劳动.

由于作者水平有限, 书中一定存在疏漏和不足之处, 恳请各位专家和读者批评指正!

汤文辉
2010年11月

目 录

前言

第 1 章 流体的性质和基本方程	1
1.1 连续介质模型	1
1.2 流体的基本性质	3
1.3 流体运动的热力学基础	10
1.4 流体运动的描述	22
1.5 流体运动基本方程	38
习题 1	53
第 2 章 平面一维等熵流动	57
2.1 小扰动与声波	57
2.2 特征线、依赖区和影响区	66
2.3 简单波	75
2.4 稀疏波	82
2.5 压缩波	89
2.6 简单波的反射与相交	92
2.7 波形变化的物理机制	96
习题 2	101
第 3 章 气体中的冲击波	103
3.1 概述	103
3.2 冲击波关系式	104
3.3 理想气体中的冲击波	108
3.4 斜冲击波	119
3.5 冲击波的基本性质	123
3.6 冲击波的稳定性	134
3.7 弱冲击波的声学近似	136
3.8 冲击波的相互作用	145
3.9 冲击波厚度	152

3.10 黎曼问题与击波管	154
习题 3	159
第 4 章 固体中的冲击波	162
4.1 固体的物态方程	162
4.2 冲击压缩线与冲击温度	180
4.3 冲击波压缩与卸载	189
4.4 冲击波与界面的相互作用	204
4.5 冲击相变	210
4.6 固体的弹塑性性质	216
4.7 一维应力弹性波	235
4.8 一维应变波	240
习题 4	247
人名译名对照表	250

第 1 章 流体的性质和基本方程

现实世界中的大部分物质都处于流动状态,称为流体,如水、大气等,它们是人类不可分割的伴侣.事实上,无论是航空、航天、航海、水利、气象、农业等领域,还是人造卫星、飞机、车辆、船舶、潜艇、导弹、鱼雷、机械工程等装备的发展和技术进步都离不开流体运动规律,现代流体力学正是随着生产的需要和科学技术的发展而不断发展的.因此,流体运动规律不仅与人类日常生活息息相关,而且与国民经济和国防建设密切相关.

本章主要介绍流体的一些基本知识,包括连续介质模型、流体的基本性质、流体运动的描述方法和流体运动基本方程的推导等内容,掌握这些内容对于冲击波物理的学习具有重要作用.

1.1 连续介质模型

1.1.1 流体与固体

在常态条件下,物质有三种聚集状态,即固态、液态和气态,处于这三种状态的物质分别称为固体、液体和气体.不同物质之所以有不同的状态,是由组成物质的原子或分子之间的结构及其相互作用所决定的.固体中原子(或离子、分子等)按照确定的规则排列,原子之间的相互作用非常强烈,原子只在平衡位置附近做微小振动,在宏观上表现为具有确定的形状和刚度.气体分子(或原子)之间的相互作用较弱,分子间距较大,分子没有确定的位置,在宏观上表现为没有确定的形状和体积(气体的体积决定于其压强和温度,它们之间的关系由物态方程给出).液体是介于固体和气体之间的一种“中间状态”,它同气体一样没有确定的形状,但却与固体一样有确定的体积.液体和气体因为没有确定的形状,具有易于变形和流动的性质,所以被统称为流体,而液体与固体一起又统称为凝聚介质.

从力学分析的角度来看,流体与固体的主要差别在于它们对外力的抵抗能力.固体能承受拉力、压力和剪切力,在这些外力的作用下,固体内部相应产生拉应力、压应力和切应力以抵抗变形,外力或应力不达到一定数值,固体形状不会破坏.流体不能承受拉力,因而流体内部永远不存在抵抗拉伸变形的拉应力.在宏观平衡状态下,流体也不能承受剪切力,任何微小的剪切力都会导致流体连续变形、平衡破坏、产生流动,即使外力撤除,流体也不能恢复到原来的形状.

因此,从力学上对流体的定义可表述为:在任何微小剪切力的持续作用下能够连续不断地变形的物质称为流体.

1.1.2 流体质点与连续介质模型

从统计物理学知,物质都是由大量的分子或原子组成的,这些微观粒子处于永不停息的运动状态.从微观结构上来看,分子有一定的形状,分子之间存在着不同形式的相互作用,因而分子与分子之间必然存在着某些间隙.根据阿伏伽德罗定律推算,在标准状态($T=0^{\circ}\text{C}$, $p=101325\text{Pa}$)下,每立方厘米体积中的气体分子数为 2.7×10^{19} ,液体分子排列更加紧密,每立方厘米体积中液体分子数目为 3×10^{24} .由此可见,物质是由离散的分子组成的,分子间的间隙虽然很小,但总是客观存在的.这是分子物理学研究物质属性及流体物理性质的出发点,同时也是产生体积压缩等许多物理现象的基本原因.

然而,对于研究宏观规律的流体力学来说,一般并不需要探讨分子的微观结构,因此必须对流体的物理实体加以模型化,使之适合于研究大量分子的统计平均特性、有利于找出流体运动或平衡的宏观规律.流体质点和连续介质的概念就是基于这样一种思想而引入的流体力学基本理论模型.

所谓流体质点就是流体中宏观尺寸非常小而微观尺寸足够大的任意一个物理实体,它是流体的最小单位,具有下述四层含义:

(1)流体质点的宏观尺寸非常小.将流体质点的宏观尺寸设定为非常小,是希望能够严格描述流体的各种物理量(如密度、压强、能量、速度、温度等)随空间或时间的分布.那么到底多小是“非常小”?这在各种不同的具体问题中是可以不同的.例如,在一些问题中,流体质点取 1cm^3 就可以了,而在另一些问题中,流体质点的大小必须控制在 1mm^3 量级.在一些特殊的问题中,流体质点甚至可以小到肉眼无法观察、工程仪器无法测量的程度,而对于大气的研究,流体质点的尺度甚至可达数百米以上.常用的参考标准是,流体质点的大小与问题的特征尺度相比要充分小.用数学语言来说,流体质点的宏观尺寸非常小是指质点所占据的宏观体积极限为零,简记为 $\lim \Delta V \rightarrow 0$.应该注意,虽然质点的宏观体积极限为零但并不等于零,它是物理意义上的无限小体积.

(2)流体质点的微观尺寸足够大.所谓微观尺寸足够大,是指流体质点的体积必须大于流体分子尺寸的数量级,以保证在流体质点内包含有足够多的流体分子,从而个别分子的行为不会影响质点总体的统计平均特性.例如,在标准状态下,在 10^{-9}cm^3 的体积内,气体分子数约为 3×10^{10} 个,所以这个体积虽然在宏观上足够小,但在微观上看来却是足够大的.

(3)流体质点是包含有足够多分子在内的一个物理实体,因而在任何时刻都应该具有一定的宏观物理量.例如,流体质点具有质量,其质量就是所包含的分子质量之

和;流体质点具有密度,其密度就是质点的质量除以质点的体积;流体质点具有温度,其温度就是所包含的分子热运动动能的统计平均值;流体质点具有压强,其压强就是所包含分子热运动互相碰撞从而在单位面积上产生的压力的统计平均值.此外,流体质点还具有流速、动量、动能、内能等宏观物理量,这些物理量的值都是质点所包含的所有分子的相应微观量的统计平均值.

(4)流体质点的形状可以任意划定,因而质点和质点之间完全没有间隙,在流体所遍及的空间中,质点紧密毗邻、连绵不断、无所不在.

虽然物质是由分子组成的,而分子是一种离散结构,但在引出流体质点模型后,就意味着流体是由流体质点而不是流体分子组成,因而也就等于假定流体是由无穷多个、无穷小的,但又不呈现具体结构的、紧密毗邻、连绵不断、没有间隙的流体质点所组成的一种连续系统,它们的物理性质和状态同样具有连续分布的特性.这样一种模型化的介质称为连续介质.由此可见,连续介质是一种宏观概念,其应用范围必然是有限制的.

可以预期,当所关心的流体区域的大小与流体分子结构的特征长度的数量级相同时,连续介质模型就会失效.适用于各种气体的特征长度就是分子平均自由程 l . 对于标准状态下的空气,其平均自由程是 10^{-7} m 数量级.对于液体,目前还难以对分子特征长度给出明确定义,一般取分子间距的若干倍作为其特征长度(水分子的间距为 10^{-10} m 数量级).如果考虑直径 d 很小的尘埃或烟尘微粒在大气中的运动($d \sim l$),或者波长为 λ 的高频声波在空气中的传播($\lambda \sim l$)这样一些极端情况,连续介质模型就不再适用了.显然,对于很低压强下的气体,如地球高空或真空室内,连续介质模型必然是不适用的.

从连续介质的观点看,流体力学和固体力学的处理方法有很多共同点,因此它们合称为连续介质力学.在连续介质力学中,通常把流体中任意小的一个微元部分叫做流体微团,当流体微团的体积无限缩小并以某一坐标点为极限时,流体微团就成为处在这个坐标点上的一个流体质点,它在任何瞬时都应该具有一定的物理量,如质量、密度、压强、流速等.因而流体质点的一切物理量必然都是空间坐标与时间变量 (x, y, z, t) 的单值、连续、可微函数,从而形成各种物理量的标量场和矢量场(也称为流场),这样我们就可以方便地运用连续函数和场论等数学工具描述流体的属性,从而对流体的运动和平衡问题进行研究,这就是连续介质模型的重要作用.

1.2 流体的基本性质

1.2.1 密度、比体积、比重、容重和压强

密度、比体积、比重、容重和压强都是流体的最基本的物理量,但它们之间存在一定的相互关系.

流体的密度 ρ 是空间单位体积的平均质量,即

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow \Delta V_0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1.2.1)$$

其中, Δm 为微小体积 ΔV 内的质量, ΔV_0 是宏观上足够小、微观上足够大的体积. 为了数学表示的方便, 通常将式(1.2.1)表示为

$$\rho(x, y, z, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (1.2.2)$$

其中, x, y, z 为空间坐标, t 为时间坐标.

比体积(通常称为比容) v 是单位质量的流体所具有的体积, 所以等于密度的倒数

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (1.2.3)$$

流体的比重 s 是流体的重量与标准状态下相同体积的水的重量之比, 通常表示为所指流体的密度与标准状态下水的密度之比

$$s = \frac{\rho}{\rho_{\text{标准状态水}}} \quad (1.2.4)$$

显然, 比重是一个无量纲量.

容重 γ 是单位体积流体的重量, 因此等于密度与所处位置的重力加速度 g 的乘积

$$\gamma = \rho \cdot g \quad (1.2.5)$$

压强常常被称为压力. 某时刻、空间某点处单位面积上的法向力称为该面积上的平均压强. 如果将该面积取为无限小, 则得到该点的压强. 因此与密度一样, 流体的压强也是空间坐标和时间的函数.

1.2.2 流体的压缩性与热膨胀

既然流体内部分子之间存在着间隙, 当压强增大时, 分子间距必然减小, 因而体积压缩. 若温度升高, 则分子间距增大, 体积膨胀. 因此, 流体的体积(或密度)是随压强和温度而变化的, 流体都具有这种能压缩、可膨胀的性质, 但气体的压缩性和膨胀性比液体更显著.

1. 体积模量

当流体受到的压强增大时体积将减小, 这种性质称为流体的压缩性. 设流体的温度为 T 、压强为 p 、相应的体积为 V . 当温度不变, 压强增大到 $p + \Delta p$ 时, 流体体积减小到 $V - \Delta V$. 压强的变化量 Δp 与体积相对变化量 $-\Delta V/V$ 之比值的极限称为流体的体积模量(也称体积压缩模量或等温压缩模量), 用符号 B 表示, 即

$$B = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left[-\frac{\Delta p}{\Delta V/V} \right]_T = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left[-V \frac{\Delta p}{\Delta V} \right]_T = -V \left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_T \quad (1.2.6)$$

有时也用 B_T 表示等温体积模量, 但在习惯上, 对于等温过程常常不加上标“ T ”.

体积模量的物理意义是,当温度不变时,每产生一个单位体积相对变化率所需要的压强变化量. B 值越大,表明流体越难压缩.

体积模量的倒数称为体积压缩系数(也称等温压缩系数或压缩率),用 κ 表示,因此

$$\kappa = \frac{1}{B} = -\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial p} \right]_T \quad (1.2.7)$$

体积压缩系数的物理意义是,当温度不变时,每增加单位压强所产生的流体体积相对变化率.

对于等熵过程,可类似地定义等熵体积模量 B_s 和等熵压缩系数 κ_s 如下:

$$B_s = \frac{1}{\kappa_s} = -V \left[\frac{\partial p}{\partial V} \right]_s \quad (1.2.8)$$

2. 膨胀系数

设流体在压强 p 温度 T 时的初始体积为 V .当压强不变,温度增加到 $T+\Delta T$ 时,流体体积膨胀到 $V+\Delta V$.体积相对变化量 $\Delta V/V$ 与 ΔT 之比值的极限称为流体的体积膨胀系数,用 α_v 表示,即

$$\alpha_v = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta V/V}{\Delta T} \right]_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta V}{\Delta T \cdot V} \right]_p = \frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_p \quad (1.2.9)$$

体积膨胀系数的物理意义是,当压强不变时,每增加单位温度所产生的流体体积相对变化率.

3. 可压缩流体与不可压缩流体

为了研究问题的方便,规定体积压缩系数和体积膨胀系数完全为零的流体叫做不可压缩流体.这种流体受压时体积不减小,受热时体积不膨胀,因而其密度、比体积、相对密度均为恒定常数.显然,讨论这种流体的平衡和运动规律时要简单得多.但是,绝对不可压缩的流体实际上并不存在,因此不可压缩只是一个理想模型.

液体的可压缩性较小,所以在通常条件下可忽略其可压缩性,而直接用不可压缩流体理论进行分析,所得结果与实际情况往往是非常接近的.气体的可压缩性比较大,所以气体平衡和运动的大多数问题需要采用可压缩流体理论来处理.但在一定条件下(如低温、低压、低速),考虑或不考虑气体的压缩性,所得结果有时相差并不大,因此作为近似分析,也可以采用不可压缩流体理论来处理这种问题,这样既可简化计算又可得到较准确的结果.

应该明确,可压缩与不可压缩是两个截然不同的概念.虽然液体平衡和运动的绝大多数问题可以用不可压缩流体理论解决,但可压缩流动的应用仍然非常广泛,在诸如高速飞机、导弹及其动力装置等的设计中,都必须考虑可压缩流动的影响.

1.2.3 流体的黏性

已知流体在平衡时不能承受剪切力,或者说,静止流体在任何剪切力的持续作用下都会发生连续变形,从而产生流动.流体处于运动状态时,流体内部对于相邻两层流体间的相对运动(或剪切变形)具有抵抗作用,相应的抵抗力称为黏性力或黏性应力.流体抵抗剪切变形的性质就是黏性.黏性引起摩擦,是流体抵抗剪切变形的一种属性,而固体没有这种属性.但是,不同流体在同样的剪切力作用下,会具有不同的变形速度,这反映了不同流体在抵抗剪切变形能力上的差别.

1. 牛顿内摩擦定律

早在 1687 年,牛顿就进行了剪切流动实验研究.如图 1.1 所示,在互相平行且间隙 δ 很小的两平板之间充满液体,令下板固定不动,对上板施加力 F ,使其以匀速度 u_0 沿 x 方向运动.由于流体与固体分子间存在一定的附着力,紧贴上层的一层流体将与上层一起以速度 u_0 运动,紧贴下层的一层流体则固定不动.在液体内部,由于液体分子间存在相互作用力,上层流体必然带动下层流体运动,而下层流体必然阻滞上层流体,于是在液流横截面上形成一速度分布.当间隙 δ 很小时,流体的速度沿 y 方向的分布近似为直线,即 $u = ky$,其中 k 为常数,如图 1.1 所示.

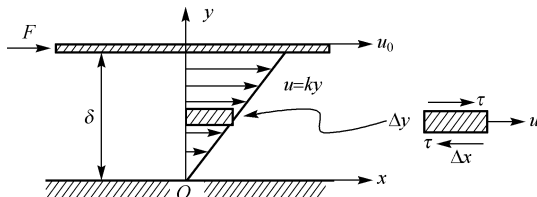


图 1.1 流体的黏性

由于不同速度的流体层之间存在相对运动,所以在层与层之间产生内部摩擦力或切应力 τ . 如果在液体内部取出与 x 轴平行的一个薄层作为分离体,则上面比它运动速度大的液层作用在其上的切应力向右,下面比它运动速度小的液层作用在其上的切应力向左.这种切应力作为流体内力,总是大小相等方向相反地成对出现,并分别作用在紧邻的两层流体上.如果取液体外边界的上、下平板作为分离体,则液体的切应力表现为阻止上板运动的摩擦力或拖动下面固定平板的摩擦力.如果取整个液体作为分离体,运动平板拉动顶部液层向右,而固定平板阻止底部液层运动.

实验研究结果表明,推动上板的外力 F 与上板运动速度 u_0 及摩擦面积 A 成正比,与两板之间的距离 δ 成反比.因此流体的内摩擦力为

$$F = \mu \frac{u_0}{\delta} A$$

其中, μ 为比例常数, 它与流体的性质及其温度、压强等状态参量有关. 可以看出, 液体的摩擦与固体的摩擦规律不同, 外力 F 的大小, 也就是流体对上板的摩擦力与上板的正压力没有任何关系.

流体的切应力为

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u_0}{\delta} \quad (1.2.10)$$

其中, $\frac{u_0}{\delta}$ 就是沿速度的垂直方向每单位长度上的速度变化率, 称为速度梯度, 所以式 (1.2.10) 反映出流体中的切应力与速度梯度成正比. 当两平板间的速度分布 $u = u(y)$ 为直线时, 流体横截面上各点的速度梯度是一个常数, 因而流体横截面上各点的切应力也是一个常数.

在一般情况下, 流体截面上的速度分布并不是直线, 而是 y 坐标的函数, 即 $u = u(y)$, 如图 1.2 所示, 此时流体截面上一点的速度梯度 $\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{du}{dy}$ 同样是 y 坐标的函数, 因而流体中切应力必然也是 y 坐标的函数, 其大小为

$$\tau = \mu \left| \frac{du}{dy} \right| \quad (1.2.11)$$

式 (1.2.11) 就是著名的牛顿黏性定律, 也称为牛顿内摩擦定律, 其物理意义是切应力与速度梯度成正比. 显然, 式 (1.2.10) 只是它的一个简化特例.

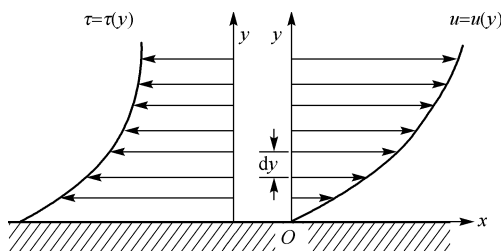


图 1.2 流体截面上速度非线性分布时的切应力

牛顿黏性定律适用于空气、水、石油等绝大多数机械工业中常用的流体. 但是, 并不是所有的流体都满足牛顿黏性定律, 例如, 化工、轻工、食品等工业中所用到的流体大都不满足牛顿黏性定律. 符合牛顿黏性定律的流体称为牛顿流体, 否则为非牛顿流体. 非牛顿流体包括塑性流体 (如牙膏、凝胶等)、假塑性流体 (如高分子溶液、泥浆等) 和胀塑性流体 (如油漆、油墨等) 等类型.

2. 黏性系数

对于牛顿流体, 利用式 (1.2.11) 得到代表黏性大小的比例常数为

$$\mu = \frac{\tau}{|du/dy|} \quad (1.2.12)$$

比例常数 μ 通常称为流体的(动力)黏性系数,其物理意义是单位速度梯度下的切应力,所以从 μ 的大小可以直接判断出流体黏性的大小.动力黏性系数的常用单位为 $\text{Pa} \cdot \text{s}$.

在流体力学中,除使用动力黏性系数外,还经常使用运动黏性系数,它定义为动力黏性系数 μ 与流体密度 ρ 的比值,即

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.2.13)$$

运动黏性系数 ν 的物理意义是动力黏性与密度之比,其常用单位为 m^2/s .

从宏观上看,黏性是流体抵抗剪切变形的一种属性.流体处于平衡状态时,其黏性无从表现,只有当流体运动时,流体的黏性才能显示出来.它不仅影响流体运动的形态和性质,而且也影响流体运动中许多物理量的数值.

从微观看,黏性是分子间相互作用和分子动量输运性质的宏观体现(分子运动有三个输运性质,除动量输运外,还有能量输运和质量输运,前者的宏观表现为热传导,后者的宏观表现为扩散).也就是说,流体对切应力的阻抗取决于流体内聚力(内部分子之间的相互作用力)及分子动量的传递.一般来说,气体的黏性随温度的增加而增加,而液体的黏性则随温度的增加而减小.这是因为,对于气体,内聚力很小,分子动量传递是其产生黏性的主要原因,而动量随温度的升高而增加.对于液体,密度较高,内聚力是其产生黏性的主要原因,而内聚力随温度增加而减小.

例 1.1 一块 1mm 厚的薄板在两块固定的平板中间拉过,平板间的间隔为 2mm .移动薄板的面积为 $0.2\text{m} \times 0.2\text{m}$,且与固定板是等间距的.两平板间充满 90°C 的某润滑油,其动力黏性系数为 $1.48 \times 10^{-2} \text{Pa} \cdot \text{s}$,求以 1m/s 的速度拉动这块板所需要的力.

解 根据题意,动板与两边平板间的间隙 δ 为 0.5mm .由于切应力产生在动板的两边,所以动板的面积为

$$A = 2 \times 0.2\text{m} \times 0.2\text{m} = 0.08\text{m}^2$$

假定薄板运动时两板间油的速度为线性分布,因此速度梯度为

$$\frac{du}{dy} = \frac{u}{\delta}$$

所以,拉动平板以 1m/s 的速度运动所需要的力为

$$F = \frac{\mu A u}{\delta} = 1.48 \times 10^{-2} \text{Pa} \cdot \text{s} \times 0.08\text{m} \times 1\text{m/s} \times \frac{1}{0.0005\text{m}} = 2.37\text{N}$$

3. 理想流体

理想流体是流体力学中的一个重要模型.不存在黏性,即黏性系数为零

($\mu=\nu=0$)的流体称为理想流体或无黏性流体,更确切地说,这时的流动称为理想流动.这种流体在运动时没有内摩擦,也就是说没有内耗散或损失,而且在它与固体接触的边界上也不存在摩擦力.理想流体虽然事实上并不存在,但这种理论模型却有重大的理论价值和实际价值.因为在一定的情形下,或者至少在特定的流动区域中,黏性并不起重要作用,所以非常接近于理想流动.忽略黏性比较容易分析其力学关系,而所得结果与实际情况并无太大差别.流体黏性虽然在有些问题中不可忽视,但作为由浅入深的一种手段,我们也可以先讨论理想流体的运动规律,然后再考虑有黏性影响时的修正方法,这样对于问题的解决会带来很大的方便.

总而言之,理想流体虽然不存在,但理想流体运动学和动力学定论严谨、适用的范围广泛,因而对于很多实际问题的解决具有重要作用.

1.2.4 流体运动的分类

就一般来说,流体运动是非常复杂的,所以在进行具体研究之前将流体运动分类具有实际意义.然而,连续介质流体有多种运动形式和特点,所以分类方式多种多样.

如果按运动过程中是否产生黏性的性质分类,可分为有黏流动(实际流动)和无黏流动(理想流动);按流动结构特点分类,可分为湍流和层流;按与时间的依赖关系可分为定常流动和非定常流动;按物理量在空间的分布情况可分为均匀流动和非均匀流动;按物理量与空间坐标的依赖关系,可分为一维流动、二维流动和三维流动;按速度矢量的旋度是否为零可分为有旋流动和无旋流动;按密度是否变化可分为可压缩流动和不可压缩流动;如此等等.比较常见的一种是按流体运动的物理背景进行分类,即将流动分为无黏性流动和黏性流动(图 1.3),它们都包括可压缩流动和不可压缩流动.

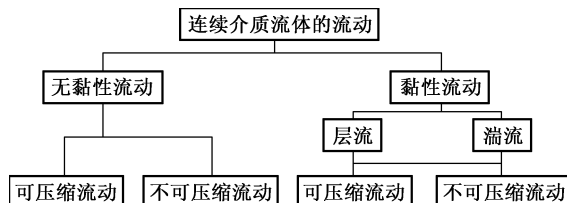


图 1.3 流体运动的分类

在客观上,所有的流体都具有黏性,因此在一般连续介质流体力学中,黏性流动是最重要的,它又可分为层流和湍流两种情况.在层流状态,流动结构的特点是以层状体或以分层运动的形式出现;在湍流状态,流动的结构特点是以随机的、叠加在平均运动的流体质点上的三维运动形式出现的.例如,一根燃着的香烟,当烟迹离香烟不远、呈直线型时是层流;当烟迹继续升高,分裂为随机的不规则状态时,就是湍流.又如,江河中常见的漩涡是湍流,而血管内的流动通常为层流.

1.3 流体运动的热力学基础

在研究流体动力学问题时,需要确定流体的各种物理量随空间和时间的变化.流体的运动形式虽然复杂,但总是要受基本物理规律的约束.支配可压缩流体运动的四条物理基本定律是:质量守恒定律,动量守恒定律(牛顿第二定律),能量守恒定律(热力学第一定律)和热力学第二定律(熵增加原理).因此,在分析可压缩流体运动规律时,热力学知识有着非常重要的作用.基于这一原因,本节在冲击波物理所涉及的热力学范围内,说明其一般观点和处理方法,并列出必要的公式,但并不是完整地叙述热力学理论.

1.3.1 热力学基本概念

状态:即热力学系统的状态,是指热力学系统所处的状况.处于一定状况下的热力学系统具有一定的宏观物理性质,因此热力学系统的状态是由表征系统宏观物理性质的参量(如压强、温度、体积等)来确定或反映的.

平衡态:对于一定的热力学系统,在外界对它既不做功,也不传热的条件下,无论其初始状况如何,经过一定时间后,必将达到其宏观物理性质不随时间变化的状态,这种状态称为热力学平衡状态,简称为平衡态.所谓平衡,就是没有各种量的空间梯度,如压强梯度、温度梯度等.显然,系统处于平衡态时具有确定的状态参量.

在流体动力学中,按照连续介质假设,所研究的是流体质点的运动规律.而流体质点相对于整个系统来说是一个宏观小(但微观大)的局部区域,为了能够描写各物理量随空间和时间的连续变化,首先必须假设每一个流体质点在每一时刻都处于热力学平衡状态,这就是局部热动平衡假设.

热力学过程:简称过程,是热力学系统从一个状态向另一个状态的过渡,或者说热力学状态随时间的变化.按照过程所经历的中间状态的性质,可以把热力学过程分为准静态过程和非静态过程;按照过程的逆过程性质,可以把热力学过程分成可逆过程和不可逆过程.

准静态过程:也叫平衡过程,在状态转变过程中,所经历的所有中间状态都接近于平衡状态,或者说在转变过程中的每一瞬间,系统都处于平衡状态,这样的过程称为准静态过程.假如在无摩擦、无阻力的条件下,过程进行得无限缓慢,即在每一个中间状态都停留足够长的时间,使其达到平衡状态,那么这样的过程可以认为是准静态过程.而实际上,任何实际过程总是在有限时间内完成的,不可能是无限缓慢的,所以都不可能是严格的准静态过程,但在许多情况下,可近似地把实际过程当作准静态过程来处理.

可逆过程:在一个过程中,系统发生了变化,外界也要发生变化,如果系统从状态

A 变化到状态 B 的过程具有这样的性质,即当系统再从状态 B 回到状态 A 时,在原过程中外界所产生的一切变化也同时被消除,而没有留下任何痕迹,那么这个过程就称为可逆过程.不存在任何耗散性效应(如摩擦、阻尼、黏滞等)的准静态过程是可逆过程.显然,一切实际过程都不可能是可逆过程,而只能接近于可逆过程.可逆过程的概念,是对实际过程的理想化抽象.

不可逆过程:系统和外界经某过程而发生变化之后,若不能同时回复到初始状态,这样的过程称为不可逆过程.

绝热过程:是系统与外界不发生热传递的情况下进行的过程.在绝热过程中,若外界对系统做功,则系统的内能增大;若系统对外界做功,则系统的内能减小.

态函数:系统处于平衡态时有确定的状态参量,或者说,其状态可由一组独立的状态参量来描述.如果一个参量是状态参量的单值函数而与过程无关,则这个参量就是态函数.

内能:系统的内能是系统所具有的由其状态决定的能量,因此是一个态函数,常用符号 E 表示.从微观上看,内能是系统中所有分子热运动动能和分子间相互作用势能之和.单位质量物质的内能称为比内能,常用符号 e 表示.

焓:也称为热焓,也是表示系统能量的一个态函数,它被定义为系统的内能与压强和体积的乘积之和,常用符号 H 表示.单位质量物质的焓称为比焓,常用符号 h 表示,因此

$$h = e + pv \quad (1.3.1)$$

熵:是热力学中的一个重要的态函数,常用符号 S 表示.如果取某一状态 A 为基准态,一个既定的热力学系统处于此状态时熵值为 S_A ,则该系统处于任意平衡态 B 的熵值 S_B 满足

$$S_B - S_A \geq \int_A^B \frac{\delta Q}{T} \quad (1.3.2)$$

其中, δQ 为系统发生一个小的状态变化时从热源获得的热量,等号对应可逆过程,大于号对应不可逆过程.此外,由于熵值越大的状态,系统内粒子热运动越无序,因此,熵值可看作热力学系统状态无序程度的度量.

为区别态函数和非态函数,对于热量和功等非态函数,其小量用符号 δ 表示,而态函数的小量用微分号 d 表示.

等熵流动模式:若任意一个流体质点的熵都不随时间变化,即

$$\frac{dS}{dt} = 0 \quad (1.3.3)$$

这样的流动称为等熵流动.

均熵流动模式:若所有流体质点的熵都相同,且不随时间而变化,这样的流动称为均熵流动.因此,均熵流动条件为

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = 0 \\ \nabla S = \mathbf{i} \frac{\partial S}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial S}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial S}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (1.3.4)$$

绝热流与等熵流:绝热与等熵有时被误认为是完全可互换的术语,其实二者是不同的.按定义,对于绝热流动,处处没有热量的传递;对于等熵流动,处处有 $dS/dt=0$.显然,只有当流体内部没有耗散时,绝热流才是等熵流.

自由能:是个态函数.系统的内能减去温度与熵的乘积就是自由能,单位质量物质的自由能称为比自由能,常用符号 f 表示,因此

$$f = e - TS \quad (1.3.5)$$

吉布斯函数:也称为吉布斯自由能、自由焓或热力势,是一个态函数,它等于焓减去温度与熵的乘积.因此比吉布斯函数为

$$g = h - Ts = e + pv - TS \quad (1.3.6)$$

物态方程:通常是指热力学系统处于平衡态时,压强、温度和体积等宏观热力学参量之间的函数关系.更加严格地说,物态方程是指描述平衡态的独立参量与其他参量之间的关系.广义地说,物态方程泛指物质系统的热力学性质.

1.3.2 热力学第一定律和第二定律

热力学第一定律:外界传给系统的热量等于系统内能的增加和系统对外界所做的功的和.这是热力学的基本定律之一,它表明能量是守恒的,且能量的形式可以转化.对于一个无限小的过程,热力学第一定律可表示为

$$\delta Q = dE + \delta W \quad (1.3.7)$$

其中, δQ 是系统从外界吸收的热量, dE 是系统内能的增加, δW 是系统对外界所做的功.

在某一过程中,如果系统从外界吸收热量 ΔQ ,温度升高 ΔT ,则系统的热容量定义为

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (1.3.8)$$

它表示系统升高单位温度时所吸收的热量.

单位质量物质的热容量称为比热容.当系统的体积不变时,单位质量的物质改变单位温度所吸收或放出的热量称为定体比热容.由于体积不变,系统不对外做功,所吸收的热量全部用来提高内能,所以

$$(\Delta Q)_v = \Delta E$$

于是定体比热容为

$$C_v = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{(\Delta Q)_v}{m \Delta T} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{(\Delta e)_v}{\Delta T} = \left[\frac{\partial e}{\partial T} \right]_v \quad (1.3.9)$$

其中, m 为系统中物质的质量.

在等压过程中,单位质量物质升高或降低单位温度所吸收和放出的热量称为定压比热容.因为在等压过程中,系统从外界吸收的能量等于系统焓的增加,所以定压比热容可表示为

$$C_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{(\Delta Q)_p}{m \Delta T} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{(\Delta H)_p}{m \Delta T} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{(\Delta h)_p}{\Delta T} = \left[\frac{\partial h}{\partial T} \right]_p \quad (1.3.10)$$

热力学第二定律是热力学的基本定律之一.这个定律是对在有限空间和时间内,一切与热运动有关的物理、化学过程的发展都具有不可逆性这一事实的总结,因此这个定律指明了所有与热运动有关的过程的发展方向.它有三种表述方式.

(1) 克劳修斯表述:热量不可能自动地由低温物体向高温物体传递.

(2) 开尔文表述:不存在这样一种循环过程,系统从单一热源吸收热量并全部转变为对外做功,也就是说,第二类永动机是不可能造成的.

(3) 熵增加原理:在孤立系统中所发生的一切实际过程,总是使整个系统的熵值增大.

事实上,在引入熵的概念后,式(1.3.2)就是热力学第二定律的积分形式,其微分形式为

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \quad (1.3.11)$$

1.3.3 热力学基本关系式

利用热力学的四个特性函数,即比内能 e 、比焓 $h(h=e+pv)$ 、比自由能 $f(f=e-TS)$ 和比吉布斯函数 $g(g=h-TS)$,可写出热力学基本微分方程为

$$de = Tds - pdv \quad (1.3.12)$$

$$dh = Tds + vdp \quad (1.3.13)$$

$$df = -SdT - pdv \quad (1.3.14)$$

$$dg = -SdT + vdp \quad (1.3.15)$$

利用式(1.3.12)有

$$T = \left[\frac{\partial e}{\partial s} \right]_v$$

$$p = - \left[\frac{\partial e}{\partial v} \right]_s$$

将上面两式分别对比体积和熵求偏导有

$$\left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_s = \frac{\partial^2 e}{\partial s \partial v}, \quad \left[\frac{\partial p}{\partial s} \right]_v = - \frac{\partial^2 e}{\partial s \partial v}$$

所以

$$\left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_s = - \left[\frac{\partial p}{\partial s} \right]_v \quad (1.3.16)$$

采用同样方法,由另外三个关系式可得到下面的方程:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_s = \left[\frac{\partial v}{\partial S} \right]_p \quad (1.3.17)$$

$$\left[\frac{\partial S}{\partial v} \right]_\tau = \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \quad (1.3.18)$$

$$\left[\frac{\partial S}{\partial p} \right]_\tau = - \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p \quad (1.3.19)$$

关系式(1.3.16)~式(1.3.19)称为麦克斯韦方程.

例 1.2 证明流体物质的等温压缩系数与等熵压缩系数之比等于定压比热容与定体比热容之比.

证 由热力学基本微分方程 $de = Tds - pdv$ 有

$$C_v = \left[\frac{\partial e}{\partial T} \right]_v = T \left[\frac{\partial S}{\partial T} \right]_v$$

由另一个基本微分方程 $dh = Tds + vdp$ 有

$$C_p = \left[\frac{\partial h}{\partial T} \right]_p = T \left[\frac{\partial S}{\partial T} \right]_p$$

设熵 S 是 p, v 的函数,则有

$$dS = \left[\frac{\partial S}{\partial p} \right]_v dp + \left[\frac{\partial S}{\partial v} \right]_p dv$$

因此

$$\begin{aligned} TdS &= T \left[\frac{\partial S}{\partial p} \right]_v dp + T \left[\frac{\partial S}{\partial v} \right]_p dv \\ &= T \left[\frac{\partial S}{\partial T} \right]_v \left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_v dp + T \left[\frac{\partial S}{\partial T} \right]_p \left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_p dv \\ &= C_v \left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_v dp + C_p \left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_p dv \end{aligned}$$

将上式用于等熵过程, $dS=0$, 于是

$$\begin{aligned} C_v \left[\frac{\partial T}{\partial p} \right]_v dp + C_p \left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_p dv &= 0 \\ \left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_s &= - \frac{C_p}{C_v} \frac{(\partial T / \partial v)_p}{(\partial T / \partial p)_v} = - \gamma \left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_p \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \end{aligned}$$

利用循环关系

$$\left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_p \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_\tau = -1$$

有

$$\left[\frac{\partial T}{\partial v} \right]_p \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v = - \frac{1}{(\partial v / \partial p)_\tau}$$

于是

$$\left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_s = \gamma \frac{1}{(\partial v / \partial p)_T}$$

所以

$$\frac{\kappa}{\kappa_s} = \frac{(\partial v / \partial p)_T}{(\partial v / \partial p)_s} = \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

1.3.4 物态方程

要解决可压缩流体动力学问题,也就是在一定的初始条件与边界条件下,给出压强、比体积、温度以及运动速度等物理量与空间和时间坐标的函数关系.然而,物理学三大守恒定律以及热力学第二定律是反映自然规律的普遍理论,而这些普遍理论并不能描述一种流体与另一种流体相区别的独特性质.很显然,即使初边条件一样,不同流体的动力学行为也是有差别的,因此,要反映出不同流体运动规律的差别,必须引入描述流体基本热力学性质的物态方程.

对于理想气体,其物态方程为

$$pv = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T \quad (1.3.20)$$

其中, $\mathcal{R} = 8.314 \text{ J}/(\text{g} \cdot \text{mol})$ 为普适气体常数, $\mathcal{M}$ 为摩尔分子量.如果把 p 和 v 看作是独立参量,则 T 为非独立参量,式(1.3.20)即是 T 与独立变量 p 和 v 之间的函数关系.当然,物态方程中的独立参量是任选的,一般根据问题的需要进行合理选择.

对于实际气体,必须考虑分子间的相互作用及分子所占体积的影响,常用的物态方程是范德瓦耳斯(van der Waals)方程

$$(p + a\rho^2) \left[\frac{1}{\rho} - b \right] = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} T \quad (1.3.21)$$

其中, a 和 b 为常数,分别与分子间吸引力和分子体积相关.虽然范德瓦耳斯方程描述的仍然是较稀薄的气体,但稠密气体往往可以在此基础上通过适当修正而得到较满意的结果.

对于液体,其物态方程尚没有严格的理论,所以人们常常采用经验方程.例如,泰特(Tait)方程就是常用的一种

$$\frac{p+B}{B} = \left[\frac{\rho}{\rho_0} \right]^n \quad (1.3.22)$$

其中, B 和 n 为材料常数.

对于高压下的固体,在本质上仍然属于可压缩流体.如果压强不是很高,可采用默纳汉(Murnaghan)方程描写密度与压强之间的关系

$$p = A \left[\left[\frac{\rho}{\rho_0} \right]^n - 1 \right] \quad (1.3.23)$$

其中, A 和 n 均为材料常数.

其实,液体的泰特方程与固体的默纳汉方程是一致的.事实上,液体和高压下的

固体属于凝聚介质,具有相近的热力学性质,可采用统一的物态方程形式.在冲击波物理领域,人们常用格林艾森方程描述凝聚介质在高压下的热力学性质.关于格林艾森方程,本书第4章有详细介绍,这里只写出其函数形式为

$$p = p(\rho, e) \quad (1.3.24)$$

如果把温度考虑进来,物态方程也可表示为

$$\begin{cases} p = p(\rho, T) \\ e = e(\rho, T) \end{cases} \quad (1.3.25)$$

可以看出,密度是物态方程中的一个自变量,反映了流体的可压缩性.如果物态方程可表示为

$$\rho = \rho_0 = \text{const}$$

则流体的运动退化为不可压流体运动.

从广义的角度看,物态方程泛指物质的热力学性质,而正常物质都具有若干普遍性的基本性质,但有一些性质往往无法证明,因而通常被当作基本假定看待.正常物质的常用基本性质如下:

(1) 在 p - v 平面上,等熵压缩线是上凹的双曲线,因而有

$$\left[\frac{\partial p}{\partial v} \right]_s < 0 \quad \text{且} \quad \left[\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} \right]_s > 0 \quad (1.3.26)$$

(2) 比体积不变时,压强随熵的增加而增加,即

$$\left[\frac{\partial p}{\partial S} \right]_v > 0 \quad (1.3.27)$$

1.3.5 理想气体

不考虑分子之间的相互作用以及分子具有一定的体积,就得到理想气体模型.很多实际气体都可近似为理想气体,这是一种非常典型的可压缩流体.

从热力学知,理想气体的比内能只是温度的函数,根据热力学关系式,比焓也只依赖于温度,即

$$e = e(T), \quad h = h(T) \quad (1.3.28)$$

一般而言,理想气体的定体比热容和定压比热容都是温度的函数,但是,如果不考虑内部自由度(分子的转动和振动)的激发,定压比热容 C_p 和定体比热容 C_v 均为常数,绝热指数 γ 也为常数,即

$$\begin{cases} C_p = \text{const} \\ C_v = \text{const} \\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \text{const} \end{cases} \quad (1.3.29)$$

在气体动力学中,人们通常把 γ 为常数的理想气体称为完全气体.

利用热力学关系式及理想气体的物态方程,可得到理想气体的定压比热容和定体比热容之间有如下简单关系:

$$C_p - C_v = T \left[\frac{\partial p}{\partial T} \right]_v \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p = \frac{R}{M} \quad (1.3.30)$$

于是有

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{R}{M} \quad (1.3.31)$$

$$C_v = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{R}{M} \quad (1.3.32)$$

从统计物理学可知,气体的定体比热容和绝热指数可分别表示为

$$C_v = \frac{f}{2} \frac{R}{M} \quad (1.3.33)$$

$$\gamma = \frac{f+2}{f} \quad (1.3.34)$$

其中, f 为分子内部自由度. 对于单原子分子, $f=3$, $\gamma=5/3$. 对于双原子分子, 当温度很低时, 内部振动和转动自由度都不激发, $f=3$, $\gamma=5/3$; 当温度很高时, 内部振动和转动自由度都激发, $f=7$, $\gamma=9/7$; 当温度适中时, 振动自由度不激发, 而转动自由度激发, $f=5$, $\gamma=7/5$ ^①.

如果理想气体经历等熵过程, 其状态变化可通过式(1.3.35)描述

$$p = A \rho^\gamma \quad (1.3.35)$$

其中, A 为与熵有关的常数.

1.3.6 内能对温度的依赖关系

某些流体的内能只依赖于温度, 下面对这种情况的一般条件进行分析. 首先假定 $e=e(p, T)$, 从而有

$$de = \left[\frac{\partial e}{\partial p} \right]_T dp + \left[\frac{\partial e}{\partial T} \right]_p dT \quad (1.3.36)$$

如果能给出 $(\partial e / \partial p)_T = 0$ 条件, 就得到了关系式 $e=e(T)$, 这时流体的内能只依赖于温度. 从式(1.3.12)有

$$\left[\frac{\partial e}{\partial p} \right]_T = T \left[\frac{\partial S}{\partial p} \right]_T - p \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T$$

利用麦克斯韦方程(1.3.19)有

$$\left[\frac{\partial e}{\partial p} \right]_T = -T \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p - p \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T \quad (1.3.37)$$

式(1.3.37)给出了内能对压强的依赖关系, 但在下面两种情况下有 $(\partial e / \partial p)_T = 0$.

① 汤文辉, 张若棋. 物态方程理论及计算概论. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2008: 40.

(1) 不可压缩流体. 这时 $v = \text{常数}$, $(\partial v / \partial T)_p = 0$, $(\partial v / \partial p)_T = 0$, 于是式(1.3.37)给出 $(\partial e / \partial p)_T = 0$, 从而式(1.3.36)给出 $e = e(T)$. 这一结果说明, 不可压缩流体的内能不可能依赖于压强.

(2) v 仅依赖于 p/T 的流体. 因为 $v = f(p/T)$, 利用微分法则有

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p &= -\frac{p}{T^2} f' \left[\frac{p}{T} \right] \\ \left[\frac{\partial v}{\partial p} \right]_T &= \frac{1}{T} f' \left[\frac{p}{T} \right] \end{aligned}$$

这里 f' 表示函数 f 对自变量 p/T 的导数. 将上两式代入式(1.3.37)得 $(\partial e / \partial p)_T = 0$, 于是内能仅依赖于温度. 我们注意到, 满足“ v 仅依赖于 p/T ”的一个重要实例就是理想气体. 可以看出, 这一过程实际上给出了式(1.3.28)的证明.

1.3.7 理想气体的体积模量与膨胀系数

在体积模量的定义式中将体积改为比体积(参见习题 1.3), 并将物态方程(1.3.20)代入, 得到理想气体的体积模量为

$$B = -v \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{R}{M} \frac{T}{v} \right]_T = p \quad (1.3.38)$$

因此 B 与 p 成正比. 这说明理想气体在压强较低时, 压缩模量小, 气体容易被压缩. 反之, 随着压强的提高, 压缩模量增大, 对气体的压缩越来越困难.

采用同样的方法, 求出理想气体的膨胀系数为

$$\alpha_v = \frac{1}{v} \left[\frac{\partial v}{\partial T} \right]_p = \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{R}{M} \frac{T}{p} \right]_p = \frac{1}{T} \quad (1.3.39)$$

因此 α_v 与 T 成反比. 在 $T = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$ 时, $\alpha_v = \frac{1}{273} \text{K}^{-1}$. 实验测量表明, 所有气体的 α_v 都近似地等于 $1/273$, 这就是盖-吕萨克(Gay-Lussac)定律: 当压强不变时, 温度每升高 1°C , 一定质量气体的体积增加在 0°C 时体积的 $1/273$. 当然, 这个定律只对理想气体才严格成立.

例 1.3 (1) 计算水从 $p = 10^5 \text{Pa}$ 等温压缩到 10^7Pa 时密度的变化率, 已知水的平均体积模量为 $B = 2 \times 10^9 \text{Pa}$. (2) 计算理想气体从 $p = 10^5 \text{Pa}$ 等温压缩到 $p = 2 \times 10^5 \text{Pa}$ 时密度的变化率.

解 (1) 因为

$$B = -V \frac{dp}{dV} = \rho \frac{dp}{d\rho}$$

所以

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{\rho} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{B} = \frac{p_2 - p_1}{B} = \frac{10^7 - 10^5}{2 \times 10^9} = 0.495 \times 10^{-2}$$

$$\ln \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} \right] = 0.495 \times 10^{-2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1.00496$$

最后有

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = 0.00496 \approx 0.5\%$$

$$(2) \quad \frac{p}{\rho} = \frac{R}{M} T = \text{const}$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1} = 2$$

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = 2 - 1 = 100\%$$

1.3.8 声速、马赫数、雷诺数

1. 声速

声速又称为音速,也就是声波在介质中的传播速度,但声速并不是固定不变的,它与物质所处的热力学状态有关,其定义为

$$c^2 = \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_s \quad (1.3.40)$$

它可进一步用等熵体积弹性模量 B_s 来表示,即

$$c = \sqrt{\left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_s} = \sqrt{\frac{B_s}{\rho}} \quad (1.3.41)$$

因此,声速是一个热力学变量.从物质的基本性质式(1.3.26)可知,声速是一个恒为正的物理量.

对于理想气体,利用等熵方程(1.3.35)可得到其声速的表达式为

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R}{M} T} \quad (1.3.42)$$

从式(1.3.42)可以看出,理想气体的声速与绝对温度的平方根成正比.对于空气,其声速可近似表示为

$$c = \sqrt{1.402 \times \frac{8314}{28.98} T} = 20.055 \sqrt{T} (\text{m/s}) \quad (1.3.43)$$

对于 0°C 的空气,其声速为

$$c = \sqrt{1.402 \times \frac{8314}{28.98} \times 273.15} = 331.46 (\text{m/s})$$

这一计算结果与实验测量结果 331.45m/s 几乎完全一致.

根据分子运动论,理想气体的各种特征分子速度(即平均速度 $\bar{c}$ 、均方根速度 $\sqrt{c^2}$ 、最可几速度 c_p)可通过麦克斯韦速度分布计算得到如下:

$$\begin{cases} \bar{c} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{\mathcal{R} T}{\mathcal{M}}} \\ \sqrt{c^2} = \sqrt{3 \frac{\mathcal{R} T}{\mathcal{M}}} \\ c_p = \sqrt{2 \frac{\mathcal{R} T}{\mathcal{M}}} \end{cases} \quad (1.3.44)$$

可以看出,它们都是数量级为 1 的系数乘以因子 $\sqrt{\frac{\mathcal{R} T}{\mathcal{M}}}$. 考察式(1.3.42), $\sqrt{\gamma}$ 也是数量级为 1 的数,因此分子速度在规律上和数值上都十分接近声速,也就是说,声波是以分子速度在气体中传播的.在稀薄气体中,只有分子本身才能输送能量和动量,所以声波的传播速度决定于分子速度.

然而,固体介质中的情况是完全不同的,由于组成固体的原子之间存在着较强烈的相互作用,每个原子都只能在其平衡位置附近振动,声波便是通过原子的振动进行传播的,其传播速度与原子之间的相互作用力和原子的质量相关,在宏观上则与固体的模量和密度相关.

2. 马赫数

在流体动力学中,经常用马赫数来表示流体的可压缩性.马赫数被定义为当地速度与当地声速之比,即

$$M = \frac{u}{c} \quad (1.3.45)$$

马赫数是一个无量纲量,它表征了流体速度与按压强和密度变化确定的特征速度(声速)的比值,因此它是表示流体可压缩性的一个重要参量,同时也是划分流动类型的常用标准;当 $M < 1$ 时,称为亚声速流动;当 $M > 1$ 时,称为超声速流动;当 $M = 1$ 时,称为声速流动.应该注意,式(1.3.45)中的声速是当地声速,它可能是随空间和时间而变化的,因此一般不是常数.

对于理想气体中的流动,利用式(1.3.42),式(1.3.45)可化为

$$M^2 = \frac{u^2}{\gamma \mathcal{R} T / \mathcal{M}} = \frac{2}{\gamma(\gamma-1)} \frac{u^2/2}{C_v T} = \frac{2}{\gamma(\gamma-1)} \frac{u^2/2}{e} \quad (1.3.46)$$

可见,理想气体的马赫数的平方正比于气体的动能与内能之比.这说明,马赫数的平方是气体宏观流动动能与分子热运动能量之比的一个度量.

3. 雷诺数

雷诺数是一个无量纲数,其定义式为

$$R_e = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{u L}{\nu} \quad (1.3.47)$$

其中, u 为流体的平均速度, L 为特征长度, 它们是关于流体运动快慢和体系大小的具有典型意义的数量. 雷诺数的物理意义为

$$R_e = \frac{\text{惯性力}}{\text{黏性力}} \quad (1.3.48)$$

因此它反映了运动过程中两种动力效应的相对重要性. 当 $R_e \ll 1$ 时, 说明黏性力大大超过惯性力; 反之, 当 $R_e \gg 1$ 时, 黏性力与惯性力相比非常小, 可以忽略不计. 如果两种流动的雷诺数相等, 则这两种流动具有形式上完全相同的描述, 且这两种流动是动力相似的.

1.3.9 空气、大气结构与国际标准大气

1. 空气

空气是一种混合气体, 但各种成分的比例有一定的波动范围. 空气的主要成分为氮气和氧气, 其质量百分比分别为 75% 和 23%, 其余成分为氩气、水汽和 CO_2 等, 其中氩气的质量百分比约为 1%, 而水汽和 CO_2 等的份额则漂浮不定, 水汽的范围为 0.01%~3%, CO_2 的平均含量约为 0.05%, 这两种成分虽然所占比例很小, 但对天气和气候的影响非常大.

在一般情况下, 空气可当作理想气体看待, 其摩尔质量为 28.98, 密度为 1.225 kg/m^3 , 绝热指数为 $\gamma = 1.402 \approx 1.4$.

2. 大气结构

围绕在地球表面的空气称为大气或大气层. 由于重力场的作用, 大气层中空气的密度分布随高度而变化, 靠近地面的空气较稠密, 随着离开地面高度的增加, 空气越来越稀薄, 最终过渡到宇宙空间的真空状态. 由于大气层内部情况随高度而变化, 通常对其进行分层描述:

(1) 对流层. 从地面到约 11km 高度的大气称为对流层, 这一层受地面温度和起伏不平的影响, 存在频繁的对流运动, 有风、云、雨、雾、雪、雷电等自然现象, 空气的密度、温度、压强等参量波动明显, 但其平均值随高度增加而减小. 这一层大气的质量约占地球大气层总质量的 75%.

(2) 平流层. 在高度约 11km 至 24km 之间的大气层称为平流层. 这一层中的空

气只有水平方向的流动,而没有垂直方向的流动,所以称为平流层.这一层的温度几乎不变,平均约为 $216.5\text{K}(-56.5\text{ }^{\circ}\text{C})$,所以这一层也称为同温层.这一层大气的质量约占大气层总质量的 25% .

(3) 中间层.在高度约 24km 至 85km 之间的大气层称为中间层.在这一层中,温度先随高度增大而升高(约 53km 高度),然后又随高度增大而降低.由于下层温度高于上层温度,所以这一层存在垂直对流,因而也称为高空对流层.这一层大气的质量约占大气层总质量的 $1/3000$.

(4) 电离层.在距离地面高度约 85km 至 800km 之间,空气处于电离状态,所以称为电离层.这一层由于发生了电离,具有明显的导电性,对无线电波具有反射作用.同时这一层也很稀薄,受太阳辐射作用,其温度随高度的增大而迅速升高.

(5) 外大气层.超过 800km 以上的高度称为外大气层,并逐步过渡到宇宙空间,空气十分稀薄.

大气结构与飞行器的运行密切相关.人们根据不同飞行器运行的空间范围,通常将飞行空间分为航空空间、临近空间和航天空间三个部分.航空空间是指约 20km 以下的空间区域,包括对流层和平流层两个大气区域.约 100km 以上的区域称为航天空间,飞行器采用轨道运行方式进行飞行. $20\sim 100\text{km}$ 的区域称为临近空间.

3. 国际标准大气

由于大气的温度、压强和密度等物理参量是随经纬度、季节、气候而变化无常的,这为对飞机发动机工作性能的分析 and 比较带来不便.为了便于进行航空装备的设计、试验和学术交流,国际航空界共同规定了一套大气参数,以此作为各国设计、试验航空产品的统一标准,因而称为国际标准大气.国际标准大气包括以下 5 条约定:

(1) 空气是理想气体.

(2) 大气的相对湿度为零.

(3) 以海平面作为高度计算的起点($H=0$),空气在该起点的参数为: $T_0 = 288.15\text{K}$, $p_0 = 1.01325 \times 10^5 \text{Pa}$, $\rho_0 = 1.225\text{kg/m}^3$.

(4) 在高度 $H=11\text{km}$ 以下,气温随高度增加而线性减小,高度每升高 1m ,气温下降 0.0065K .

(5) 在高度 $H=11\sim 24\text{km}$,气温保持不变: $T=216.5\text{K}$.

1.4 流体运动的描述

1.4.1 描述流体运动的两种方法

表征运动流体的物理量,诸如流体质点的位移、速度、加速度、密度、压强、动量、动能等统称为流体的流动参量.描述流体运动也就是要表达这些流动参量在各个不