

外弹道设计理论与方法

Theory and Method of Exterior Ballistic Design

王中原 周卫平 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书对弹箭外弹道设计理论、外弹道反设计问题、外弹道设计中的外弹道相似理论以及外弹道相似性应用中的模拟弹设计等进行了系统介绍,为弹箭外弹道设计提供了理论依据和方法。全书共6章:第1章介绍作用于飞行弹丸上的力和力矩;第2章介绍弹丸一般运动方程组;第3章介绍弹丸绕心运动方程的简化;第4章介绍外弹道设计问题与原则;第5章介绍外弹道优化设计;第6章介绍外弹道设计中的弹道相似性理论。

本书可作为弹道、弹药研究人员的参考书,也可作为相关专业的研究生和本科生教材。

图书在版编目(CIP)数据

外弹道设计理论与方法/王中原,周卫平编著. —北京:科学出版社, 2004

ISBN 7-03-014119-9

I. 外… II. ①王… ②周… III. ①枪弹-外弹道-设计-高等学校-教材
②炮弹-外弹道-设计-高等学校-教材 IV. TJ012.3

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第090223号

责任编辑:段博原 贾瑞娜/责任校对:李奕莹
责任印制:钱玉芬/封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年9月第一版 开本:B5(720×1000)
2004年9月第一次印刷 印张:9
印数:1—1200 字数:180000

定价:28.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈路通〉)

前 言

近年来，外弹道设计理论与方法伴随着外弹道学在弹箭设计中的应用而逐渐受到重视。外弹道学主要研究各类弹箭的运动规律及其相关问题，是兵器科学与技术中的重要基础学科之一。通常，外弹道学主要介绍常用坐标系和弹箭运动方程组的建立、飞行稳定性理论、射表编制等方面内容，所涉及的内容对开展弹箭研究有重要影响。

一些学过外弹道学的人员，在实际从事弹箭技术研究的初始阶段，对已设计好的弹箭（方案）进行外弹道计算、校验（弹道诸元、飞行稳定性等），感到较适应；而对要求他们自己设计某一弹箭方案或参与方案设计，常感到对所学的外弹道知识不知从何处下手，在一般的外弹道教材中对众多的弹箭结构参数如何影响外弹道性能并如何进行综合协调、匹配等方面，较系统、完整的介绍很少，有时甚至感到外弹道学与弹箭设计应用之间存在脱节。

随着兵器技术的不断提高，对弹箭性能要求也越来越高，这使得将弹箭外形与结构参数对外弹道诸性能综合影响、评价进行系统研究，为弹箭设计提供外弹道技术支持的需求较为强烈。在此状况下，近 20 多年来有关外弹道设计方面的研究较多，这些研究构造了外弹道学与弹箭设计应用中的桥梁，是外弹道学的重要组成部分。

为了有助于弹箭研究人员在实际中应用外弹道学知识进行弹箭设计，我们将这些年来开展的一些外弹道设计研究方面的内容加以整理，形成了本书内容。本书共 6 章，关于外弹道设计理论必须掌握的外弹道学的基本内容，前 3 章对作用于飞行弹箭上的力和力矩、炮弹一般运动方程组的建立、炮弹绕心运动的简化及飞行稳定性条件等作了介绍；第 4 章介绍了外弹道设计问题与原则、外弹道反设计等问题；第 5 章介绍了外弹道优化设计，包括外弹道优化设计中常采用的优化方法、外弹道优化设计数学模型的建立、典型弹种的外弹道优化设计数学模型等；第 6 章介绍了外弹道设计中的弹道相似性理论，主要涉及如何设计小口径炮弹来模拟测试中大口径炮弹的外弹道参数。

由于作者水平有限，书中难免有疏漏和不当之处，希望读者予以批评指正。

王中原

2004 年 3 月于南京

符 号 表

A	弹丸赤道转动惯量	M_{∞}	来流马赫数
a	弹丸加速度	M_z	静力矩
b_x	系数, $b_x = \frac{\rho S_m}{2m} C_x$	$M_{z:z}$	赤道阻尼力矩
b_y	系数, $b_y = \frac{\rho S_m}{m} C_y'$	$M_{z:z}$	极阻尼力矩
b_z	系数, $b_z = \frac{\rho S_m}{2m} dC_z''$	M_y	马格努斯力矩
C	弹道系数; 弹丸极转动惯量	m_z'	静力矩系数导数
C_s	声速	$m_{z:z}''$	赤道阻尼力矩系数导数
C_x	阻力系数	$m_{z:z}'$	极阻尼力矩系数导数
C_y	升力系数导数	m_y''	马格努斯力矩系数导数
C_z''	马格努斯力系数导数	m	弹丸质量
D	火炮口径	P	空气压强
d	弹径	R	通用气体常数; 地球半径
E_0	炮口动能	R_x	空气阻力
G	重力; 弹丸重量	R_y	升力
g	重力加速度	R_z	侧向力
i	弹形系数	r	弹丸绕自身纵轴转角
k	比热比	r	弹丸自转角速度
k_z	系数, $k_z = \frac{\rho S_m}{2A} l m_z'$	r_0	弹丸炮口转速
$k_{z:z}$	系数, $k_{z:z} = \frac{\rho S_m}{2A} l d m_{z:z}'$	S_m	弹丸最大横截面积
$k_{x:z}$	系数, $k_{x:z} = \frac{\rho S_m}{2C} l d m_{x:z}'$	S_g	陀螺稳定因子
k_y	系数, $k_y = \frac{\rho S_m}{2C} l d m_y''$	S_d	动态稳定因子
L_n	弹丸头部长度	s	弹道弧长
L_c	弹丸圆柱部长度	T	热力学温度, $T=273.15\text{K}+t$; 全射程飞行时间; 弹丸摆动周期
L_b	弹丸尾部长度	t	摄氏温度; 弹丸飞行时间
l	弹丸长度	v	速度
M	马赫数	v_r	相对速度
		v_0	初速
		W_x	纵风
		W_z	横风

X	射程	θ	弹道倾角
X_{00}	弹丸头部圆弧母线中心至弹顶轴向距离	θ_0	射角
x	弹道上任意点水平距离	Λ	地球纬度
y	弹道上任意点高度	λ	弹丸长细比
z	弹道上任意点侧偏	λ_n	弹丸头部长细比
α	系数, $\alpha = \frac{C}{2A} \frac{r}{v}$	λ_c	弹丸圆柱部长细比
α^*	系数, $\alpha^* = \frac{C}{2A} r$	λ_b	弹丸尾部长细比
β	弹尾锥角; 系数, $\beta = \sqrt{M_{\infty}^2 - 1}$	μ	空气黏性系数
Δ	复攻角	ρ	空气密度
δ_1, δ_2	复攻角 Δ 的两个分量	σ	系数, $\sigma = 1 - \frac{k_2}{\alpha^2}$
Δ_p	复动力平衡角	τ	虚温
δ_{1p}, δ_{2p}	复动平衡角 Δ_p 的两个分量	Φ	复摆动角
δ	攻角 (或章动角)	φ_1, φ_2	复摆动角 Φ 的两个分量
δ_r	相对攻角	Ψ	复偏角
η	膛线缠度	ψ_1, ψ_2	复偏角 Ψ 的两个分量
		ψ_0	弹丸平均偏角
		Ω	地球自转角速度

目 录

前言

符号表

第 1 章 作用于飞行弹丸上的力和力矩	1
1.1 大气特性及标准气象条件	1
1.1.1 空气状态方程和虚拟温度	1
1.1.2 气温、气压随高度的变化	2
1.1.3 我国炮兵的标准气象条件	3
1.1.4 声速随高度的标准变化	4
1.2 重力及科氏惯性力	4
1.3 空气动力及力矩	6
1.3.1 空气阻力	6
1.3.2 阻力系数与弹形系数	8
1.3.3 空气阻力加速度与弹道系数	11
1.3.4 弹轴与速度矢量不重合时的空气动力和力矩	12
1.3.5 弹道方程中常用空气动力和力矩的系数表达式	15
1.3.6 底排弹的减阻	17
1.4 常用的一些获取气动力系数的方法	18
1.4.1 对弹丸空气动力的计算	18
1.4.2 风洞实验方法	19
1.4.3 射击试验方法	20
第 2 章 弹丸一般运动方程组	22
2.1 基本假设及弹丸质心运动方程	22
2.2 常用坐标系	25
2.2.1 地面坐标系	25
2.2.2 速度坐标系	25
2.2.3 弹轴坐标系与弹体坐标系	26
2.2.4 弹轴坐标系与弹体坐标系的关系	27
2.3 弹丸一般运动方程组	28
2.3.1 质心运动方程	28
2.3.2 绕心运动方程	29
2.3.3 应用弹丸一般运动方程组的一些说明	32

第 3 章 弹丸绕心运动方程的简化	37
3.1 概述	37
3.2 弹丸运动方程的简化	37
3.2.1 质心运动方程组简化	38
3.2.2 绕心运动方程简化	38
3.3 旋转稳定弹丸的飞行稳定性条件	40
3.3.1 陀螺稳定性条件	40
3.3.2 追随稳定性条件	41
3.3.3 动态稳定性条件	42
3.4 尾翼稳定弹丸的飞行稳定性条件	44
3.4.1 静稳定和动态稳定性条件	45
3.4.2 追随稳定性条件	46
第 4 章 外弹道设计一般问题与方法	47
4.1 外弹道设计一般问题	47
4.1.1 外弹道设计	47
4.1.2 外弹道设计中应注意的问题	48
4.2 外弹道设计中的一些最优解析方法	49
4.2.1 榴弹炮较佳弹重与初速的选定	49
4.2.2 炮弹最小波阻母线方程	50
4.3 外弹道反设计问题	56
4.3.1 外弹道反设计主要要解决的问题及常用计算方法	57
4.3.2 外弹道反设计过程中应注意的一些问题	58
第 5 章 外弹道优化设计	59
5.1 概述	59
5.2 外弹道优化设计概念	59
5.3 外弹道优化设计可采用的优化方法	60
5.4 外弹道优化设计的数学模型建立	60
5.4.1 构造函数关系	61
5.4.2 目标函数	62
5.4.3 约束函数	62
5.4.4 优化设计变量	63
5.4.5 外弹道优化设计准备	63
5.5 一些典型弹种的外弹道优化设计数学模型	64
5.5.1 小口径火炮用榴弹外弹道优化设计数学模型	65
5.5.2 炮弹地面射程的外弹道优化设计数学模型	68
5.5.3 旋转稳定脱壳穿甲弹外弹道优化设计数学模型	70
5.5.4 对不同弹种的外弹道优化设计一般步骤	74

5.6 一些优化方法在外弹道优化设计中的应用	74
5.6.1 常用直接方法与罚函数法相配合在外弹道设计中的应用	75
5.6.2 序列二次规划方法在外弹道优化设计中的应用	81
5.7 外弹道优化设计中应注意的一些问题	90
5.7.1 外弹道优化设计数学模型最优解的存在性	90
5.7.2 外弹道优化设计中初始迭代点的选取	95
5.7.3 外弹道优化设计变量的参数分析	102
第 6 章 外弹道设计中的弹道相似性理论	104
6.1 概述	104
6.2 外弹道相似性条件	105
6.2.1 外弹道诸元参数分类	105
6.2.2 外弹道相似性条件	106
6.3 非完全相似条件下的外弹道修正方法	121
6.3.1 问题的引出	121
6.3.2 非完全相似条件下的外弹道修正	121
6.4 外弹道相似性应用实例介绍	127
6.4.1 基本弹和模拟弹的选定	127
6.4.2 模拟弹的方案设计	127
6.4.3 两弹外弹道相似性对比	129
参考文献	132
附录 纯水平液面饱和蒸汽压	133

第 1 章 作用于飞行弹丸上的力和力矩

1.1 大气特性及标准气象条件

地球周围的空气就是通常所说的大气,当弹丸在空中飞行,与它周围的空气存在相对运动时,弹丸与空气之间就存在相互作用,其中空气对弹丸的作用力(矩),称为空气动力(矩)。空气动力对弹丸的飞行弹道及其运动规律有极其重要的影响,可以说求取准确地作用于弹丸上的空气动力参数是求取准确的弹丸飞行弹道的先决条件。因此对弹丸空气动力学的研究,一直是外弹道学研究中的一门重要的基础科学。

弹丸在空气中飞行,大气的特性对空气动力有着重要的影响,因此必须对大气特性方面的知识首先作一介绍。

空气密度是影响弹丸空气动力的重要因素,而它又与空气的压强与温度紧密相关,因此需研究空气密度与气压、气温之间的关系,然后研究气压、气温随高度的变化规律。此外,声音在空气中传播的速度反映了空气的可压缩性,对弹丸受力的大小也有影响,所以需要研究声速随高度的变化规律。在这些基础上,还需要介绍我国炮兵常用的标准气象条件。

1.1.1 空气状态方程和虚拟温度

由物理学知,对于理想气体来说,一定质量气体的压强 P 、密度 ρ 和绝对温度 T 三个状态参数之间满足以下的状态方程关系,即

$$\frac{P}{\rho} = RT \quad (1-1)$$

式中: R 为气体常数,与该气体的摩尔质量成反比。对不同气体, R 的数值不同。

然而在实际中,空气通常是具有水蒸气的湿空气,它是否可以直接采用式(1-1)在实际中应用呢?

根据空气的平均摩尔质量可计算出干空气的气体常数 $R_1 = 287(\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K}))$, 水蒸气的气体常数 $R_2 = 462(\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})) \approx \frac{8.05}{5} R_1$ 。

实际中的湿空气由于空气和少量水蒸气混合而成,设干空气和湿空气在温度 T 下单独存在时的密度和气压分别为 ρ_1 、 P_1 和 ρ_2 、 P_2 , 对应的状态方程分别为

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R_1 T}, \quad \rho_2 = \frac{P_2}{R_2 T}$$

根据分压定律,湿空气的总气压 P 为干空气分压 P_1 和水蒸气分压 P_2 之和, ρ_1 、 ρ_2 之和为大气(湿空气)的密度 ρ ,故根据以上关系可得

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = \left[P_1 + \frac{5}{8.05} P_2 \right] \frac{1}{R_1 T} = \frac{P}{R_1 T \left[1 - \frac{3.05}{8.05} \frac{P_2}{P} \right]}$$

设虚拟温度 τ 为

$$\tau = \frac{T}{1 - \frac{3.05}{8.05} \frac{P_2}{P}}$$

则有

$$\rho = \frac{P}{R_1 \tau} \quad (1-2)$$

由式(1-2)可见,引入虚拟温度后,使得实际应用中,对一般湿空气的气压与密度关系可采用形式上完全类似于干空气的状态方程,非常方便,故在外弹道学中通常所说的气温,除非特殊说明一般均指虚温。

在实际中要注意对虚温的正确使用。通常空气中的水蒸气分压 P_2 称为绝对湿度,它与饱和蒸汽压的比值称为相对湿度。一般在外弹道试验中对测得的当时气温 T ,需根据当时空气的相对湿度情况转换成虚温,再代入式(1-2)计算气温、气压与密度之间的关系。

饱和蒸汽压力值在专门的气象书中可查到,有的外弹道书中也将它随温度的变化列出,但通常范围较小(在 $-20 \sim 40^\circ\text{C}$ 之间),本书附录中列出了在更大温度范围内的饱和蒸汽压力变化情况,便于实际使用中查阅。

1.1.2 气温、气压随高度的变化

地球周围的大气,根据温度变化规律的不同可分为若干层。最下面一层称对流层,它的特点是越接近地面温度越高。这主要是由于大气本身直接吸收太阳辐射热量的能力小,大部分太阳辐射的热量被地球表面所吸收,地表温度升高后反过来又向大气辐射,因而使越靠近地表部分的大气温度越高,在这一层内空气不断经历着受热上升,膨胀而冷却,压缩而下降再受热的过程,这样就形成空气的上下对流。对流层的高度随季节和地理纬度的不同而变化,在赤道处的年平均高度约为 17km ,而在纬度 45° 左右的年平均高度约为 $11 \sim 12\text{km}$ 。

对流层以上为同温层,这一层内的特点是气温随高度变化很小,空气没有上下对流,故又称为平流层。同温层顶高在 80km 左右。

在对流层与同温层之间有一过渡区间,称为亚同温层。

如图 1-1 所示,气压随高度的变化取决于空气在铅直方向上的压力状况。设在距地面高度 y 米处有一上下底面积为 s ,厚度为 dy 的空气微团,其所受重力为

$\rho g s d y$, 又设此空气微团下底面处气压为 P , 上底面处气压为 $P + dP$, 且空气在铅直方向运动时加速度很小可忽略不计, 所以在上述力作用下该空气微团在铅直方向上处于力学上的平衡状态, 由此存在关系, 即

$$sP - s(P + dP) - \rho g s d y = 0$$

简化后得

$$dP = -\rho g d y \quad (1-3)$$

将式(1-2)代入, 有

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g d y}{R_1 t} \quad (1-4)$$

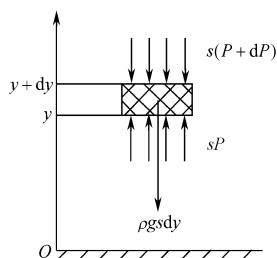


图 1-1 空气微团在铅直方向受力状况

由上面关系可知, 只要知道了虚温随高度 y 的变化规律, 就可积分求出气压随高度的变化规律。

1.1.3 我国炮兵的标准气象条件

上面讨论的气温、气压、湿度等均是反映大气特性的气象诸元, 它们随着季节和地区的不同差别很大。为了便于编制弹道表和射表, 对于一个地区来说, 必须确定一个标准气象条件, 弹道表和射表就是根据这个标准气象条件编制的, 对于射击时实际气象条件与标准气象条件不同造成的弹道偏差, 可以用射表中的修正诸元来修正。

标准气象条件包括地面标准值和随高度变化的标准分布规律。我国炮兵用标准气象条件的地面值为

$$t_{0n} = 15^\circ;$$

$$P_{0n} = 100 \text{ kPa};$$

$$a_{0n} = 846.7 \text{ Pa (相对湿度 } 50\%);$$

$$\tau_{0n} = 288.9 \text{ K};$$

$$\rho_{0n} = 1.206 \text{ kg/m}^3;$$

无风雨。

温度随高度分布的标准定律为:

$$y \leq 9300 \text{ m (对流层)}$$

$$\tau = \tau_{0n} - Gy \quad (1-5)$$

$$G = 6.328 \times 10^{-3}$$

$$9300 \text{ m} < y \leq 12000 \text{ m (亚同温层)}$$

$$\tau = A - B(y - 9300) + C(y - 9300)^2 \quad (1-6)$$

式中: $A = 230.2$, $B = 6.328 \times 10^{-3}$, $C = 1.172 \times 10^{-6}$ 。

$$12\,000\text{m} < y \leq 30\,000\text{m} \text{ (同温层)}$$

$$\tau = 221.5\text{K} \quad (1-7)$$

将上面气温随高度的标准分布代入式(1-4)、式(1-2),立刻可以获得对应气象条件随高度变化的标准定律。

1.1.4 声速随高度的标准变化

由物理学知,声音在空气中传播的速度 C_s 与空气中压强对空气密度的导数有关,其关系式为

$$C_s = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (1-8)$$

它表明:声速的大小反映出空气的可压缩性。声速大,则空气的可压缩性小;声速小,则空气的可压缩性大。

声音在传播过程中,空气的压缩与膨胀是在很短的时间内进行的,可以看作是绝热过程。因此由绝热过程状态方程可得

$$\frac{P}{\rho^k} = \frac{P_0}{\rho_0^k}$$

求导得

$$\frac{dP}{d\rho} = k \frac{P_0}{\rho_0^k} \rho^{k-1} = k \frac{P}{\rho}$$

代入式(1-8)得

$$C_s = \sqrt{\frac{kP}{\rho}}$$

式中: k 为绝热指数,对空气取为 $k=1.404$ 。

由式(1-2)及上式可得

$$C_s = \sqrt{kR_1 \tau} \quad (1-9)$$

根据气温 τ 随高度变化的标准定律,就可由式(1-9)求出声速随高度的标准变化。

由前面介绍的标准气象条件地面值知,声速的地面标准值为

$$C_s = \sqrt{1.404 \times 287 \times 288.9} = 341.2(\text{m/s})$$

1.2 重力及科氏惯性力

任何物体均受重力作用,弹丸在空中运动时也不例外。

由于地球存在自转和绕太阳的公转,而通常研究弹丸的运动又是在地球上进行的,所观察的运动速度和加速度自然是相对于地球的,所以用力学定律来直接研

究弹丸相对于地球的运动就会产生误差,为此必须先研究弹丸相对于地球的加速度和绝对加速度之间的关系。

忽略地球绕太阳的公转,地球可以近似看成定轴转动的球体。设弹丸在地心引力 \mathbf{F} 作用下产生的绝对加速度为 \mathbf{a} ,它是几部分加速度的合成,即

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_c \quad (1-10)$$

式中: \mathbf{a}_r ——弹丸相对于地球的加速度;

\mathbf{a}_e ——弹丸在所处位置随同地球旋转时的牵连加速度(即向心加速度);

\mathbf{a}_c ——由于地球旋转和弹丸相对于地球运动产生的加速度,一般称之为科氏加速度。

由牛顿第二定律知

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}_r + m\mathbf{a}_e + m\mathbf{a}_c$$

由于通常研究的是相对于地球的运动,故上式可改写为

$$m\mathbf{a}_r = \mathbf{F} - m\mathbf{a}_e - m\mathbf{a}_c = \mathbf{G} + \mathbf{F}_c \quad (1-11)$$

式中: $\mathbf{G} = \mathbf{F} - m\mathbf{a}_e$;

$$\mathbf{F}_c = -m\mathbf{a}_c。$$

\mathbf{G} 是重力,它是地心引力与离心惯性力的矢量和,我们通常用弹簧秤或其他仪器测出的物体重量就是此力。 \mathbf{G} 与质量的比值就是重力加速度 \mathbf{g} 。

由于离心惯性力的大小与纬度 Λ 有关,因而重力大小与纬度有关。根据理论和实验得到计算重力加速度的近似公式,即

$$g = g_{\Lambda_0} (1 + 0.00529 \sin^2 \Lambda) \quad (1-12)$$

式中: g_{Λ_0} 指在赤道处 ($\Lambda = 0^\circ$) 的重力加速度值, $g_{\Lambda_0} = 9.7805 \text{ m/s}^2$ 。

式(1-12)反映了重力加速度随地球纬度的变化关系,进一步分析这种变化关系可知,重力加速度随纬度变化不大,在实践中可以忽略弹丸飞行中由于纬度变化而带来的重力加速度变化。

由于地心引力的大小是与物体距地心距离的平方成反比的,因而重力加速度的大小也与物体距地球表面的高度有关,重力加速度与高度 y 的近似关系式为

$$g_y = g_0 \left[1 - \frac{2y}{R} \right] \quad (1-13)$$

式中: g_0 ——地面的重力加速度值;

g_y ——距地面 y 处的重力加速度值;

R ——地球半径。

由于地球并非规则的几何体,为便于计算,有必要简化成比较规则的几何模型,现今常用椭球模型和圆球模型。对椭球模型来说,其两轴长度分别为:

长半轴(赤道平均半径) = 6 378 245 m;

短半轴(极半径) $=6\ 356\ 863\text{m}$ 。

对于圆球模型,可以用不同方式来确定地球半径。如按体积来说,具有和椭球体相同体积的球体半径为 $6\ 371\ 110\text{m}$,我们常用地球半径计算此值,即取

$$R = 6\ 371\ 110(\text{m})$$

对式(1-13)计算分析可知,当 $y = 32\ 000\text{m}$ 时, g_y 值仅比地面值 g_0 减小约 1%。因此对飞行距离仅几十公里内的弹丸来说,重力加速度 g 可看作常数。重力加速度的国际标准值为 $9.806\ 65\text{m/s}^2$,而在我国,常用的炮兵射击条件中取重力加速度值为 9.80m/s^2 。

$F_c = -ma_c$ 为科氏惯性力。其中 a_c 为科氏加速度,即

$$a_c = 2\ \Omega \times V \quad (1-14)$$

式中: Ω ——地球自转角速度;

V ——弹丸相对于地球表面的速度。

当弹丸相对地球表面速度为零时,科氏加速度为零。一般科氏加速度对飞行弹道的影响较小,如不加特殊说明,在外弹道计算中常常忽略不计。

1.3 空气动力及力矩

弹丸在空中运动时将受到空气的作用而产生一些作用力和力矩,称之为空气动力和力矩,它们对弹丸的飞行运动产生极其重要的影响,可以说对弹丸飞行弹道计算是否准确很大程度上取决于空气动力数据是否准确。一般弹丸在飞行中受到作用的空气动力和力矩主要有阻力、升力、侧向力、翻转力矩(或静稳定力矩)、赤道阻尼力矩、极阻尼力矩、马格努斯力矩等,下面分别作一介绍。

1.3.1 空气阻力

当弹丸在空中飞行时,作用在弹体上的空气动力合力在弹丸飞行速度方向上的分量、方向与飞行速度方向相反的力,称为空气阻力。在诸空气动力中,以空气阻力对弹丸的飞行运动影响最大、最明显,空气阻力一般由以下几部分构成。

1. 摩擦阻力

当弹丸在空气中运动时,由于空气的黏性,使弹体表面附近的一薄层的气体也产生随弹丸向前运动的速度,且在这层空气内越靠近弹体表面,随弹体向前运动的速度越大(与弹体的相对速度越小),因而沿弹表面向外存在速度梯度,这一薄层气体称之为附面层。由于在附面层内存在速度梯度,层与层之间将产生相互作用力,即黏性力。弹体也将受到表面上空气的黏性力,其方向与弹体表面平行、与弹丸运动方向相反,称之为摩擦阻力。

摩擦阻力的大小主要与弹丸运动速度、弹丸表面的粗糙程度、弹体侧表面积的大小及空气的黏性等有关。

2. 底部阻力(涡阻)

弹丸向前运动时,弹体表面气流在绕流弹丸至弹底截面处时,绕流弹底折转难以完全充满弹底空间,且在弹底附近气流折转过程中流线破碎,出现许多漩涡,流动非常复杂,如图 1-2 所示,此时在弹丸底部形成一个空气较稀薄、压力较低的涡流区,从而形成一底部阻力(也称涡流)。

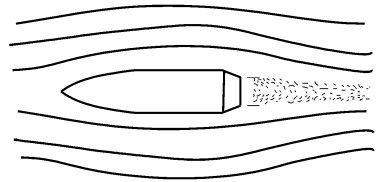


图 1-2 气流绕流弹尾部时状况

底部阻力在弹丸空气中占相当大的比例,它的大小主要与弹丸运动速度、弹丸尾部形状、空气黏性等有关。

3. 激波阻力

弹丸在向前运动过程中,弹头部将压缩前面的空气,使空气的密度和压强产生微小的变化,这些微小的压缩将形成疏密波以声速向周围传播。当弹丸的运动速度远小于声速时,这些微小的扰动能向前方、后方及时传播,弹丸头部附近空气密度和压强不会出现大的变化。但当弹丸运动速度达到或大于声速时,这些压缩扰动来不及向前方传播,弹丸头部众多的疏密波将被压缩形成一厚度极小的空气层,气流经过此空气层后压强和密度都有突跃,此空气层称为激波,它随着弹丸一同向前运动,使激波后弹体表面上保持很高的压强,形成一阻力,称之为激波阻力。在实际中,当气流绕流弹尾部时对应的折转压缩、气流绕流过弹体表面一些形状突变沟槽时(如弹带),均会产生激波,如图 1-3 所示,对应出现激波阻力。通常将弹丸头部、尾部出现的激波称为弹头波、弹尾波。

弹丸飞行速度 v 与当地声速 C 的比值定义为马赫数,用 M 表示。当马赫数等于 1 或略大于 1 时,弹头激波在弹顶部前面不与弹顶接触,且其顶部波面与运动

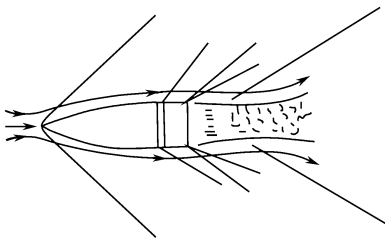


图 1-3 超声速下气流绕流弹丸表面状况

方向垂直,称之为脱体激波。随着马赫数的不断增大,脱体激波与弹顶之间的距离不断缩小,且激波面越来越倾斜,当马赫数增大到某一值以后,脱体激波开始附体,整个激波波面近似为一圆锥面,此圆锥的半锥角为激波角,它随马赫数的增大而减小。

按照激波阻力产生的原因,似乎仅当弹丸飞行速度大于或等于声速才会产生波

阻,而在实际中,当弹丸飞行速度虽未达到,但接近于声速时,也会出现波阻。这是由于当气流在绕流弹体表面过程中,在某些区域存在气流膨胀、加速,以致在弹体表面局部区域流速达声速以上,此时若存在一些强干扰源(如弹表面凸起、沟槽等),则对应产生激波,从而出现波阻。

对于超声速飞行的弹丸来说,激波阻力占全弹总阻的大部分,它的大小主要取决于弹丸飞行速度、弹丸形状等。

1.3.2 阻力系数与弹形系数

弹丸所受的阻力对其飞行运动有重要的影响,也是我们评价弹丸气动力性能的重要依据之一。但阻力是有量纲的参数,它受弹丸尺寸变化等影响,直接对两弹的阻力进行比较是很不方便的。为此在弹丸空气动力学中引入阻力系数概念。

根据前面对弹丸阻力的介绍,阻力的大小主要与弹丸形状与尺寸、表面粗糙度、弹丸相对于空气的速度、空气的特性等有关。在空气动力学中,理论与实验研究均表明,弹丸的空气阻力大小与一特征面积成正比,与空气密度也成正比。其一般表达式为

$$R_x = \frac{\rho v^2}{2} S_m C_{x_0} \quad (1-15)$$

式中: ρ ——空气密度;

v ——弹丸相对于空气的速度, $\frac{\rho v^2}{2}$ 习惯上称为速度头;

S_m ——特征面积,通常取弹丸的最大横截面积;

C_{x_0} ——阻力系数,下标 0 表示弹轴与速度矢量夹角为零时的阻力系数。

阻力系数是我们对不同弹形进行气动力性能比较,进行外弹道计算的最常用空气动力系数之一。它与弹丸的形状、运动状况等有关,在一具体的弹形下,它的大小与马赫数、雷诺数及一些大气参数等有关。其中雷诺数为

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu} \quad (1-16)$$

式中: ρ ——空气密度;

v ——弹丸相对于空气的速度;

l ——弹丸特征长度(如可取为弹长);

μ ——空气的黏性系数。

雷诺数主要影响阻力中的摩阻部分,当 $M > 0.6 \sim 0.7$ 后,一般开始出现局部激波,此时摩阻仅占总阻中的很小部分,而当 $M < 0.6$ 时,试验表明阻力系数变化很小,近似为常数。所以在一般的阻力系数分析中,通常忽略雷诺数 Re 的影响而近似认为 C_{x_0} 仅为 M 的函数。图 1-4 所示的是典型的阻力系数 C_{x_0} 随马赫数 M

的变化曲线。对各类不同的弹丸形状,其 $C_{x_0} \sim M$ 变化曲线规律基本相同于图1-4所示,即使对近年来出的一些新型弹箭外形(如长细比较大等),其规律也大致如此,只是对不同具体弹形而言,其 $C_{x_0} \sim M$ 曲线中峰值所处的 M 值位置、峰值附近变化快慢程度等不同而已。

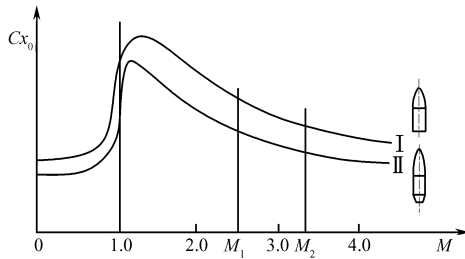


图 1-4 阻力系数与马赫数的关系曲线

阻力系数在阻力计算中起着关键作用,也是我们进行外弹道计算时必不可少的先决条件。但在过去弹道测试手段和计算方法、条件均较为落后的状况下,对每一个具体的弹形都要测出其在各个 M 数下的阻力系数是非常困难的,为了解决这种对每一具体弹形的气动力和外弹道研究需求该弹的 $C_{x_0}(M)$,而又难以对每一弹形均直接测出各 M 数值下的 C_{x_0} 值这对矛盾,引出了所谓的弹形系数概念。

由前面对阻力曲线形状讨论可知,各种弹阻力系数随 M 数变化的形状大体是相似的。两条阻力系数曲线在不同马赫数下对应的比值变化范围不大,特别是对于两个弹形相近的弹丸,两条阻力系数曲线在不同马赫数下的比值近似为常数。这就使得早期的研究者们想到,可以选择一种(或若干种)有代表性的弹形为标准弹形,将其阻力系数仔细测定出来,其他与此弹形相近的弹丸,只需测出任意一个 M 数值时的阻力系数 C_{x_0} 值,将其与标准弹形在同 M 数下的阻力系数值 $C_{x_{0n}}$ 相比,此比值 i 定义它为该弹丸相对于此标准弹的弹形系数,即

$$i = \frac{C_{x_0}(M_1)}{C_{x_{0n}}(M_1)} \quad (1-17)$$

既然这个比值 i 在各马赫数处均近似相等,那么其他任意 M 数处的阻力系数,就可利用弹形系数 i 近似计算出来,即

$$C_{x_0}(M) = i C_{x_{0n}}(M) \quad (1-18)$$

由此可以看出,最初引入弹形系数的根本目的,就是利用已测出的标准弹阻力系数,将对某一弹形的阻力系数曲线求解转换成对该弹在某一马赫数下的阻力系数求解问题,极大地减小了问题的复杂与困难性。对标准弹测出的阻力系数,称为空

气阻力定律。

标准弹不同,对应的阻力定律也不同,由弹形系数定义可见,弹形系数 i 与对应选用的阻力定律有关,目前采用较多的是 43 年阻力定律。给出弹形系数时必须注明是针对何种阻力定律的,通常采用给弹形系数加下标的形式,如 i_{43} 。

式(1-17)、式(1-18)中介绍的均是在弹轴与速度矢量夹角为零时情况,当此夹角(即后面要定义的攻角)不为零时,阻力系数不仅是 M 的函数,而且也是攻角 δ 的函数,即阻力系数可以表示为

$$C_x = C_{x_0}(M)f(\delta) \quad (1-19)$$

对于我们通常研究的轴对称弹丸,并且一般攻角不是很大情况下,阻力的大小与方向和 δ 的正负无关,因而它是 δ 的偶函数,如将 $f(\delta)$ 用泰勒级数在 $\delta=0$ 处展开,注意到偶函数特性并且保留到 δ 平方项有

$$f(\delta) = f(\delta)|_0 + \frac{d^2 f}{d\delta^2} \Big|_0 \frac{\delta^2}{2!}$$

令 $\frac{d^2 f}{d\delta^2} \Big|_0 = 2k$, 并注意到 $\delta=0$ 时 $C_x = C_{x_0}$, 则式(1-19)或可近似为

$$C_x = C_{x_0}(1 + k\delta^2) \quad (1-20)$$

由式(1-20)可见,攻角增大将使阻力系数迅速增大。对于一些弹种来说,如初始扰动较大造成弹丸在一定飞行距离内 δ 随机变化范围较大,就会造成弹丸相互间的阻力系数值跳动较大,进而造成较大的弹道散布。

需要特别说明的是,用阻力定律和弹形系数来确定弹丸阻力系数是一种很简便,或者说是不得已而为之的方法。实际中弹形系数并非常数,它随马赫数变化而变化,特别是现代的一些弹形与以往的标准弹形状差异较大,对应的弹形系数变化就更大。在实际中完全采用弹形系数进行外弹道计算就会引入较大的误差。但是否由此就可说弹形系数在今天已失去其作用,可以从有关的外弹道书中将其删去呢?其实不然,首先是在对不同弹形进行空气动力研究、分析比较中可以发现,弹形系数进行定性和定量上分析弹丸阻力特性、水平状况等有其独特的优点;在一些特定场合需立即进行一些估算,或在方案选取初始阶段进行方案对比,利用弹形系数非常方便。但无论如何,在实际中采用阻力定律与弹形系数来进行外弹道计算要慎之又慎。因为在现代技术条件下,无论是测试还是数值计算获取弹丸的阻力系数并不十分困难,而且随着科技水平的发展对研制的弹箭性能提出了越来越高的要求。采用弹形系数来计算外弹道造成的误差已难以满足研制水平的要求,一些科技人员在平时的科研,乃至型号研究中仍自始至终采用传统的弹形系数方法来进行外弹道计算,这不仅会影响到研究质量,还常常会出现事倍功半的效果。这一点应特别引起有关研究人员的重视。

1.3.3 空气阻力加速度与弹道系数

根据空气阻力表达式(1-15),可以求出空气阻力加速度为

$$a_x = \frac{R_x}{m} = \frac{g}{G} \cdot \frac{\rho v^2}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} C_{x_0}(M)$$

将式(1-18)代入并分类组合为

$$a_x = \left[\frac{id^2}{G} \times 10^3 \right] \frac{\gamma}{\gamma_{0n}} \left[\frac{\pi}{8000} \cdot \gamma_{0n} v^2 C_{x_{0n}}(M) \right] \quad (1-21)$$

式中: G ——弹丸重量;

γ ——空气重度, $\gamma = \rho g$ 。

式(1-21)有三部分组合,第一个组合表示弹丸本身特征对弹丸运动的影响,定义为弹道系数并用 C 表示

$$C = \frac{id^2}{G} \times 10^3 \quad (1-22)$$

第二个组合为气重函数,即

$$H(y) = \frac{\gamma}{\gamma_{0n}} \quad (1-23)$$

第三个组合,主要表示弹丸相对于空气的运动速度对弹丸运动的影响,通常称之为空气阻力函数,表示为

$$F(v, C_s) = 4.737 \times 10^{-4} v^2 C_{x_{0n}}(M) \quad (1-24)$$

为了使用方便,也引进 $G(v, C_s)$ 、 $K(v, C_s)$ 作为空气阻力函数,它们与 $F(v, C_s)$ 关系为

$$F(v, C_s) = vG(v, C_s) = v^2 K(v, C_s)$$

上面诸空气阻力函数均是 v 与 C_s 的函数,使得对它们的编表、查算均不方便,为此可进行变换。令

$$M = \frac{v}{C_s} = \frac{v_\tau}{C_{s0n}}$$

则

$$v_\tau = v \frac{C_{s0n}}{C_s} = v \sqrt{\frac{\tau_{0n}}{\tau}} \quad (1-25)$$

这样就得

$$F(v, C_s) = 4.737 \times 10^{-4} v^2 C_{x_{0n}}(M) = 4.737 \times 10^{-4} v_\tau^2 C_{x_{0n}} \left[\frac{v_\tau}{C_{0n}} \right] \frac{\tau}{\tau_{0n}}$$

即

$$F(v, C_s) = F(v_\tau) \frac{\tau}{\tau_{0n}} \quad (1-26)$$

同理可得

$$G(v, C_s) = G(v_\tau) \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{0n}}}$$

这样两个变量的函数就变成两个单变量函数 $F(v_\tau)$ 、 $G(v_\tau)$ 与 $\frac{\tau}{\tau_{0n}}$ 和 $\sqrt{\frac{\tau}{\tau_{0n}}}$ 的乘积，使用起来就很方便。此时阻力加速度公式为

$$\begin{aligned} a_x &= CH(y) F(v, C_s) = C\pi(y) F(v_\tau) \\ &= CH(y) v G(v, C_s) = CH_\tau(y) v G(v_\tau) \end{aligned} \quad (1-27)$$

式中

$$\begin{aligned} \pi(y) &= H(y) \frac{\tau}{\tau_{0n}} \\ H_\tau(y) &= H(y) \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{0n}}} = \pi(y) \sqrt{\frac{\tau_{0n}}{\tau}} \end{aligned}$$

1.3.4 弹轴与速度矢量不重合时的空气动力和力矩

当弹丸在飞行中炮弹纵轴与速度矢量不重合时，两者间出现一夹角，定义速度矢量与指向前方的弹轴间夹角为攻角 δ （通常规定指向弹顶的炮弹纵轴在速度矢量上方时攻角为正，反之为负），由速度矢量与弹纵轴组成的平面称为攻角平面（也称阻力面）。

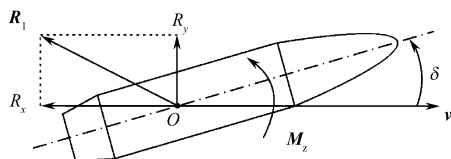
当弹丸飞行中攻角 $\delta \neq 0$ 时，弹丸周围的压力分布就会出现不对称分布，对弹丸全表面积的压力分布积分求出的空气动力合力 \mathbf{R} 既不与炮弹纵轴平行也不与速度轴平行，它与炮弹纵轴相交于某点，此点称为压力中心（简称压心），按理论力学中的法则此力平移至弹丸质心处后等效于一合力 \mathbf{R}_1 与一力矩 M_z ， \mathbf{R}_1 又可分解为平行和垂直于速度矢量的两个分量 R_x 、 R_y ， R_x 即前面介绍的阻力， R_y 称为升力；当压心在质心之前时 M_z 称为翻转力矩，当压心在质心之后时 M_z 称为稳定力矩，翻转力矩和稳定力矩统称为静力矩。图 1-5 为 $\delta \neq 0$ 时作用于炮弹上的 R_y 、 M_z 示意图。

阻力的表达式前面已详细介绍，在弹丸空气动力学中升力的表达式为

$$R_y = \frac{\rho v^2}{2} S_m C_y \quad (1-28)$$

静力矩的表达式为

$$M_z = \frac{\rho v^2}{2} S_m l m_z \quad (1-29)$$

图 1-5 $\delta \neq 0$ 时作用于炮弹上升力、翻转力矩示意图

式中: S_m ——弹丸特征面积(一般取弹丸最大横截面积);

l ——弹丸特征长度(一般取弹长)。

C_y 、 M_z 分别为升力系数和静力矩系数。升力在阻力面内, m_z 与阻力面垂直, 指向由压心在质心前后而定, 当压心在质心之前时, M_z 指向使攻角增大, m_z 为正; 当压心在质心之后时, M_z 指向使攻角减小, m_z 为负。压心与质心之间距离习惯上称为质阻心距。

与 C_x 不同, C_y 与 m_z 均为 δ 的奇函数, 仿造 C_x 的级数展开求解方式并均只保留前两项, 可得

$$C_y = C'_y \delta + \frac{C''_y}{6} \delta^3 \quad (1-30)$$

$$m_z = m'_z \delta + \frac{m''_z}{6} \delta^3 \quad (1-31)$$

试验结果表明, 当攻角 δ 不大时, C_y 、 m_z 两式中攻角三次方项非常小, 一般可忽略不计, 故实际中常用的是

$$C_y = C'_y \delta \quad (1-32)$$

$$m_z = m'_z \delta \quad (1-33)$$

式中: C'_y 、 m'_z 分别称为升力系数导数与静力矩导数。

要指出的是, 有些研究人员在平时科研中喜欢采用式(1-30)、式(1-31)来确定的 C_y 、 m_z , 认为保留高次项在实际应用中总是可以提高一些精度的。实际上, 即使在今天要较为准确的确定出 C''_y 、 m''_z 也是非常困难的(特别是在攻角不太大时更困难), 因此如果采用较大误差的三次方系数来代入计算, 其对计算精度的负作用可能早已超过保留高次项对改善精度的影响。

当弹丸飞行中除了存在攻角外, 还存在绕弹纵轴转动或绕过弹丸质心横轴的摆动时, 还会产生其他空气动力和力矩。

1. 赤道阻尼力矩

当弹丸以某一角速度 ϕ 绕其赤道轴(过质心与弹丸纵轴垂直的轴)摆动时, 在弹丸迎风一面必因空气受压而压力增大, 另一面则因弹丸离去、空气稀薄而压力减

小;另一方面由于空气的黏性作用,在弹丸表面也存在阻碍其摆动的摩擦力,这些都使弹丸在绕赤道轴摆动时对应出现一阻尼摆动的合力矩,称之为赤道阻尼力矩,通常用 M_{zz} 表示,其空气动力表达式为

$$M_{zz} = \frac{\rho v^2}{2} S_m l m_{zz} \quad (1-34)$$

式中: m_{zz} 为赤道阻尼力矩系数,其公式为

$$m_{zz} = m'_{zz} \left[\frac{d\phi}{v} \right] \quad (1-35)$$

式中: d 为弹径; m'_{zz} 为赤道阻尼力矩系数导数,此力矩永远与摆动角速度 ϕ 反向,对于弹丸飞行稳定性来说,赤道阻尼力矩有利于改善弹丸的飞行稳定性。

2. 极阻尼力矩

当弹丸绕其纵轴自转时,由于空气的黏性,在接近弹体表面周围有一薄层空气,随着弹丸的自转而旋转,消耗着弹丸的自转动能,体现为空气对自转弹丸产生一个阻碍其旋转的摩擦阻尼力矩,此力矩称之为极阻尼力矩,用 M_{xz} 表示,其表达式为

$$M_{xz} = \frac{\rho v^2}{2} S_m l m_{xz} \quad (1-36)$$

式中: m_{xz} 为极阻尼力矩系数,表达式为

$$m_{xz} = m'_{xz} \left[\frac{d\mathbf{r}}{v} \right] \quad (1-37)$$

式中: \mathbf{r} 为弹丸自转角速度; m'_{xz} 为极阻尼力矩系数导数,此力矩方向永远与弹丸自转角速度方向相反,起着使弹丸转速衰减的作用。

3. 马格努斯力和力矩

当弹丸自转并存在攻角时(或弹丸具有非对称横截面),还会产生所谓的马格努斯力和力矩。

对产生马格努斯力和力矩的传统解释是:当弹丸自转时由于空气黏性影响使弹体表面附近一薄层内空气也跟随弹丸转动,如图 1-6(a)所示。又由于存在攻角 δ ,因而存在与弹轴垂直方向上的速度分量(或横流) $v_{\perp} = v \sin \delta$,此横流与由于黏性产生的弹表面旋转气流合成,合成的结果是弹表面一侧气流速度大、一侧速度小,如图 1-6(b)所示。根据流体力学中的伯努利定理知速度小的一侧压力大于速度大的一侧压力,这样在全弹侧表面上积分就形成一个与阻力面垂直的力,它的指向由弹轴自转角速度矢量 \mathbf{r} 向速度矢量 \mathbf{v} 旋转按右手法则定出。此力称之为马格努斯力,用 R_z 表示。马格努斯力的作用点经常不在弹丸质心上,因而对质心形

成一个力矩,称马格努斯力矩,用 M_y 表示。此力矩的指向,因马格努斯力的作用点在重心前、后而不同,如图 1-6(c)所示(作用点在重心前)。

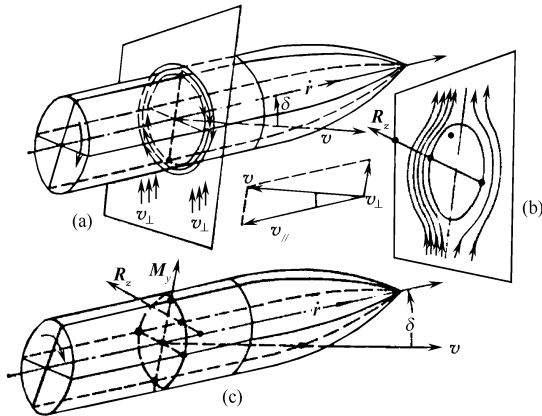


图 1-6 马格努斯力和力矩示意图

在现代弹丸空气动力学中,认为马格努斯力和力矩的产生主要是由于弹丸表面附面层的不对称而产生的,即使弹丸不旋转或无攻角,但只要其表面附面层存在不对称情况(如弹丸具有非对称横截面),也会产生马格努斯力和力矩。

马格努斯力和力矩的表达式为

$$R_z = \frac{\rho v^2}{2} S_m C_z \quad (1-38)$$

$$M_y = \frac{\rho v^2}{2} S_m l m_y \quad (1-39)$$

式中: C_z ——马格努斯力系数, $C_z = C_z'' \left[\frac{d\mathbf{r}}{v} \right] \delta$;

C_z'' ——马格努斯力系数导数;

m_y ——马格努斯力矩系数, $m_y = m_y'' \left[\frac{d\mathbf{r}}{v} \right] \delta$;

m_y'' ——马格努斯力矩系数导数。

马格努斯力和力矩对弹丸的飞行稳定性一般产生不利的影晌,相对于 C_x 、 C_y' 、 m_z' 等空气动力和力矩系数来说, C_z'' 、 m_y'' 要远远地小于它们,由于它们产生的机理较复杂,系数值又很小。目前要较为准确地计算出 C_z'' 、 m_y'' 还非常困难。

1.3.5 弹道方程中常用空气动力和力矩的系数表达式

前面介绍了作用在弹丸上的空气动力、力矩和它们在弹丸空气动力学中的表

达式,它们直接代入外弹道模型即可。但在外弹道学中,为了使模型更为简洁、便于推导和分析等,常采用弹道空气动力和力矩系数,它们和原空气动力、力矩系数关系如下:

1. 阻力

$$R_x = \frac{\rho v^2}{2} S_m C_x = m b_x v^2$$

$$b_x = \frac{\rho S_m}{2 m} C_x \quad (1-40)$$

2. 升力

$$R_y = \frac{\rho v^2}{2} S_m C'_y \delta = m b_y v^2 \delta$$

$$b_y = \frac{\rho S_m}{2 m} C'_y \quad (1-41)$$

3. 马格努斯力

$$R_z = \frac{\rho v^2}{2} S_m \left(\frac{d\mathbf{r}}{v} \right) C''_z \delta = m b_z v r \delta$$

$$b_z = \frac{\rho S_m}{2 m} d C''_z \quad (1-42)$$

4. 静力矩

$$M_z = \frac{\rho v^2}{2} S_m l m'_z \delta = A k_z v^2 \delta$$

$$k_z = \frac{\rho S_m}{2 A} l m'_z \quad (1-43)$$

5. 赤道阻尼力矩

$$M_{zz} = \frac{\rho v^2}{2} S_m l \left(\frac{d\Phi}{v} \right) m'_{zz} = A k_{zz} v \Phi$$

$$k_{zz} = \frac{\rho S_m}{2 A} l d m'_{zz} \quad (1-44)$$

6. 极阻尼力矩

$$M_{xz} = \frac{\rho v^2}{2} S_m l \left[\frac{d\mathbf{r}}{v} \right] m'_{xz} = Ck_{xz} v r$$

$$k_{xz} = \frac{\rho S_m}{2C} l dm'_{xz} \quad (1-45)$$

7. 马格努斯力矩

$$M_y = \frac{\rho v^2}{2} S_m l \left[\frac{d\mathbf{r}}{v} \right] m''_y \delta = Ck_y v r \delta$$

$$k_y = \frac{\rho S_m}{2C} l dm''_y \quad (1-46)$$

1.3.6 底排弹的减阻

作用在弹丸上的空气动力,特别是空气阻力,对弹丸的飞行运动有重要的影响,减小弹丸空气阻力,对增加射程有重要作用。前面在介绍弹丸空气阻力构成时曾提到,弹丸飞行中存在底部阻力,而且在总阻中占有较大的比例,设法减小底阻对增程有显著效果。底排增程弹就是减小底阻中较为成功、典型的例子。在此我们对底排减阻的原理等作一简要介绍。

1. 底排减阻原理

弹丸在飞行中,由于空气黏性影响,使气流在绕流弹丸尾部折转过程中,在弹底部形成一个存在漩涡、空气稀薄的低压区。如果想办法在弹丸尾部附加一装置,在飞行过程中不断向这一尾部低压区内排放质量或热量,来提高这一区域的压力,从而达到减小底阻目的,这就是底排减阻的原理。

底部排气减阻最早是从曳光弹射击试验中得到启发的,试验表明在相同初速与射角下,带曳光管弹丸的射程要比不带曳光管弹丸的射程远,这种现象引起了减阻增程研究人员的注意,因而开展了底排增程研究工作。

从底排减阻原理可知,底排与火箭增程虽然都是向弹尾部区域排气,但两者在作用原理上有很大的区别,底排主要是通过向这一区域加质、加热,提高底压来减阻(虽然动量改变也对减阻有利,但影响很小);而火箭助推增程主要是通过排气过程中的动量原理,通过作用力与反作用力的作用来提高弹丸的速度,这种原理上的差异就使底排减阻和火箭助推增程在影响特性,甚至药剂配方与方案设计等方面有很大差异。有关这方面的详细介绍,可参阅相关文献。

2. 底排减阻在外弹道中的应用

弹丸上增加底排装置的根本目的是为了减阻增程。对底排弹进行外弹道计算来说,核心是确定出底排工作期内的减阻情况(即这期间弹丸的气动力参数),并在外弹道模型中体现出这种减阻状况。

目前对底排弹空气阻力的计算方法主要有经验方法(或半经验方法)、工程计算方法与数值计算方法,各有其优缺点。由于底排工作时影响因素较多,流动状况复杂,应该说到目前为止,在实际应用中要较为准确地计算出底排减阻数据还比较困难,获取底排减阻数据主要还要靠实验。

底排弹可以减小底阻、增加射程已是确定无疑的事实。但现在底排技术在外弹道应用中的主要问题是由于增加了底排装置,其工作期内在各种因素影响下减阻状况出现差异,造成较大的弹道散布。目前底排技术中主要致力于解决的问题是:

- 1) 进一步提高底排的减阻、增程效率。
- 2) 从影响底排工作的各方面因素入手,努力改善底排燃烧过程中的均匀、稳定与可靠性,尽量减小底排减阻的随机跳动差异,改善弹丸的密集度和射击精度。
- 3) 进一步深入分析影响底排减阻各因素的机理,研究实际中切实可行,较为精确地底排减阻计算方法。

应该指出,近年来弹箭技术的发展异常活跃,对增程性能指标的需求已使底排技术难以达到。为此近年来在底排技术之后又出现了一些新的增程技术,如底排火箭复合增程、冲压增程、滑翔增程等。

1.4 常用的一些获取气动力系数的方法

前面我们对弹丸在飞行中作用于其上的诸空气动力和力矩作了介绍,它们对弹丸的飞行运动有极其重要的影响。可以说对外弹道计算的准确与否,很大程度上取决于能否准确地获取这些气动力参数。另外,气动力参数也是进行外弹道计算的先决条件。因此如何获取弹丸气动力参数一直是外弹道学中的重要研究内容。目前主要的方法是理论计算与实验,实验又分为风洞实验和火炮射击试验(即自由飞实验),下面对它们各自的优缺点和实际应用中应注意的问题作一简要介绍。

1.4.1 对弹丸空气动力的计算

以往主要采用的有经验公式、工程计算方法、数值计算方法。近年来随着研究水平、手段的不断提高,经验公式方法计算弹丸气动力参数已难以适应科研工作的

需要,除非在一些特殊场合(如估算弹丸气动力数据范围),经验公式基本上已不再采用。

工程计算方法是基于一些空气动力学理论,对弹丸结构、流场情况做一些适当的假设、简化,再进行(计算机)计算求解。比较常见的,如面元法、二次激波——膨胀波理论、Van Dyke 混杂理论等。

数值计算方法完全是基于空气动力学的基本方程,建立起气流绕流飞行体的流场数学力学模型(如 N-S 方程),在一定边界条件下求解飞行体表面流场,进而求出作用在弹丸上的空气动力。这种方法受已往计算条件所限,使用较少。但近年来随着计算技术和计算条件的迅速发展,已开始使用该方法,特别是对一些复杂弹形的空气动力计算,使用此方法较优越。

由于工程计算方法具有计算速度快、简捷、有良好的计算精度等特点,目前仍是外弹道研究中获取弹丸空气动力参数最广泛使用的计算方法。对于一外形较为规则的弹丸来说(如通常旋成体弹丸),工程计算方法对阻力系数、升力系数、翻转力矩系数等主要气动力系数的计算误差一般小于 10%(阻力系数误差更小),而且计算方法比较适用于弹丸结构参数变化对气动力特性影响等进行计算分析,可以获取较全面的弹丸气动力参数等特点,有着实验方法无法替代的优点,因而在弹箭方案研究初始阶段,应用的最多。

但气动力计算毕竟存在一定误差,对于弹箭研究的最后阶段和一些重要场合(如射表编制),则必须进行实验来获取较为准确的弹丸空气动力参数。

1.4.2 风洞实验方法

风洞实验是以空气动力学相似理论为基础的一种测试弹丸空气动力参数的传统方法。

风洞实验,通过对弹丸模型的吹风实验,获取弹丸的诸空气动力系数随马赫数变化的数据,是在弹丸外弹道研究中获取空气动力参数的一种经常使用的实验方法。

与计算方法相比,风洞实验值更接近实际情况,精度较高;与射击试验相比,风洞实验简单易行、成本相对要低,这些均是其优点。

但风洞实验中是对吹风模型在设定姿态下进行实验(尽管可以设定不同的攻角),与弹丸飞行中的实际情况存在差异。此外实验中需对吹风模型支撑因而对实验结果产生误差影响(尽管对它进行修正),这是它同射击试验相比的不足之处。粗略地说,风洞实验法是介于理论计算和射击试验之间的一种获取弹丸空气动力参数的方法。

需要指出,风洞实验中获取的气动力系数随马赫数变化间距常常较大(如 $M=0.25$ 或 0.5 个间距,对应不同马赫数需应用不同的喷管),因而在外弹道计算

时只能对不同马赫数间气动力参数进行各类插值来获取,这将使计算弹道值与实测弹道值之间又出现一个误差源,实际使用中应引起注意。

1.4.3 射击试验方法

通过对火炮弹丸的射击试验来获取气动力参数是一种常用的方法。

一般的外弹道专业书中都介绍了,用测试炮口附近的近距离内(如靶道内)弹道上两点的速度降(或章动、进动等)来处理出弹丸的阻力系数等气动力参数,但这种方法获取的气动力参数均对应弹道某一点(或一个马赫数下)的数据,除了可对弹丸气动力理论计算值进行校验,用弹形系数概念获取弹丸气动力参数等之外,在实际外弹道研究中其应用受到很大限制。我们这里所介绍的,主要是采用雷达对飞行弹丸进行连续跟踪来获取弹丸阻力系数的方法。

目前外弹道上测试采用的雷达,如毫米波雷达、640 雷达、DR582 或韦伯尔雷达等,均属于多普勒信号处理雷达。射击试验时雷达置于火炮一侧,弹丸出炮口瞬间触发雷达,雷达天线对飞行弹丸利用多普勒信号原理测出弹丸的径向速度,连续跟踪测量就可测出弹丸飞行速度随时间的变化曲线,有了 $v \sim t$ 变化曲线就可处理出弹丸在所测弹道段上阻力系数随马赫数变化的曲线。由可测弹丸飞行距离、测试效果等来看,以 DR582 或韦伯尔雷达等测试效果为佳。

雷达测试可以获得弹丸飞行阻力随马赫数连续变化的曲线,使得在过去外弹道研究中认为要获得一条 $C_x \sim M$ 曲线是十分复杂的事变得相对要简单得多。由于该方法所测的阻力系数真实地反映出弹丸在实际飞行中的情况(如攻角变化影响等),故测试的阻力系数用于外弹道计算有很好的计算精度。目前该方法获取阻力系数在弹箭方案研制的后期以及射表编制等重要场合均是重要的研究手段,特别是对射表编制,采用该方法获取弹丸阻力系数作为射表编制的基础较以往的射表编制方法极大地减少了试验工作量和用弹量。

有些雷达测试时,对弹丸可连续跟踪的距离有一范围(如口径的 10 万~15 万倍),这时如必须获得一条完整的阻力系数随马赫数变化曲线,可采用减装药对火炮弹丸射击试验以补充成一完整的 $C_x \sim M$ 曲线。

与理论计算和风洞实验相比,雷达测试获取弹丸阻力系数的方法成本相对要高些,此外雷达测试仅能获取弹丸的阻力系数,这些均是它与其他方法相比的不足之处。

在不同射角下的射击试验,用雷达测试其阻力系数,由于受许多因素变化影响,阻力系数值略有差异。

对于一些射程较近的弹丸,雷达测试可跟踪的距离在后一段有时已超过其弹道顶点,实际应用中这时应注意对这一段测试结果的误差分析。因雷达测试直接获得的是弹丸相对于雷达的径向速度,尽管对该速度还需进行向实际飞行速度的

转换,但由于过顶点以后弹道弯曲较大,且顶点附近速度值相对较低,故可能引入的误差相对要大一些,有可能造成对应此点所测速度的“飘移”(即所测出速度偏离真实速度值一点点),对应此时的马赫数也会产生小的“飘移”。而许多弹丸又恰恰在弹道顶点附近阻力系数值最大(如在音速附近),对应此时马赫数变化, C_x 变化相对最敏感,因此造成此时有可能出现不容忽视的测试误差,表现出来的现象常常是一组弹丸中在最后一段上测试值有较明显的跳动差异,此时应引起注意,条件许可情况下可不用这一段测试结果。

总之,理论计算方法和实验方法获取弹丸的阻力系数各有优缺点,在实验方法中,对射击试验不便做或测不到的弹道段上,射击试验测不全气动力系数等场合,风洞实验可以作为补充。实际中究竟采用什么手段获取弹丸气动力系数,研究人员可根据研究对象的具体情况、要求和具备的条件等因素综合考虑来选定。

第 2 章 弹丸一般运动方程组

2.1 基本假设及弹丸质心运动方程

对弹丸飞行弹道与运动特性进行数值计算和分析一直是外弹道学中的一项重要内容,而计算的依据就是弹丸的运动方程组。从本章开始介绍弹丸的运动方程组,像外弹道学的研究是从简单到复杂一样,本章的介绍也是由简单到一般。

影响弹丸在空中运动的因素极为错综复杂,如果全部加以考虑,不仅使问题变得十分复杂,而且也无法求解。因此,在分清主要与次要因素基础上,针对具体研究对象的特点,引进一些必要的简化假设,从而既可抓住问题的本质,使问题简化,又可以求得与实际情况相符合的结果。

实际飞行中的弹丸纵轴与速度矢量间总存在一个攻角,对于飞行稳定性良好的弹丸来说,此攻角不大而且是收敛的。但因存在攻角,由前面介绍的空气动力与力矩知,此时作用在弹丸上的空气动力不仅有阻力,还有其他力和力矩,弹丸在空中的运动是一个复杂的刚体运动,需由 6 个自由度来描述其运动:三个描述弹丸的质心运动;三个描述其围绕质心的运动,质心运动与绕心运动相互影响。但在实际中,对于飞行稳定的弹丸来说,攻角 δ 总是很小,弹丸围绕质心运动对其质心运动影响不大,因而在研究弹丸质心运动时可以暂时忽略绕心运动对它的影响。

为了突出在一些标准条件下对弹丸质心运动的研究,有如下的基本假设:

- 1) 弹丸外形和质量分布为轴对称体,在弹丸整个运动期间假设攻角为零。
- 2) 气象条件为标准气象条件,无风雨。
- 3) 忽略科氏惯性力的影响和重力加速度随纬度的变化。
- 4) 地表面为平面,忽略重力加速度随高度的变化。

根据以上假设研究的外弹道质心运动称为外弹道学的基本问题(对应的弹道也称理想弹道)。在上述假设中第 1) 条由于限定了弹丸为轴对称体且攻角始终为零,即说明弹丸飞行中所受的空气动力为空气阻力且通过质心,重力也通过质心,仅在此两力作用下的弹丸运动完全相同于将弹丸质量集中于质心处的一质点运动。又由于假设中规定了无风且忽略了科氏惯性力等影响,则空气阻力、重力必在射击平面内且无其他不在射击平面内的作用力,因此在上述假设下弹丸质心的运动实际上还是一个平面运动。

对于上述第 4) 条假设,当弹丸射程较大时应考虑地球曲率和重力加速度变化带来的影响。