

上海市教育委员会高校重点教材建设项目  
上海市教育委员会组编

# 工 程 光 学

李湘宁 主 编

李湘宁 贾宏志 编  
朱维涛 曹俊卿

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了几何光学和波动光学的基础理论。全书共分 14 章。前 9 章以几何光学为基础,介绍了几何光学的基本定律、球面系统和平面系统的成像规律、高斯光学的基本理论及像差的基本概念,并介绍了典型光学系统和部分现代光学系统的原理和特性;第 10~14 章以波动光学为基础,介绍了光的电磁理论,光的干涉、衍射、偏振等波动性质及应用,并介绍了现代光学的发展。两部分内容构成了经典光学的完整体系。本书针对相关内容的重点和难点,作了深入浅出的阐述,并精心安排了有代表性的例题,部分章节附有习题,并在书末附有部分习题答案。

本书可作为高等院校光学工程、测控及电子信息等相关专业的本科生和研究生的专业基础课教材,还可作为有关工程技术人员的参考或学习用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

---

工程光学/李湘宁主编. —北京:科学出版社, 2005

ISBN 7-03-015500-9

I. 工… II. 李… III. 工程光学—高等学校—教材 IV. TB133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 045591 号

---

责任编辑:马长芳 姚庆爽 / 责任校对:钟 洋

责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮 政 编 码:100717

<http://www.sciencep.com>

印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2005 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2006 年 6 月第二次印刷 印张:22

印数:3 001—4 500 字数:433 000

定 价:29.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

# 前 言

自 20 世纪 60 年代初期激光的出现,开始了现代光学的发展进程,出现了许多新的学科分支。现代工程光学在认识世界、改造世界的实践中已取得了一系列变革性的进展,并正在对高科技、国防建设、国民经济与人民生活产生巨大的影响。但是,现代光学仍然离不开作为基础理论的几何光学和波动光学。随着现代光学成为 21 世纪的重要学科,人们也愈加重视工程光学的普及教育。

本书是工程光学的专业基础课教材,全书分为几何光学和波动光学两大部分。第 1~ 9 章为几何光学篇,系统地介绍了几何光学的基本定律、光学系统基本成像元件的成像规律和高斯光学理论,介绍了光学系统的光束限制及其应用、像差的基本概念,在这些基本理论的基础上介绍了典型光学系统的工作原理、主要性能和特点,并介绍了部分现代光学系统的原理及应用;第 10~ 14 章为波动光学篇,介绍了光的电磁理论,光的干涉、衍射、偏振等波动性质及应用,并介绍了激光及非线性光学等光学新成就。这两大部分内容构成了经典光学的完整体系。本教材在着重介绍经典光学基本理论的基础上,增加了现代光学的部分内容,目的是让读者在掌握工程光学基本理论的同时,也对现代光学的理论及现代光学系统的原理有一定的了解,拓宽知识面,并使读者在了解这些内容后有能力自己去接受和理解日新月异的新成果和新技术。

本书从面向应用的角度,在几何光学和波动光学两大部分的比例安排上选择了侧重前者,二者比例为 3: 2,有别于目前国内的一些同类教材,这样的安排与目前很多学校的相关专业(如测控技术与仪器、电子信息、机电工程、医疗器械等)实际对“工程光学”课程的教学计划需求相一致。本教材的参考学时为几何光学 48 学时(3 学分),波动光学 32 学时(2 学分)。

本书的主要参编者,均具有多年从事工程光学课程的本科生、研究生教学经验及相关的科研工作实践经验。我们认为,作为工科学生,基本理论的掌握和实际应用应该是并重的,因此对本针对工科学生的教材,我们在编写中尽量避免繁难的数学推导,强调物理概念的阐述,理论联系实际,注重实用性和先进性。在写作方法上力求深入浅出、循序渐进,尽可能地将抽象的概念形象化和通俗化,便于读者阅读和自学。为了加深对教材内容的理解和掌握,提高解决实际问题的能力,在主要的章节里都选编了例题,部分章节附有习题,并在书末给出了部分习题的参考答案,以满足读者的自学需求。

本书是上海市教育委员会组编的高校重点教材建设项目,李湘宁任主编,贾宏

志、朱维涛、曹俊卿等也参加了编写。具体分工为,李湘宁编写第 1~ 6 章,朱维涛编写第 7、8 章,李湘宁和朱维涛共同编写第 9 章,贾宏志编写第 10~ 12、14 章,曹俊卿编写第 13 章。上海理工大学贺莉清教授和滕家炽教授分别审阅了几何光学和波动光学的书稿,并为本书的撰写提出了许多建设性的意见,郭汉明、徐欢、周果为本书的附图、习题等付出了辛勤的劳动,在此表示衷心的感谢。本书在编写过程中,参阅了大量的参考文献,在此也向这些文献作者表示谢意。

由于时间仓促及作者水平有限,书中难免存在一些缺点和错误,殷切希望广大读者批评指正。

编 者

2005 年 5 月

# 目 录

## 前言

第 1 章 几何光学的基本定律和物像概念	1
1.1 几何光学的基本定律	1
1.2 光学系统的物像概念	6
习题	7
第 2 章 共轴球面光学系统	9
2.1 符号规则	9
2.2 物体经单个折射球面的成像	11
2.3 单个反射球面的成像	19
2.4 共轴球面系统的成像	20
习题	23
第 3 章 理想光学系统	25
3.1 理想光学系统的共线理论	25
3.2 理想光学系统的基点与基面	26
3.3 理想光学系统的物像关系	30
3.4 理想光学系统的多光组成像	39
3.5 实际光学系统的基点和基面	50
习题	56
第 4 章 平面系统	59
4.1 平面镜	60
4.2 反射棱镜	63
4.3 平行平板	68
4.4 折射棱镜和光楔	75
习题	78
第 5 章 光学系统的光束限制	81
5.1 概述	81
5.2 孔径光阑	83
5.3 视场光阑	87
5.4 渐晕光阑及场镜的应用	91
5.5 景深和焦深	95

习题	100
<b>第 6 章 像差概论</b>	<b>103</b>
6.1 轴上点球差	103
6.2 彗差	109
6.3 细光束像散	113
6.4 细光束场曲	116
6.5 畸变	118
6.6 色差	121
习题	127
<b>第 7 章 光度学与色度学基础</b>	<b>129</b>
7.1 眼睛的结构及其视觉特性	129
7.2 辐射度量和光度量及其单位	131
7.3 光度学中的基本定律	136
7.4 光学成像系统像面的光照度	140
7.5 人眼的颜色视觉理论	142
7.6 颜色视觉特性参数描述	143
7.7 CIE 标准色度系统	144
7.8 均匀颜色空间及色差计算	151
习题	154
<b>第 8 章 典型光学系统</b>	<b>155</b>
8.1 眼睛的光学成像特性	155
8.2 放大镜	161
8.3 显微镜系统	164
8.4 望远镜系统	174
8.5 目镜	178
8.6 摄影系统	180
8.7 投影系统	186
习题	190
<b>第 9 章 现代光学系统</b>	<b>192</b>
9.1 光纤光学系统	192
9.2 激光光学系统	201
9.3 红外光学系统	208
<b>第 10 章 光的电磁理论基础</b>	<b>219</b>
10.1 光的电磁性质	219
10.2 几种简单的光波场	223

10.3	光波的叠加	228
10.4	平面光波在两种电介质分界面上的反射和折射	232
	习题	242
<b>第 11 章</b>	<b>光的干涉</b>	<b>245</b>
11.1	光波干涉条件和杨氏干涉实验	245
11.2	干涉条纹的可见度	248
11.3	平板的双光束干涉	254
11.4	平板干涉的应用	262
11.5	平行平板的多光束干涉及其应用	268
11.6	光学薄膜	275
	习题	279
<b>第 12 章</b>	<b>光的衍射</b>	<b>281</b>
12.1	光波的标量衍射理论	282
12.2	菲涅耳衍射	285
12.3	夫琅和费衍射	289
12.4	光学成像系统的衍射和分辨本领	297
12.5	衍射光栅	299
	习题	302
<b>第 13 章</b>	<b>光的偏振</b>	<b>305</b>
13.1	矢量波、矢量波的数学描述和偏振光概述	305
13.2	晶体的双折射	308
13.3	晶体偏振器件及其数学描述	314
13.4	偏振光的干涉	320
	习题	323
<b>第 14 章</b>	<b>激光原理及非线性光学简介</b>	<b>325</b>
14.1	激光原理	325
14.2	非线性光学	333
	习题答案	338
	参考文献	343
	附录	344

# 第 1 章 几何光学的基本定律和物像概念

光学是研究光的本性、光的传播、光与物质的相互作用以及光的实际应用的科学。近代物理学的观点认为,光具有波粒二象性,然而,除了在研究光的发射和吸收等与物质相互作用的情况下必须考虑光的粒子性及运用量子理论之外,光主要以波动的形式存在着。光的本质是电磁波,波谱范围通常是从远红外到真空紫外,而其中的可见光波段仅仅处在  $0.4 \sim 0.76 \mu\text{m}$ ,当光的外观表现为波动性时,光以波的方式传播,遵循波动理论。

研究光的传播离不开光学系统。光学系统的主要作用是传输光能和对研究的目标成像,用波动光学理论能够很精确地讨论光经过光学系统的传播规律和成像问题,但具有相当的复杂性。通常在解释光学成像和设计光学系统时,采用几何光学的研究方法。所谓几何光学,就是把光的概念和几何学中的点、线、面有机地联系起来,利用简便而实用的几何学方法来研究光的传播以及目标经过光学系统后的成像规律。几何光学忽略了光的波动本性,以某种近似来研究光的传播,这种方法对于所研究对象的尺寸远大于光的波长的场合是成立的。工程应用中的大多数光学系统的结构尺寸都远大于波长,用几何光学得出的结果与宏观现象非常吻合,因此,在这些情况下应用几何光学来研究光学系统具有足够的精度。尽管用几何光学对光的研究只是真实情况的一种近似,但由于研究和解决问题的方法较之波动光学简单得多,使得这一理论得以广泛地应用和不断地发展。本书前 9 章的内容就是以几何光学为基础来讨论光的传播规律及光学系统的成像特性。

## 1.1 几何光学的基本定律

### 1.1.1 几何光学的点、线、面

几何光学把光源和物体看作是由许多几何发光点组成,经过光学系统所成的像也由许多的几何点组成。物面或像面上的每一点,代表着该点附近的小面元。

在波动光学中,光波沿着波面的法线方向传播。几何光学将光波的传播抽象成几何线一样的光线,这些光线相当于波面的法线,它代表了光的传播方向。一个点光源发出的光波由一束光线(法线束)表示,根据光波的特点,平面波对应于平行光束,球面波对应于同心光束,像散波对应于像散光束,各类光束及对应的波面见图 1-1。

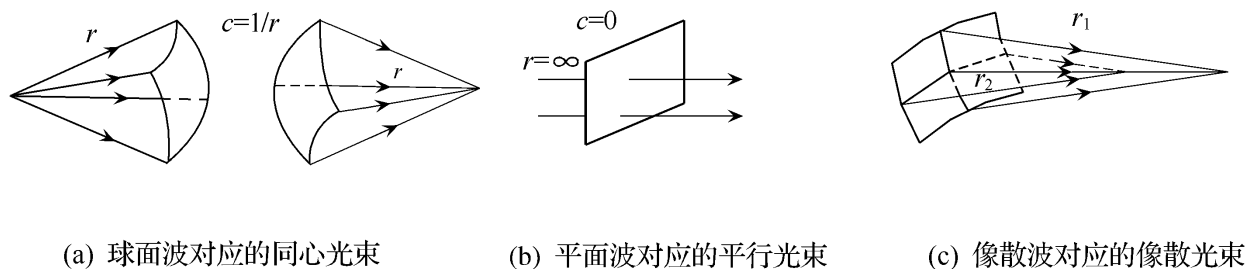


图 1-1 光束的分类

## 1.1.2 几何光学的基本定律

几何光学的基本定律决定了光线在通常情况下的传播方式,它是我们研究光学系统成像规律以及进行光学系统设计的理论依据。

### 1. 光的直线传播定律

在各向同性的均匀介质中,光沿着直线传播,这就是光的直线传播定律。根据这一定律,光在均匀介质和空气中走的都是直线。这一定律忽略了光作为电磁波的衍射特性。用光的直线传播定律可以解释日食、月食等自然现象,也可以解释光照射物体时为什么会出现影子等类似问题,小孔成像正是利用了光的直线传播定律。

### 2. 光的独立传播定律

当两束或多束光在空间相遇时,各光线的传播不会受其他光线的影响,这就是光的独立传播定律。按照这一定律,光束相交处的光强是一种简单的叠加,忽略了光作为电磁波的相干特性。应用这一定律在分析光线的传播时,不必考虑光线之间的相互影响。

### 3. 光的折射定律和反射定律

当一束光线由折射率为  $n$  的介质射向折射率为  $n'$  的介质时,在两种透明介质的分界面上,一部分光线将被反射,另一部分光线将被折射,如图 1-2 所示。反射光线和折射光线的传播方向遵循反射定律和折射定律。

#### 1) 反射定律

反射定律指出入射光线、光线在界面入射点处的界面法线以及反射光线三者共面,入射光线与反射光线分居于法线的两侧,且入射角  $I$  与反射角  $I''$  绝对值相等,即

$$I = - I'' \quad (1-1)$$

入射角与反射角的符号是这样确定的:由光线转向法线,顺时针为正,逆时针为负。

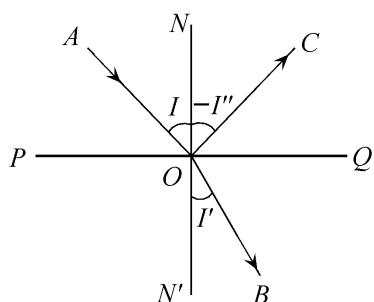


图 1-2 光线的折射与反射

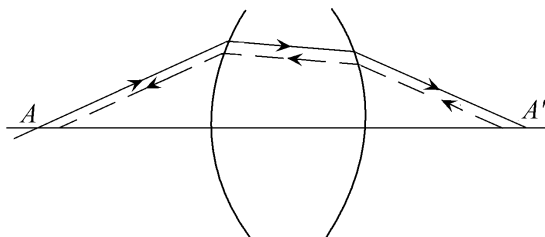


图 1-3 光路的可逆性

反射定律表明,入射光线与反射光线对称于法线,负号表示两者的传播方向相反。

## 2) 折射定律

折射定律指出,入射光线、光线在界面入射点处的界面法线以及折射光线三者共面,入射角  $I$  与折射角  $I'$  之间满足下列关系式:

$$n \sin I = n' \sin I' \quad (1-2)$$

折射定律说明,光线折射后将发生偏转,当光线从低折射率介质射向高折射率介质(如从空气射向玻璃)时,光线向靠近法线的方向偏转(折射角小于入射角),反之则偏离法线(折射角大于入射角)。

在折射定律(1-2)中,若令  $n' = -n$ ,则得到反射定律(1-1),因此,可以将反射定律看作是折射定律的一个特例。根据这一特点,在光线反射的情况下,只要令  $n' = -n$ ,所有对折射光线传播的计算也适用于反射光线。

根据以上几何光学的基本定律,可以得出光线的传播具有可逆性。如图 1-3 所示,光线遵循几何光学的基本定律从 A 点沿一定路径(图中实线)传播到 A' 点,若此时从 A' 点沿到达光线的反方向射出一条光线(图中虚线),按照光的直线传播定律和折射定律,很容易判断得出,光线将沿同一路径的反方向到达 A 点,光线的这种传播特性称为光路的可逆性。利用这一特性,我们不但可以确定物体经光学系统所成的像,也可以反过来由像确定其目标的位置。在光学系统的计算和设计中,经常利用光路的可逆性来计算和设计光学系统,提高计算的精度。

## 3) 全反射

按照折射定律,当光线从光密介质射向光疏介质,即  $n > n'$  时,折射角大于入射角,当入射角逐渐增大达到某一角度  $I_c$  时,光线的折射角增大至  $90^\circ$ ,光线经界面掠射。继续增大入射角,折射光线消失,所有的光线将反射回原介质中,这种现象称为全反射,如图 1-4 所示。 $I_c$  称为全反射的临界角,由折射定律可得

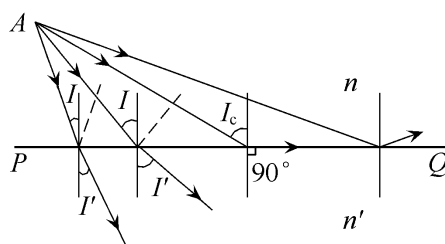


图 1-4 光线的全反射

$$I_c = \arcsin \frac{n'}{n} \quad (1-3)$$

光线发生全反射必须同时具备两个条件:①光线由光密介质射向光疏介质;②光线的入射角大于临界角 $I_c$ 。

全反射具有很重要的应用,下面列举两种全反射的应用实例。

**全反射棱镜** 如图 1-5 所示为一直角棱镜,光线从棱镜的一个界面入射,折射后射向棱镜的斜面,在该斜面上满足全反射的两个条件而发生全反射,再经棱镜的另一个面出射,该直角棱镜使垂直入射的光线传播方向改变了 $90^\circ$ 。利用全反射棱镜来反射光线较之用普通平面反射镜有更高的反射率(一般认为全反射的反射率为 1),且反射面在玻璃内部受到保护,不易被空气中的化学成分腐蚀。

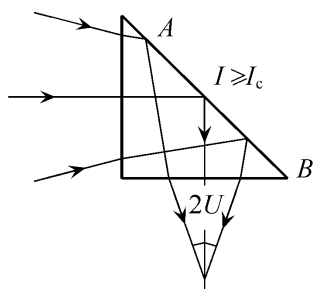


图 1-5 全反射棱镜

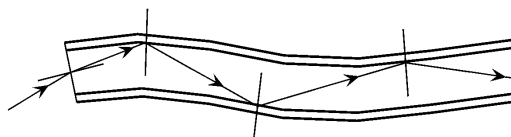


图 1-6 全反射光纤

**全反射光纤** 如图 1-6 所示为一光纤的截面,在一个折射率较高的玻璃纤维外包裹着一层较低折射率的介质,光线经光纤的一端射入,在玻璃纤维的边界处受到全反射,连续不断的全反射使光线从纤维的一端传播到另一端。光纤细且柔软,许许多多的光纤组成的光纤束能做成内窥镜探入人体内部,用于传播光能和图像。在通信系统中光纤也替代了传统的电缆广泛应用于现代通信。

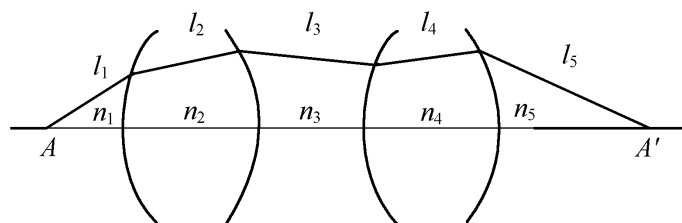


图 1-7 光线路径与光程

### 1.1.3 费马原理

费马原理与几何光学的基本定律一样,也是描述光线传播规律的基本理论。它以光程的观点描述光传播的规律,涵盖了光的直线传播和光的折射、反射规律,具有更普遍的意义。

根据物理学,光在介质中走过的几何路程与该介质折射率的乘积定义为光程。

设介质的折射率为  $n$ , 光在介质中走过的几何路程为  $l$ , 则光程  $s$  表示为

$$s = nl$$

在图 1-7 中, 如果光线从  $A$  点传播到  $A'$  点, 经过了  $k$  个介质, 走过的路径各为  $l_1, l_2, \dots, l_k$ , 则光线经历的光程为

$$s = \sum_{i=1}^k n_i l_i$$

若光线经历的介质变化是连续的, 则光程可用积分表示为

$$s = \int_A^B n dl$$

费马原理指出, 光从一点传播到另一点沿的是极值光程路径。即光沿光程为极大值、极小值或常量值的路径传播, 其数学表示为光程的一阶变分为 0, 即

$$\delta s = \delta \int_A^B n dl = 0 \quad (1-4)$$

至于光程走的是极大值还是极小值, 这要取决于折射表面的曲率及两点之间的位置, 大多数情况下是极小值。费马原理可以用来证明光的直线传播定律和光的折射、反射定律。例如, 在均匀介质中, 两点间以直线距离为最短, 故按照费马原理, 光线应当走直线, 光的直线传播定律即可得到证明。费马原理同时也能说明光在非均匀的介质中走的是曲线, 如图 1-8 所示。

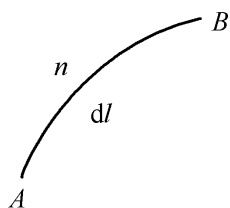


图 1-8 光在非均匀  
介质中的曲线  
传播路径

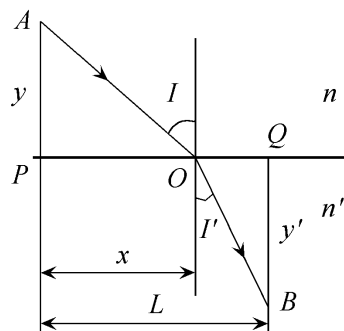


图 1-9 用费马原理证明  
折射定律

**例 1-1** 用费马原理证明光的折射定律。

**证明** 光线在两透明介质表面的折射情况如图 1-9 所示, 从  $A$  点和  $B$  点分别作界面的垂线  $AP$ 、 $BQ$ , 并令其长度分别为  $y$  和  $y'$ , 则  $A$  点到  $B$  点的光程为

$$(AOB) = nAO + n'OB = n\sqrt{x^2 + y^2} + n'\sqrt{(L-x)^2 + y'^2}$$

光程为极值的条件为

$$\frac{d(AOB)}{dx} = \frac{n2x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{-n'2(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + y'^2}} = 0$$

将上式化简,并注意到  $\sin I = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ,  $\sin I' = \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + y'^2}}$ ,代入上式并整理得

$$n \sin I = n' \sin I'$$

即得到证明。读者可以自己证明光的反射定律。

## 1.2 光学系统的物像概念

光学系统的主要功能之一是对物体目标成像。要掌握光学系统的成像规律就必须首先理解物和像的概念。

光学系统对目标物体成像,目标发出的光线在未经过光学系统传播之前都称为物方光线,物方光线的会聚点称之为物,经过光学系统传播之后的光线则称为像方光线,像方光线的会聚点称之为像。按照光线传播的方向,物体有实物和虚物之分,像也有实像和虚像之分。从几何光学的意义上说,实际光线能够相交的点为实点,实际光线延长后才能相交的点为虚点。因此,物方光线实际相交的点为实物点,物方光线延长后相交的点为虚物点。同样,像方光线实际相交的点为实像点,延长后相交的点为虚像点。客观存在的物体由于能实际发光(可以自身发光,也可以是受照后发光),都被看作是物方光线的会聚点,因此都是实物,而虚物一般不会独立存在,往往产生于前一光学系统所成的实像,这一实像相对于下一成像系统成了虚物,见例题 1-2。实像因为有实际光线相交,可以用接收屏得到其图像,如照相底片、电影银幕等。而虚像得不到实际的光线会聚点则无法用屏接收,但虚像可以用眼睛观察,如望远镜成像和反射镜成像。图 1-10 中分别表示了物体成像的四种不同情况。

物空间是物体所在的介质空间,而像空间则是像所在的介质空间,每个空间的介质形式上都是以界面分割的。但由于物和像都可能存在实或虚的情况,因此,随着任一空间的光线的延长(注:计算和分析时常需要延长光线),该空间也被认为可以延伸其空间范围。例如,光线在进入光学系统前(折射、反射前),无论向哪个方向延长,都认为是物方光线,光线的延长相当于延伸了物方空间,计算该光线时应采用物方空间介质的折射率。同样,光线经光学系统出射后(折射、反射后),无论向哪个方向延长,都认为是在像方空间,应使用像方空间介质的折射率计算。

光学系统的物和像具有广义,它们都是相对于某一成像系统而言的,如果一个物体依次经过几个系统成像,则前一个系统所成的像便成为下一系统的物,如此不断成像后得到最终的像。因此物和像的概念并不是绝对的。对于连续成像的系统,物与像的角色在具体情况下发生变化,计算时应取相应空间介质的折射率。下面我们通过例题说明光学系统的物像关系。

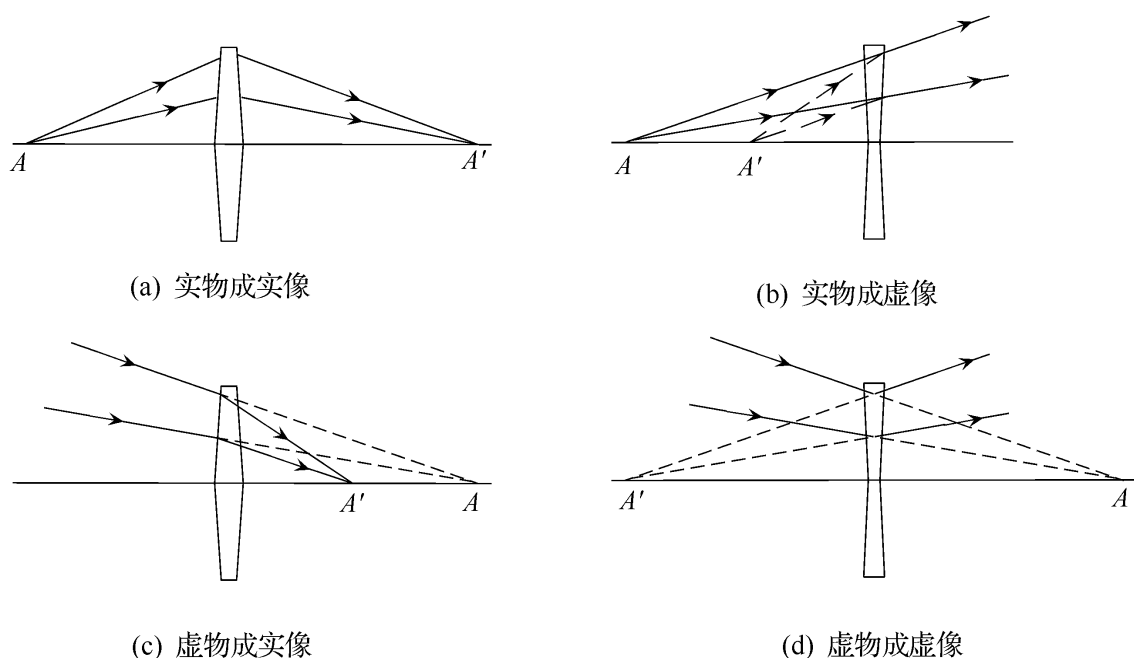


图 1-10 光学系统的几种物像关系

**例 1-2** 光学系统由图 1-11 中四个子系统 I、II、III 和 IV 组成,对 A 物体成像。根据图中的成像光线,说明各子系统的物、像关系。

**解** 光学系统将物点 A 最终成像于  $A'$ ,因此  $(A, A')$  分别是整个系统的物和像,而  $(A_1, A'_1)$ 、 $(A_2, A'_2)$ 、 $(A_3, A'_3)$  和  $(A_4, A'_4)$  分别是子系统 I、II、III 和 IV 的物和像。其中  $A_1$  是系统 I 的实物,也是整个系统的实物 A;  $A'_1$  是子系统 I 的虚像,又是系统 II 的实物  $A_2$ ; 系统 II 的实像  $A'_2$ , 又是系统 III 的虚物  $A_3$ ; 系统 III 的实像  $A'_3$ , 又是系统 IV 的实物  $A_4$ ; 最后,  $A'_4$  是系统 IV 的实像,也是整个系统的实像  $A'$ 。

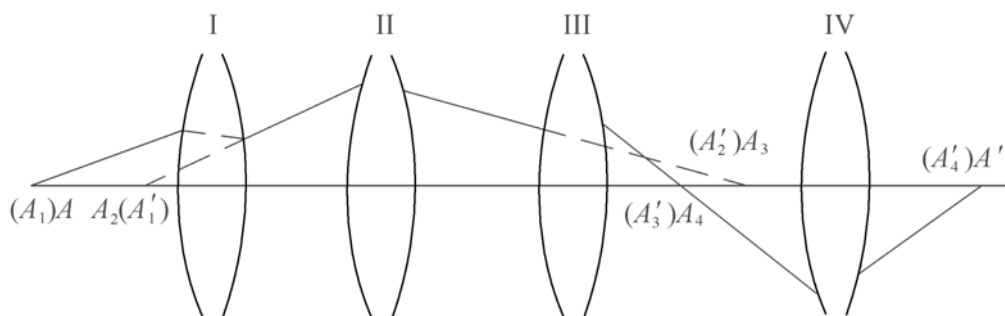


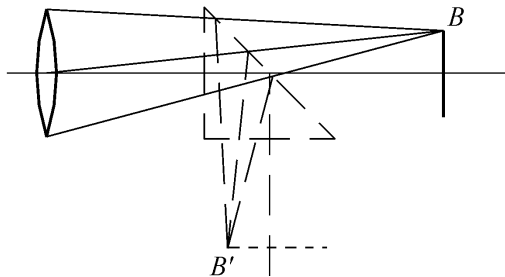
图 1-11 多光组系统的成像与物像关系

## 习 题

1-1 举例说明光传播中符合几何光学各基本定律的现象和应用。

1-2 光线由水中射向空气,求在界面处发生全反射时的临界角。当光线由玻璃内部射向空气时,临界角又为多少? ( $n_{\text{水}} = 1.333, n_{\text{玻璃}} = 1.52$ )。

1-3 如图所示,某通光口径为 15mm 的透镜出射的一束光线会聚于像方的 B 点, B 点所在面距透镜 100mm。现用一个  $n = 1.5163$  的直角反射棱镜转折光线  $90^\circ$ ,若要使经透镜出射的光束能被棱镜全部反射,问光束的中心光线(称主光线)的最大角度(称视场角)为多少?



第 1-3 题图

1-4 一根没有外包层的光纤折射率为 1.3,一束光线以  $u_1$  为入射角从光纤的一端射入,利用全反射通过光纤,求光线能够通过光纤的最大入射角  $u_{1max}$ 。实际应用中,为了保护光纤,在光纤的外径处加一包层,设光纤的内芯折射率为 1.7,外包层的折射率为 1.52,问此时光纤的最大入射角  $u_{2max}$  为多少?

1-5 在习题 1-4 中,若光纤的长度为 2m,直径为  $20\mu\text{m}$ ,设光纤平直,问以最大入射角入射的光线从光纤的另一端射出时,经历了多少次反射?

1-6 利用费马原理验证反射定律。

1-7 证明光线通过两表面平行的玻璃平板,出射光线与入射光线的方向永远平行。

1-8 一个等边三角棱镜,假定入射光线和出射光线关于棱镜对称,出射光线对入射光线的偏转角为  $40^\circ$ ,求棱镜的折射率。

## 第 2 章 共轴球面光学系统

光学系统由一系列光学零件组成。它们按照一定的方式组合,对物体发出的光线进行折射和反射,按照需要传播光线和对物体成像。常用的光学零件有透镜、反射镜、棱镜及平行平板等,它们的界面绝大多数都采用球面形状(平面可看作是半径为无穷大的球面)。如果光学系统中的所有界面均由球面构成,则该光学系统称为球面系统。在球面光学系统中,如果所有的球心都位于同一条直线上,这类光学系统则称为共轴球面系统,连接各球面球心的直线称为系统的光轴,它是整个系统的对称轴。大多数光学系统都采用这种结构。

共轴球面系统是我们理解光学系统成像规律的基础,系统对物体的成像过程是各个透镜对光线作用的过程,因此,对球面系统成像过程的讨论具有普遍意义,本章将对此做详细介绍,我们首先讨论物体经单个折射球面的成像,再逐步过渡到整个共轴球面系统的成像。

### 2.1 符号规则

在成像过程中,为了说明物、像的虚实和正倒,并能清楚确定光路中光线的方向、球面的凹凸以及球心位置等状况,几何光学对描述物像的位置和大小,以及系统的参数等都使用了代数量,并在光路计算中建立了如下符号规则(图 2-1)。

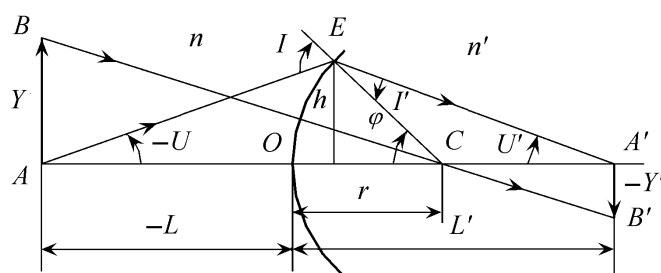


图 2-1 符号规则及其标注

#### 2.1.1 光路方向

光路方向即为光线行走的方向,光线计算总是依照光路的正向设定符号规则。通常规定,光线从左到右传播定为光路正向,反之取负。因此,一般情况下,总是将物体放在光学系统的左面,使物体从左到右传播光线或经过系统成像。如果在实际分析中需要对光线作逆向计算,例如,在投影系统中常需由像计算物,即光线从右

到左传播,这时,符号规则将随光线的方向而改变。但在实际中,对逆向光路计算常采用翻转 180°的做法,仍利用光线从左到右传播的习惯规则。这时,将像放在光学系统的左面,光学系统的最后一面变为第一面,而第一面变为最后一面,从左到右由像计算到物,最后将计算结果再翻转 180°回去后,得到最终的实际结果。

### 2.1.2 线量的正负号

图 2-1 为物体经单个折射球面成像的光路图。通过球心的一条直线称为光轴,光轴与折射球面的交点称为顶点,图中垂直于光轴的物体 AB 经单个球面所成的像为 A'B'。轴上物点 A 到球面顶点 O 的距离称为物距 L,轴上像点 A'到球面顶点 O 的距离称为像距 L'。成像过程中涉及的线段参量有物距 L、像距 L'、物高 Y、像高 Y'、光线的入射高度 h 及球面半径 r。对于这些线量,符号规则采用了直角坐标系规则,将原点设为球面顶点,横轴与光轴重合,规定所有沿轴线量向右取正,向左取负;所有垂轴线量向上取正,向下取负。如图 2-1 中,物点 A 位于球面顶点的左侧,因此物距 L 为负,像点 A'位于顶点右侧,因此像距 L'为正。同理,物高 Y 为正,像高 Y'为负。

### 2.1.3 角度的正负号

在成像光学系统中,轴上物(像)点对光学系统的张角称为孔径角。图 2-1 成像光路中所涉及的角度参量有物方孔径角 U、像方孔径角 U'、球心角 φ、入射角 I 及折射角 I'。对于 U、U'和 φ 这些与光轴有关的角度,符号规则规定,角度的正负与该角度正切值的正负一致,即角度正切值为正时该角度为正,反之为负。这样,在明确了线段代数值的正负之后,角度正切值的正负或角度的正负也随之确定。例如,在图 2-1 中,h 的代数值为正,L 的代数值为负,则  $\tan U \approx \frac{h}{L}$  为负值,所以物方孔径角 U 也为负值。读者不难分析像方孔径角 U'和球心角 φ 均为正值。

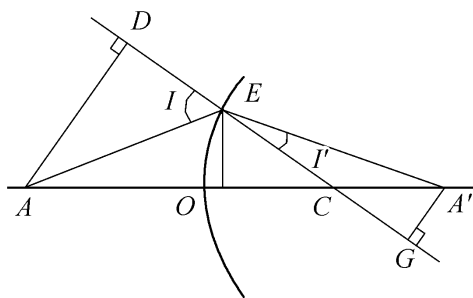


图 2-2 入射角 I 和折射角 I' 的符号规则

对于 I、I'这些非光轴上的角度,如果对选取的坐标轴稍微做些变化,即取光线在球面投射点 E 作为原点,取球面的法线 EC 为坐标横轴,上述确定角度的正负规则依然成立。例如,由图 2-2 中的物点 A 向新的坐标横轴(EC)引垂线,得交点 D。按符号规则,线段 AD 在横轴的下方,代数值为负,线段 DE 在原点 E 的左侧,代数值也为负,则  $\tan I = \frac{AD}{DE}$  为正值,所以

入射角 I 的代数值为正值。同理也可判断得出折射角 I'为正值。

### 2.1.4 符号规则的意义

采用上述符号规则,可以清楚地描述物像的虚实和正倒。

按第一章所述的物像关系以及光线从左到右传播的规定可知,当物体位于折射球面的左侧时,物点为实物点,由此得出,负物距对应于实物,例如图 2-1 中的 A 点为实物。当物体位于折射球面的右侧时,物点为虚物点,即正物距对应于虚物。

同理,当像位于折射球面的右侧时,像点为实像点,即正像距对应于实像,例如图 2-1 中的 A' 点。当像位于折射球面的左侧时,像距  $L'$  为负值,表示像点为虚像点。

当物高  $Y$  与像高  $Y'$  的代数值符号相反时,表示光学系统成倒像(例如图 2-1),符号一致时成正立像。

根据以上符号规则及其正负号所含的意义,当计算出这些参量的代数值,就可以判断出物像的位置以及它们的虚实和正倒状况。

### 2.1.5 光路图中的符号标注

几何光学中的许多计算公式都建立在成像光路图的几何关系上,而众所周知,几何量均以绝对值度量,为了使几何方法导出的成像公式也能正确描述物像的虚实及正倒关系,规定在光路图的标注中,一律标注几何量,即在标注时,在代数量为负数的参数前再增加一个负号来表示其几何量,以确保几何量永远取正的原则。例如,对于实物点,物距  $L$  为负值,在图 2-1 中标注为“ $-L$ ”,该标注表示了线段  $AO$  的长度,是一个几何量。数值上, $-L$  的含义是负负得正,结果是物距的绝对值。

## 2.2 物体经单个折射球面的成像

光学系统成像是光线经过各折射(反射)面逐次成像的最终结果,单个折射球面成像是其中的基本过程。本节我们将从物像位置、物像大小和物像角度等物像关系来讨论单球面的成像特点。

### 2.2.1 单球面成像的光路计算

所谓光路计算,就是在已知光学系统参数的情况下,对给定的物体作成像计算。

图 2-3 是单个折射球面成像光路的截面图,该截面称为子午面,它是包含物点和光轴的截面。已知球面曲率半径为  $r$ ,物方和像方的折射率分别为  $n$  和  $n'$ ,现有轴上物点  $A$ ,其物距为  $L$ ,发出一条孔径角为  $U$  的入射光线,下面来计算其像方出

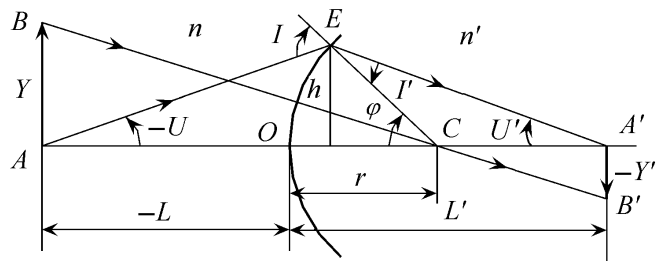


图 2-3 单个球面的成像光路

射光线的孔径角  $U'$  及像方截距  $L'$ 。

在  $\triangle AEC$  中,应用正弦定律,有

$$\frac{\sin I}{-L+r} = \frac{\sin(-U)}{r}$$

于是

$$\sin I = \frac{(L-r)}{r} \sin U \quad (2-1)$$

在光线的入射点  $E$  处应用折射定律,有

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \quad (2-2)$$

由图 2-3 可知,  $\varphi = U + I = U' + I'$ , 由此得像方孔径角

$$U' = U + I - I' \quad (2-3)$$

在  $\triangle CEA'$  中再次应用正弦定律,有

$$\frac{\sin I'}{L'-r} = \frac{\sin U'}{r}$$

于是得到像方截距

$$L' = r \left[ 1 + \frac{\sin I'}{\sin U'} \right] \quad (2-4)$$

式(2-1)~(2-4)就是子午面内物点经单个球面以实际光线成像时的光路计算。由共轴球面系统的对称性可知,物点以孔径角  $U$  入射的整个圆锥面光束,都将以同样的方式成像,交光轴于同一像方截距  $L'$ 。如果物距  $L$  不变,而以不同的孔径角  $U$  入射的光线,根据上述公式计算会发现,将得到不同的像方截距  $L'$ (图 2-4)。由此得知,对于确定的物体位置,像方截距  $L'$  并非唯一确定,而与入射光线的孔径角  $U$  有关,说明物点发出的同心光束经过球面成像后,不再是同心光束,我们称这种成像为不完善成像。这是一般情况下球面对物点成像的必然结果。这种不完善成像是轴上点的成像像差——球差,我们将在第 6 章介绍。

当物点位于物方轴上无限远处时,这时可以认为轴上物点射向光学系统的是平行于光轴的平行光束(图 2-5),即  $L = -\infty$ ,  $U = 0$ 。此时光线与球面相交的位置

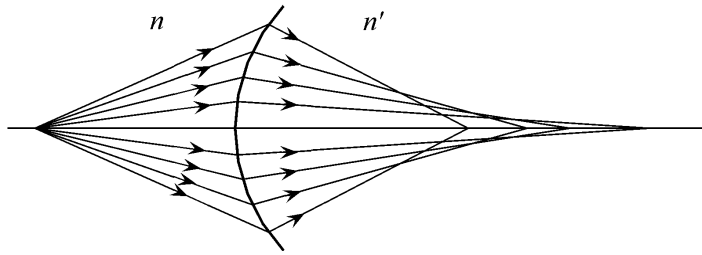


图 2-4 球面对轴上点的不完善成像

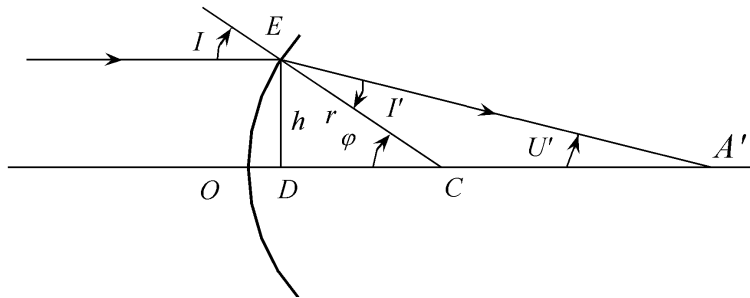


图 2-5 无限远的轴上点经球面成像

由光线的入射高度  $h$  决定,式(2-1)对入射角的计算将由下式代替:

$$\sin I = \frac{h}{r} \quad (2-5)$$

其余计算依旧,便得到无限远物点成像的光路计算。同样可以得出,同一物点以不同高度  $h$  的光线入射到球面,将有不同的像方截距  $L'$ 。

如果我们将物点入射光线的孔径角(或高度)限制在一个很小的范围内,使得与光线有关的所有角度近似满足

$$\sin \alpha \approx \alpha$$

符合此条件的区域称为光学系统的近轴区域。在近轴区域里,光学系统具有较为简单的物像关系,我们将此作为重点讨论。为了区别,在近轴区域内描述物和像的所有参量都用相应的小写字母表示。将实际光线的光路计算公式(2-1)~(2-4)中的所有角度做  $\sin \alpha \approx \alpha$  近似,化简后得到

$$i = \frac{l - r}{r} u \quad (2-6)$$

$$i' = \frac{n}{n'} i \quad (2-7)$$

$$u' = u + i - i' \quad (2-8)$$

$$l' = r \left[ 1 + \frac{i'}{u'} \right] \quad (2-9)$$

式(2-6)~(2-9)称为近轴光线的光路计算公式。同样,当轴上物点位于无限远

时,式(2-6)将由下式代替:

$$i = \frac{h}{r} \quad (2-10)$$

从图 2-6 中还看到,在近轴区域内有

$$lu = l'u' = h \quad (2-11)$$

式(2-11)常用来对近轴光线的光路计算进行校对。

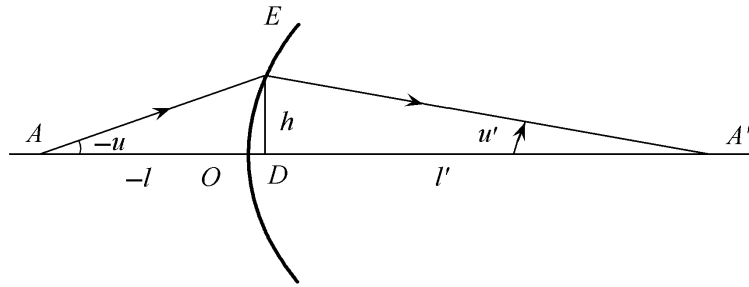


图 2-6 近轴光成像

对于一个确定位置的物体,近轴光路计算能获得唯一的像。因此用近轴光路计算讨论光学系统的物像关系具有唯一性。但是,近轴光路计算只是一种近似计算,严格说,只有在  $h=0$  时才是准确的。如果要反映光学系统实际的成像情况,应采用精确的光路计算式(2-1)~(2-5),它们又称为实际光路计算。

### 2.2.2 近轴区域的物像关系

在近轴成像公式(2-6)~(2-9)中消去  $i$  和  $i'$ ,并利用式(2-11),还可以进一步推导出如下计算式:

$$n' \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{l'} \right] = n \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right] = Q \quad (2-12)$$

$$n'u' - nu = (n' - n) \frac{h}{r} \quad (2-13)$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \quad (2-14)$$

式(2-12)~(2-14)是近轴物像计算的三种不同表示形式,方便于不同场合下的应用。其中式(2-12)表示了物像方参数计算的一种不变形式,用  $Q$  表示, $Q$  称为阿贝不变量。式(2-13)表示了物、像方孔径角之间的关系,式(2-14)表示了物、像之间的位置关系,它们都是很重要的公式,在折射面已知的情况下,可以直接由给定的物方参数计算出其像方参数或反之,即由物求像或由像求物。

几何光学中将式(2-14)等号右面的表达式定义为折射球面的光焦度,用  $\varphi$  表示,即

$$\varphi = \frac{n' - n}{r} \quad (2-15)$$

光焦度表示了折射面的折光能力。式(2-15)说明,折射球面的曲率半径越小,或界面两侧的折射率差越大,折光能力就越强。在式(2-14)中,分别令物距和像距为 $\infty$ ,有

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{\infty} = \varphi, \quad \frac{n'}{\infty} - \frac{n}{l} = \varphi$$

在几何光学中,定义一个无限远的轴上物点( $l = \infty$ )所对应的像距为折射面的像方焦距,用 $f'$ 表示,定义一个无限远的轴上像点( $l' = \infty$ )所对应的物距为折射面的物方焦距,用 $f$ 表示。于是,根据以上的计算,我们有

$$\varphi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \quad (2-16)$$

单个折射面可以看作是一个最简单的成像系统,式(2-16)说明,成像系统物像方的焦距之间有如下关系:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \quad (2-17)$$

### 2.2.3 近轴区域的物像放大率

光学系统对物体成像具有放大(或缩小)作用,像相对于物的比例统称为放大率。一般情况下,一个光学系统的放大率与物体的位置有关。在近轴区域里,光学系统对每一物体位置有唯一的放大率值。放大率有三种:描述物和像垂轴比例关系的垂轴放大率 $\beta$ 、描述物和像沿轴比例关系的轴向放大率 $\alpha$ ,以及描述物和像光线角度比例关系的角放大率 $\gamma$ 。

#### 1. 垂轴放大率

如图 2-7 所示,设物体的大小为 $y$ ,像的大小为 $y'$ ,则 $y'$ 和 $y$ 之比定义为垂轴放大率,用 $\beta$ 表示,即

$$\beta = \frac{y'}{y} \quad (2-18)$$

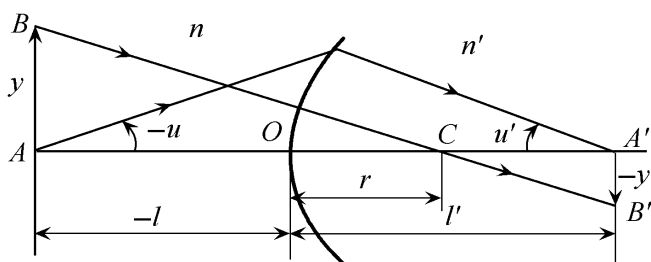


图 2-7 物像的垂轴放大率和角放大率

在图 2-7 中,  $\triangle ABO \sim \triangle A'B'O$ , 故

$$-\frac{y'}{y} = \frac{l' - r}{-l + r}$$

利用式(2-12), 可以得到

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nl'}{n'l} \quad (2-19)$$

这就是近轴区域的物像垂轴放大率的计算式。该式表明, 在光学系统参数确定后, 近轴区域的垂轴放大率仅取决于物体位置, 而与物体的大小无关, 当物体的位置发生改变, 像的位置和大小均随之改变。式(2-19)还表明, 对于折射球面,  $n$  和  $n'$  均大于 0, 当物、像分居于折射面的两侧时,  $l$  和  $l'$  符号相反, 有  $\beta < 0$ , 表明物与像的方向互为倒置, 即成倒像, 而物和像同居于一侧时, 有  $\beta > 0$ , 表明成正立像。垂轴放大率的绝对值表明了系统对物体的放大能力,  $|\beta| > 1$  表明为放大成像,  $|\beta| < 1$  为缩小成像。

## 2. 轴向放大率

当物体在给定位置有一微量位移  $dl$ , 其像在像点位置处也随之有一微量位移  $dl'$ , 定义  $dl'$  与  $dl$  之比为系统的轴向放大率(图 2-8), 用  $\alpha$  表示, 即

$$\alpha = \frac{dl'}{dl} \quad (2-20)$$

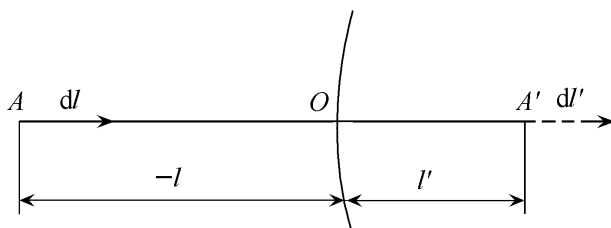


图 2-8 物像的轴向放大率

对式(2-14)两边微分, 得

$$-\frac{n'dl'}{l'^2} + \frac{ndl}{l^2} = 0$$

于是

$$\alpha = \frac{dl'}{dl} = \frac{nl'^2}{n'l^2} \quad (2-21)$$

对于折射球面,  $n$  和  $n'$  均大于 0, 上式表明, 折射光学系统的轴向放大率永远取正值, 即当物体沿轴的一个方向移动时, 像也随之同向移动。光学系统的这一成像特性, 对于我们正确判断像的位置非常重要。例如, 当物体位置发生改变时, 我们很容

易根据物点的移动趋势来改变接收屏的位置寻找到像。

将上式两边各乘以  $n/n'$ , 并比较式(2-19), 得

$$\alpha = \frac{n'}{n} \beta^2 \quad (2-22)$$

上式表明了垂轴放大率与轴向放大率的关系。一般情况下光学系统对物体在横向与纵向上有不同的放大率, 如果有一个正方体物体经光学系统成像, 其像将不再是正方体。因此, 用于立体成像的光学系统(如体视显微镜)一般不宜设计成较大的放大率, 以免图像失真。

### 3. 角放大率

轴上物体以某一孔径角  $u$  射向球面, 经折射后以孔径角  $u'$  出射成像, 定义  $u'$  与  $u$  之比为角放大率(图 2-7), 用  $\gamma$  表示, 即

$$\gamma = \frac{u'}{u} \quad (2-23)$$

由式(2-11)可得

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{1}{l'} \quad (2-24)$$

式(2-24)表明, 角放大率等于物、像距之比, 若像距较物距远, 则成像光束的角度变细。将式(2-24)两边同乘以  $n'/n$  并化简, 得

$$\gamma = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta} \quad (2-25)$$

式(2-25)表明, 在  $n, n'$  确定的条件下, 折射球面的垂轴放大率与角放大率互为倒数, 它的物理意义是, 物体放大成像则像方光束变细, 反之, 像方光束变粗将得到缩小的像。

由式(2-19)、(2-22)、(2-25)可得三个放大率之间的关系为

$$\alpha\gamma = \beta \quad (2-26)$$

将式(2-24)代入式(2-19), 可得表达式

$$nuy = n'u'y' = J \quad (2-27)$$

式(2-27)称为拉赫公式或拉赫不变量, 是光学系统在近轴区域成像时物方和像方参数乘积的一个不变式。拉赫不变量是反映光学系统性能的一个重要参量, 在光学设计中也具有很重要的作用。它表明, 在物方参数乘积  $nuy$  一定的条件下, 像高  $y'$  的增大, 必然要伴随着像方孔径角  $u'$  的减小。任何一种系统结构, 对拉赫不变量都有一定限制, 超过这一限制, 不完善成像的程度将加剧且难以校正, 因此, 式(2-27)同时也表明, 在拉赫不变量的限制范围内, 增大视场( $y$ )将以牺牲孔径( $u$ )为代价。

近轴区的放大率计算适合于物体的尺寸(或角度)趋于 0 时的成像情况, 当物

体较大时,放大率将随物点偏离光轴的程度而变化。

例 2-1 如图 2-9 所示,半径为  $r=20\text{mm}$  的一折射球面,两边的折射率为  $n=1, n'=1.5163$ ,当物体位于距球面顶点  $l=-60\text{mm}$  时,求:

- (1) 轴上物点 A 的成像位置。
- (2) 垂轴物面上距轴  $10\text{mm}$  处物点 B 的成像位置。

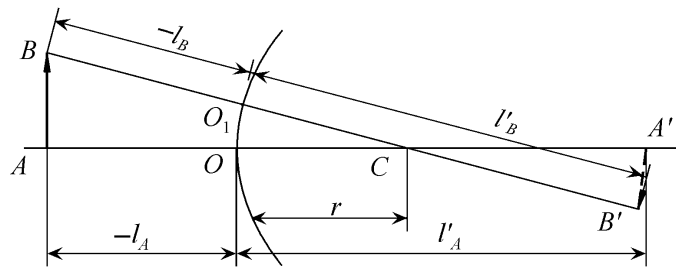


图 2-9 折射球面对 AB 物体成像

解 (1)将给定条件代入式(2-14)得

$$\frac{1.5163}{l'} - \frac{1}{-60} = \frac{1.5163 - 1}{20}$$

解上式得  $l' = 165.75\text{mm}$ ,即轴上物点 A 成像在距顶点  $165.75\text{mm}$  处,该点距球心  $165.75 - 20 = 145.75\text{mm}$ 。

(2)过轴外物点 B 做连接球心的直线,该直线也可以看作是一条(辅助)光轴, B 点是该辅助光轴  $O_1C$  上的一个轴上点,其物距为

$$l_B = - [10^2 + (60 + 20)^2]^{1/2} + 20 = -60.62(\text{mm})$$

利用式(2-14)得

$$\frac{1.5163}{l'_B} - \frac{1}{-60.62} = \frac{1.5163 - 1}{20}$$

解上式得  $l'_B = 162.71\text{mm}$ ,即轴外物点 B 成像在距球心  $162.71 - 20 = 142.71(\text{mm})$  的  $B'$ 处。

从以上例题可以看出,即使物体以细光束成像,垂轴物面也不可能得到垂直的像面,当物点沿垂轴方向逐渐偏离光轴,对应的像距越来越小,像面越来越弯向球心。这是球面系统成像的另一种不完善现象,被称作像面弯曲(在第 6 章介绍)。但是,在无限接近光轴的附近区域处,弯曲的像面近似垂直于光轴,被认为是完善成像的近轴区。因此,通常所说的近轴概念包含了两种情况,一是物体以很细的光束成像,二是成像的物体很靠近光轴。在上述确定的近轴区域里,球面光学系统能成完善像。

## 2.3 单个反射球面的成像

以上讨论的是单个折射球面的成像,我们已经知道,在折射定律中,如果令  $n' = -n$ ,就可以得到反射定律,因此在单个折射球面的所有物像计算中,只要令  $n' = -n$ ,就可以得到反射球面镜的成像计算,据此,我们得到反射球面镜成像的位置及放大率计算公式如下:

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r} \quad (2-28)$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{l'}{l} \quad (2-29)$$

$$\alpha = \frac{dl'}{dl} = -\frac{l'^2}{l^2} \quad (2-30)$$

$$\gamma = \frac{u'}{u} = -\frac{1}{\beta} \quad (2-31)$$

反射球镜的拉赫不变量为

$$J = uy = -u'y' \quad (2-32)$$

反射球面镜成像时,物、像的虚实可根据参数的符号作如下判断,当物或像位于球面镜的左侧,即物距或像距为负时,均为实,当物或像位于球面镜的右侧,即物距或像距为正时,均为虚。

由焦距的定义,反射球面镜的焦距可以由式(2-28)及式(2-17)得到

$$f' = f = \frac{r}{2} \quad (2-33)$$

即反射球面镜的焦距等于球面半径的  $1/2$ ,焦点位于顶点和球心的中点处。

**例 2-2** 凹面镜的曲率半径为  $160\text{mm}$ ,一个高度为  $20\text{mm}$  的物体放在反射镜前  $100\text{mm}$  处(图 2-10),试求像距、像高和垂轴放大率。

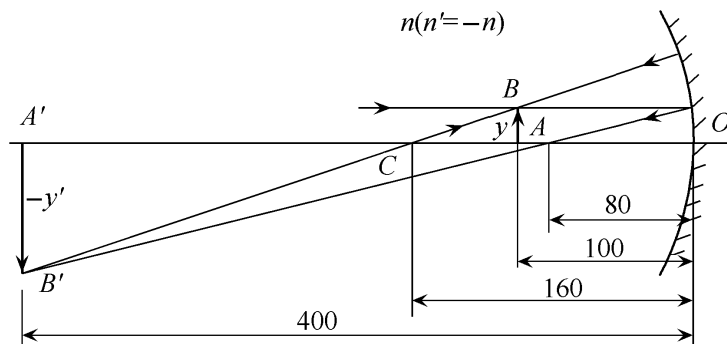


图 2-10 球面镜成像

**解** 由题意已知,  $r = -160\text{mm}$ ,  $l = -100\text{mm}$ ,  $y = 20\text{mm}$ , 代入式(2-28)得

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{-100} = \frac{2}{-160}$$

解得

$$l' = -400\text{mm}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{l'}{l} = -\frac{-400}{-100} = -4$$

$$y' = \beta y = -4 \times 20 = -80(\text{mm})$$

垂轴放大率为负值表示倒立成像;像距为负值表示像位于反射镜的左侧,为实像。

## 2.4 共轴球面系统的成像

实际光学系统通常由多个透镜、透镜组或反射镜组成,每个单透镜又由两个球面构成,因此,物体被光学系统成像就是被多个折(反)射球面逐次成像的过程。

前面已经建立了单个球面的成像公式,这个公式可以重复应用于系统的每一面,只要解决了相邻面的过渡问题,整个系统的成像计算就可以实现。从物体的成像过程得知,物体经第一面所成的像是第二面的物,再经第二面所成的像又是第三面的物……。这样,相邻面的过渡就是将前一面的像过渡到下一面的物。

单个球面的成像公式建立在以球面顶点为原点的直角坐标系下,因此所谓过渡就是坐标系不断地移动,将前一个坐标系下的(像)点过渡到下一个坐标系下的(物)点,即在坐标原点平移至下一面的顶点的同时,将前一面的像参数转变成下一面的物参数。我们用下标表示折射面的先后顺序,参照图 2-11 可以得到以下的过渡公式。

$$\left. \begin{aligned} n_2 &= n'_1, & n_3 &= n'_2, \dots \\ y_2 &= y'_1, & y_3 &= y'_2, \dots \\ u_2 &= u'_1, & u_3 &= u'_2, \dots \\ l_2 &= l'_1 - d_1, & l_3 &= l'_2 - d_2, \dots \\ h_2 &= h_1 - d_1 u'_1, & h_3 &= h_2 - d_2 u'_2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (2-34)$$

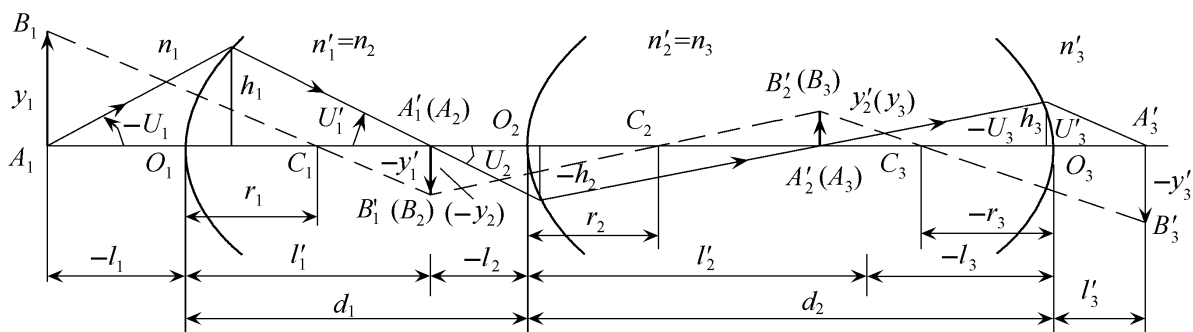


图 2-11 共轴球面成像

如果光学系统有  $k$  个折(反)射面,并且已知系统参数  $r_1, r_2, \dots, r_k, n_1, n_2, \dots, n_{k+1}, d_1, d_2, \dots, d_{k-1}$ , 对给定的物点  $(l_1, u_1, y_1)$ , 我们可以按下面步骤顺序求得系统的像  $(l'_k, u'_k, y'_k)$ :

(1) 对第一面做单个球面成像计算求得  $(l'_1, u'_1, y'_1)$ ;

(2) 用过渡公式由  $(l'_1, u'_1, y'_1)$  求得  $(l_2, u_2, y_2)$ ;

(3) 对第二面做单个球面成像计算求得  $(l'_2, u'_2, y'_2)$ ;

(4) 用过渡公式由  $(l'_2, u'_2, y'_2)$  求得  $(l_3, u_3, y_3)$ ;

.....

(5) 对第  $k$  面做单个球面成像计算求得  $(l'_k, u'_k, y'_k)$ 。

共轴球面系统的放大率是各个球面依次放大的最终结果,所以很容易得出共轴球面系统的放大率就是各面放大率的乘积,即

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \quad (2-35)$$

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \quad (2-36)$$

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \dots \quad (2-37)$$

三个放大率之间的关系依然成立

$$\alpha\gamma = \beta \quad (2-38)$$

**例 2-3** 有一个玻璃球,直径为  $2R$ ,折射率为  $1.5$ 。一束近轴平行光入射,将会聚于何处?若后半球镀银成反射面,光束又将会聚于何处?

**解** 第一种情况如图 2-12a 所示。光束经过两次成像后会聚。依题意,已知系统  $r_1 = R, r_2 = -R, n_1 = 1, n_2 = 1.5, n_3 = 1$ 。

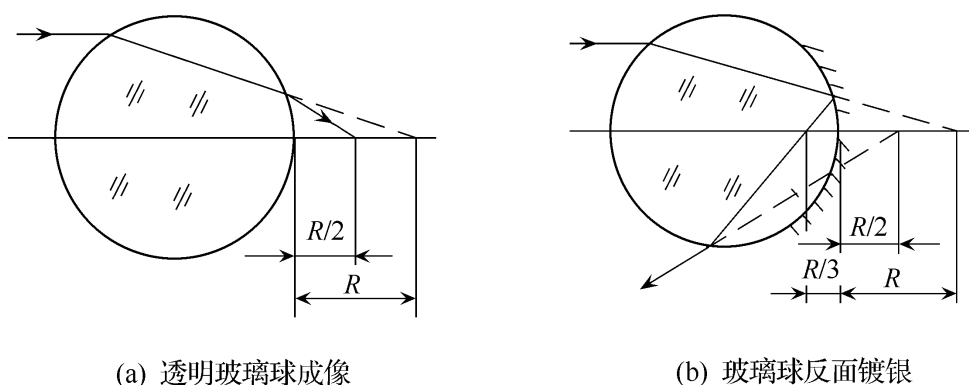


图 2-12

第一次成像,  $l_1 = -\infty, r = +R, n_1 = 1, n'_1 = n_2 = 1.5$ , 由  $\frac{1.5}{l'_1} - \frac{1}{-\infty} = \frac{1.5-1}{R}$  得

$$l'_1 = 3R$$

即无穷远物体经第一面后成实像,是一个实物成实像的过程,其像位于距玻璃球前表面右侧的  $3R$  处,且位于第二面右侧  $R$  处。由于第一面的像是第二面的物,又因为其位于第二面的右侧,因此对于第二面而言是个虚物。

第二次成像,由过渡公式(2-34)求得

$$l_2 = l'_1 - d = 3R - 2R = R$$

$$n_2 = n'_1 = 1.5, \quad n'_2 = 1$$

$$\frac{1}{l'_2} - \frac{1.5}{R} = \frac{1 - 1.5}{-R}$$

得  $l'_2 = R/2$ 。即两次成像最终会聚于第二面的右侧  $R/2$  处,对第二面而言,是一个虚物成实像的过程。

第二种情况如图 2-12(b)所示,光束经三次成像后会聚。第一次光束经玻璃球的前表面折射(同前一种情况),第二次光束经后表面的镀银面反射,第三次光束再经前表面折射后出射,由图可以看出,第三次成像时光束从右到左传播。

第一次成像同前,得

$$l'_1 = 3R$$

第二次被反射面成像,由  $l_2 = R, r_2 = -R$ ,代入反射镜成像公式  $\frac{1}{l'_2} + \frac{1}{R} = \frac{2}{-R}$ ,得

$$l'_2 = -\frac{R}{3}$$

即经第二面反射后成像于反射面左侧  $R/3$  处,虚物成实像。

第三次成像时,实际光线从右到左,为了利用符号规则,可假设将系统翻转  $180^\circ$ ,仍然使光线从左到右传播,此时有  $l_3 = -5R/3, r_3 = -R, n = 1.5, n'_3 = 1$ ,代入式(2-14)得

$$\frac{1}{l'_3} - \frac{1.5}{-5R/3} = \frac{1 - 1.5}{-R}$$

得  $l'_3 = -5R/2 = -2.5R$ 。负号表示像点位于距折射表面沿光路方向的相反方向位置。计算结果再假设翻转  $180^\circ$  回去,使最终的像点如图 2-12(b)所示。

**例 2-4** 有一共轴球面系统为一双胶合透镜组,如图 2-13 所示,其结构参数列于下表:

序号	球面半径 $r/\text{mm}$	球面间距 $d/\text{mm}$	折射率 $n$
0			1 (空气)
1	36.48	6.5	1.5163 (K9 玻璃)
2	-17.539	2.0	1.6475 (ZF1 玻璃)
3	-44.64		1 (空气)

已知物体距透镜组  $240\text{mm}$ ,物高  $20\text{mm}$ ,问像的位置和大小?

**解** 根据所给条件,应用式(2-14)、(2-17)及公式(2-31),逐面计算如下:  
经第一面成像

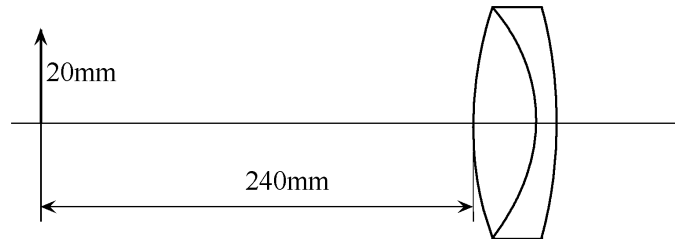


图 2-13 双胶合透镜

$$\frac{1.5163}{l'_1} - \frac{1}{-240} = \frac{1.5163 - 1}{36.48}$$

得  $l'_1 = 151.838\text{mm}$ 。

第一面的成像放大率

$$\beta_1 = \frac{n_1 l'_1}{n'_1 l_1} = \frac{151.838}{1.5163 \times (-240)} = -0.4172$$

对第二面成像,经过渡计算得

$$l_2 = l'_1 - d_1 = 151.838 - 6.5 = 145.338(\text{mm})$$

代入式(2-14),有

$$\frac{1.6475}{l'_2} - \frac{1.5163}{145.338} = \frac{1.6475 - 1.5163}{-17.539}$$

得  $l'_2 = 558.015\text{mm}$ ,第二面的成像放大率为

$$\beta_2 = \frac{1.5163 \times 558.015}{1.6475 \times 145.338} = 3.5337$$

经第三面成像,且  $l_3 = l'_2 - d_2 = 558.015 - 2.0 = 556.015\text{mm}$ ,代入式(2-14)

$$\frac{1}{l'_3} - \frac{1.6475}{556.015} = \frac{1 - 1.6475}{-44.64}$$

得  $l'_3 = 57.2476\text{mm}$ ,第三面的放大率

$$\beta_3 = \frac{1.6475 \times 57.2476}{556.015} = 0.1696$$

总放大率为

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_3 = -0.4172 \times 3.5337 \times 0.1696 = -0.25$$

计算结果:最终的像点位置距透镜组后表面右方  $57.2476\text{mm}$  处,像的大小为  $y' = \beta y = -0.25 \times 20 = -5.00(\text{mm})$ ,物体成缩小的倒像。

在本例中若物体以物方孔径角  $\sin U_1 = -0.025$  发出光线,请读者自己计算实际光线的像方截距  $L'_3$ ,并与本例比较。

## 习 题

2-1 一个  $18\text{mm}$  高的物体位于折射球面前  $180\text{mm}$  处,球面半径  $r = 30\text{mm}$ ,