

# 物理学词典

徐龙道 等 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本词典收集了物理学多个学科的常用、基础和必要的名词术语 5000 余条,并提供简明扼要的定义或概念解释,内容涵盖:物理学总论、力学、热学、声学、电磁学、光学、原子和分子物理学、电动力学、无线电物理学、热力学、统计物理学、量子力学、量子场论、原子核物理学、粒子物理学、固体物理学、低温物理学、半导体物理学、磁学、液晶、等离子体物理学、相对论、天体物理学、生物物理学、医学物理学、非线性物理学、计算物理学等,书后附有物理学常用资料及中英文词目索引。

本书适合本科及本科以上学历读者使用,是广大物理学工作者和相关学科专业人员、物理教学科研工作者及大专院校师生的便利参考工具。

### 图书在版编目(CIP)数据

---

物理学词典/徐龙道等编著. —北京:科学出版社,2004.5  
(科学版词典系列)

ISBN 7-03-009564-2

I.物… II.徐… III.物理学-词典 IV.O4-61

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 040810 号

---

责任编辑:黄 海 顾英利 / 责任校对:鲁 素

责任印制:安春生 / 封面设计:王 浩

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

**中国科学院印刷厂** 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2004 年 5 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2005 年 5 月第二次印刷 印张:34 5/8

印数:3 001—5 000 字数:1 746 000

**定价:85.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

# 物理学词典编委会

顾问 魏荣爵 冯 端 王业宁 闵乃本 张淑仪  
蒋树声

主 编 徐龙道

副主编 欧阳容百 张世远

编 委 (以姓氏拼音为序)

陈世民	陈廷扬	杜家方	高文琦	金 新
柯善哲	李宗云	凌一鸣	刘 法	宁新宝
秦允豪	沈洪清	孙广荣	唐 汉	席德勋
熊诗杰	徐效海	张尧培	赵其昌	朱 兵
朱沛臣				

编写人员 (以姓氏拼音为序)

陈世民	陈廷扬	陈伟中	陈增兵	丁月蓉
杜家方	冯 端	冯 若	甘光照	高文琦
贡淑怡	顾书林	洪宝晋	黄晓林	江 南
金 新	柯善哲	李宗云	凌一鸣	刘 法
缪国庆	缪 源	宁新宝	欧阳容百	秦国毅
秦允豪	沙湘月	沈 波	沈洪清	沈 瑞
盛玉宝	施 毅	孙广荣	唐 汉	王 凡
王桂琴	王 牧	王均义	巫颐秀	吴凤美
吴文虬	席德勋	肖福康	熊诗杰	徐躬耦
徐龙道	徐其高	徐效海	叶式公	曾 琴
张汉鹤	张 荣	张世远	张淑仪	张尧培
赵其昌	朱 兵	朱沛臣	朱哲民	庄国良

# 前 言

物理学作为一门带头性的基础学科,是技术革命的先导,并广泛应用、渗透于自然科学和社会科学的各个领域,产生许多交叉学科、边缘学科、应用学科和新兴学科。物理学的成就对推动科学和高新技术的发展起着不可替代的重要作用。新世纪已经到来,我们面临着科学进步日新月异、人才竞争更趋激烈的严重挑战,时不我待,必须迅速而有效地提高广大青年学生的科学素质及创新能力。

本词典的读者以大学本科生为主,同时兼顾研究生。它也适合于大学和中学有关教师以及广大物理学工作者和相关学科专业人员阅读。本着“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的精神,希望在帮助读者掌握物理学基础知识,提高物理学素养,拓宽知识面,增强应用物理学知识分析问题、解决问题的能力方面起到积极的作用,获得良好的效果。为此,力求形成如下特色:

## 1. 收词的面宽广一些

收词范围涵盖物理等专业本科的基础课程、专业课程并适当延伸至有关的研究生学位课程,包括力学、热学、声学、电磁学、光学、原子和分子物理学、电动力学、无线电物理学、热力学、统计物理学、量子力学、量子场论、原子核物理学、粒子物理学、固体物理学、低温物理学、半导体物理学、磁学、液晶、等离子体物理学、相对论、天体物理学、生物物理学、医学物理学、非线性物理学、计算物理学等。

## 2. 描述精细一些

词条的阐述以内涵为主,外延为辅;以定性为主,定量为辅。着重对物理学的现象、概念、原理、定理、定律、理论等,作定性的或定量的描述。必要时借助图表进行阐述,写出基本的或重要的公式并说明其物理意义。部分词条还就其某些重要应用、与外部的关系等予以拓展,给出必要的叙述。这样,就显得有血有肉、较为清晰,便于理解。还有一部分词条内容丰富,涉及的问题较多,它们往往都包含了若干较小的但不宜单独撰写的词条,如需阅读这些较小的词条时,可参见有关词条,如此安排既保持了相互之间的内在联系,比较科学系统,又节省了篇幅。

## 3. 内容新颖一些

撰写人员吸取了教学和科研工作的成果和经验,力求将词条写得富有新意,且反映本学科的一些新成就和新动态。

本词典涉及面广,工作量大,参加编写的人数较多,写作风格有所差异,且水平有限,存在某些缺点和不足甚至谬误之处在所难免,敬请专家和读者们批评指正,不胜感谢。非常荣幸地聘请中国科学院院士魏荣爵、冯端、王业宁、闵乃本、张淑仪等教授以及南京大学校长蒋树声教授担任本词典的顾问,得到他们的大力支持和指导,冯端院士和张淑仪院士还亲自撰写、审稿,在此谨表示衷心的感谢。南京大学物理系和电子科学与工程系的领导对词典的编写工作自始至终给予大力支持和热情关怀,物理系原系主任张世远教授直接参与组织领导并亲自撰写词条,谨致衷心的感谢。

徐龙道 欧阳容百

2004年2月

# 使用说明

1. 本词典内容涵盖物理学专业本科的基础课程、专业课程,并适当延伸至有关的研究生课程,还涉及当前科学研究中的主要热点新词新语。
2. 书中词条一般由以下三部分顺序组成:中文词目、英文词目、释文。词条的阐述以内涵为主、外延为辅,以定性为主、定量为辅,力求清晰明确、易于理解。
3. 一个词条的内容涉及其他词条或需由其他词条补充的,一般采用“参见”形式,以“见”字加“引号”标出。如:强光光学……见“非线性光学”。
4. 正文之后有诺贝尔物理奖简表、物理量单位与量纲、基本物理常数等 6 个附录。
5. 为方便查阅,书末设有两个索引。英文词目索引按英文字母顺序排列,其他字符不参加排序;中文词目索引主要按汉语拼音,并辅以汉字笔画、起笔笔形顺序排列。

# 目 录

物理学总论 .....	1	一、几何光学 .....	188
力学 .....	4	二、光度学 .....	206
一、静力学 .....	4	三、色度学 .....	208
二、运动学 .....	5	四、干涉 .....	212
三、动力学 .....	8	五、衍射 .....	226
四、分析力学 .....	28	六、偏振 .....	238
五、连续介质力学 .....	34	七、散射和吸收 .....	247
六、相关杰出科学家的简要介绍 .....	41	八、傅里叶光学 .....	249
热学 .....	45	九、全息 .....	256
一、热力学基本规律 .....	45	十、非线性光学 .....	260
二、分子动理学理论 .....	78	十一、激光 .....	264
三、液体与表面 .....	100	十二、统计光学 .....	269
声学 .....	113	原子与分子物理学 .....	281
一、振动与波 .....	113	一、原子物理学总论 .....	281
二、物理声学 .....	121	二、原子结构 .....	291
三、非线性声学 .....	127	三、原子理论 .....	295
四、量子声学 .....	127	四、原子光谱 .....	299
五、电声学 .....	128	五、分子物理学总论 .....	310
六、超声学 .....	134	六、分子结构 .....	317
七、光声学 .....	139	七、分子光谱 .....	321
八、水声学 .....	140	八、射频和微波波谱学 .....	323
九、建筑声学 .....	146	九、分子碰撞 .....	324
十、环境声学 .....	149	十、原子和分子的电离 .....	324
十一、生理声学 .....	152	电动力学 .....	325
十二、语言声学 .....	153	一、基本概念和基本规律 .....	325
电磁学 .....	155	二、稳恒电磁场 .....	332
一、静电场 .....	155	三、电磁波 .....	336
二、稳恒磁场 .....	162	四、电磁流体力学 .....	338
三、电磁感应 .....	169	五、辐射 .....	341
四、电路 .....	171	六、带电粒子和电磁场 .....	345
五、电磁学的单位制 .....	185	七、关于电动力学的狭义相对论 .....	356
光学 .....	188	无线电物理学 .....	361
		一、电子电路 .....	361

二、电磁场理论 .....	379	一、粒子的特性和分类 .....	657
三、微波理论与技术 .....	382	二、强子结构 .....	668
四、无线电物理学 .....	389	三、探测仪器和加速器 .....	674
<b>热力学</b> .....	401	<b>固体物理学</b> .....	682
一、系统的描述与规律 .....	401	一、概论 .....	682
二、均匀系统 .....	404	二、晶格结构 .....	684
三、相平衡与相变 .....	411	三、固体能带结构 .....	686
四、化学热力学 .....	426	四、晶格振动和声子 .....	690
<b>统计物理学</b> .....	430	五、电介质与铁电体 .....	691
一、几个基本概念 .....	430	六、磁学性质 .....	691
二、近独立粒子系统经典统计理 论 .....	431	七、导电性质 .....	693
三、系综理论 .....	438	<b>低温物理学</b> .....	694
四、量子统计理论 .....	460	一、低温物理学概要 .....	694
五、涨落、相关函数和涨落耗散定 理 .....	482	二、超流动性 .....	697
六、非平衡统计物理 .....	498	三、超导电性 .....	704
七、相变和临界现象 .....	513	四、低温工程和低温技术 .....	744
八、量子统计系综和统计算符 ..	526	<b>半导体物理学</b> .....	774
九、量子流体的统计理论 .....	531	一、半导体物理学 .....	774
<b>量子力学</b> .....	540	二、半导体材料 .....	784
一、量子力学的实验基础 .....	540	三、半导体器件 .....	789
二、量子力学的基本概念 .....	547	四、半导体技术 .....	794
三、量子力学的数学表达 .....	559	<b>磁学</b> .....	797
四、单粒子问题 .....	570	一、基本磁性 .....	797
五、量子力学的近似方法 .....	583	二、磁效应 .....	800
六、自旋与角动量 .....	588	三、磁学量与磁化过程 .....	804
七、多粒子系的量子力学 .....	592	四、动态磁性 & 磁损耗 .....	814
八、量子力学的新词汇 .....	596	五、磁性材料 .....	820
<b>量子场论</b> .....	603	<b>液晶</b> .....	829
<b>原子核物理学</b> .....	628	<b>等离子体物理学</b> .....	835
一、原子核的基本性质 .....	628	<b>相对论</b> .....	847
二、原子核结构 .....	634	一、狭义相对论 .....	847
三、原子核衰变 .....	637	二、广义相对论 .....	862
四、原子核反应 .....	644	<b>天体物理学</b> .....	872
五、原子核裂变和聚变 .....	649	<b>生物物理学</b> .....	888
六、中子物理 .....	653	一、理论生物物理学 .....	888
<b>粒子物理学</b> .....	657	二、分子生物物理学 .....	890
		三、细胞与膜生物物理学 .....	894

四、感官与神经生物物理学 .....	896	<b>计算物理学</b> .....	936
五、放射生物物理学 .....	898	一、代数方程的解 .....	936
六、光生物物理学 .....	900	二、代数方程组的解 .....	937
七、生物组织的物理特性 .....	902	三、矩阵运算 .....	938
八、生物控制论 .....	903	四、常微分方程(组)的解 .....	940
九、生物物理技术 .....	906	五、偏微分方程及其解 .....	941
<b>医学物理学</b> .....	907	六、算符方程的近似解 .....	942
一、电子医学 .....	907	七、计算凝聚态物理 .....	947
二、激光医学 .....	912	八、量子多体问题 .....	948
三、核医学 .....	912	<b>附录</b> .....	952
四、微波医学 .....	913	附录一 诺贝尔物理奖简表 .....	952
五、运动医学和热医学 .....	914	附录二 物理量单位与量纲 .....	963
六、超声医学 .....	920	附录三 基本物理常数 .....	972
七、磁医学 .....	922	附录四 能量转换因子 .....	977
<b>非线性物理学</b> .....	925	附录五 高斯单位制和 SI 单位 制的电磁单位和公式换算 .....	979
一、状态空间 .....	925	附录六 原子在基态时的电子组 态 .....	983
二、突变 .....	928	<b>英文词目索引</b> .....	989
三、分岔与混沌 .....	929	<b>中文词目索引</b> .....	1049
四、分形 .....	933		
五、逆散射变换 .....	934		

## General Introduction of Physics

### 物理学总论

物理学是研究物质与运动的基本规律的科学,其内容包括物质的结构,物质间的各种基本相互作用和物质的一些基本运动形态等。

物质世界包罗万象,层次繁多。在小尺度(小于纳米)的微观领域内,存在有不同层次的粒子,诸如基本粒子、原子核、原子与分子等,相应地有物理学的分支学科,如粒子物理、原子核物理以及原子与分子物理。在人们感官可感知的宏观领域内,存在有不同的聚集态,诸如固态、液态、气态和等离子态,相应地有凝聚态(包括固态与液态)物理和等离子体物理等。众多物相可以汇聚成尺度更大的体系,诸如行星、恒星、星系、星系团等,乃至于囊括一切的宇宙,均可以作为物理学研究的对象。这些就构成与地球科学、天文学的交叉学科:地球物理、天体物理与宇宙学。

物质的基本相互作用目前已知共有4种,即长程的万有引力与电磁作用力和短程(局限于 $10^{-15}\text{m}$ 之内)的弱作用力与强作用力。长程的相互作用是人们感官得以直接感知的,而短程相互作用仅出现在原子核内部和一些基本粒子之间。相互作用是通过场的媒介来传递的,引力场、电磁场与规范场即为其实例。因而对场的研究在现代物理学中也占有重要地位。

物理学所关注的运动形态,有宏观的,如机械运动、电磁现象与热现象,相应的学科为力学与声学、电磁学与光学、热学;也有微观的,如各个层次粒子的运动、跃迁与反应,构成了粒子物理、原子与分子物理所研究的对象。物质的运动总是在一定的空间和时间里呈现的,这样空间、时间及其参考系也成为物理学研究的对象。

实验研究是物理学的基础。精密的定量测量构成了物理学的特色。只有在取得大量的经验规律之后,方始可能建立融会贯通的理论体系。而这些理论又会对某些特定问题提出具体的预言,有待于物理实验来对之甄别,即予以证实或证伪。这样,经过了实验物理学家

与理论物理学家的大量工作和反复推敲,去伪存真,使得物理学的理论具有了一定程度的可信性。当然,随着研究范围的扩大以及研究深度与精确度的提高,又会发现一些现象的实验结果与原有理论相悖,导致对理论的修正和更改,在某些情况下,甚至推翻原有的理论,建立新的理论。大量的例证存在于物理学史之中。

经典力学是物理学中最早成熟的分支学科。17世纪初开普勒根据天文学的观测数据导出了行星运动三定律这个重要的经验规律。几乎同时,伽利略通过落体、抛物体和摆的实验,总结出动力学的初步理论。随后牛顿进行了深入的研究,总结出三条运动定律和万有引力定律,为经典力学奠定了基础。以后的发展体现于许多方面,一方面在应用上大见成效,其次是在表述上变换得更加精巧和具有普适性,进而推广到不同性质的媒质,分别创建了刚体力学,弹性力学,流体力学和声学(处理机械波的传播)。

电磁学在18、19世纪取得重大进展,通过库仑、安培、法拉第等人的实验研究,建立了有关静电、静磁与电磁现象的若干基本规律。集其大成的是19世纪下半叶的麦克斯韦,他总结出了能够全面描述电磁现象的基本理论,即麦克斯韦方程组。这一理论预言了电磁波,随后即为赫兹的实验所证实。原来独立发展的光学,至此归结为可见频段的电磁波的研究,从而纳入了电磁学的范围。探索和研究宽广的电磁波谱,从无线电波到微波与厘米波,从红外光、可见光到紫外光,从X射线到 $\gamma$ 射线,一直持续到20世纪。

对热现象的研究导致19世纪中叶热力学的建立。其第一定律就是能量守恒定律,适用于任何宏观与微观过程,其有效性遍及物理学和整个自然科学;其第二定律就是熵恒增定律,确定了不可逆过程中的时间之矢。对热现象在微观层次上进行探究,导致了分子动力学和经典统计物理学的问世,麦克斯韦、玻尔兹曼

与吉布斯对它作出了重要贡献。这是在物理学中首次明确地引入了微观粒子(分子与原子的概念)。

应该强调指出,经典物理学已经孕育出一系列工程技术,建立在经典力学基础上的有机机械工程、土木建筑工程和航空航天技术;建立在经典电磁学基础上的有电机工程、无线电工程和电子工程;建立在热力学基础上的有动力工程和工程热物理等。经典物理学也促进了其他自然科学的发展,如经典力学之于天体物理学,热力学与统计力学之于物理化学等。

在20世纪初物理学出现了两大突破,即相对论与量子论。由于迈克尔逊与莫雷的精确测量不能发现地球的运动对光速的影响,1905年爱因斯坦提出了狭义相对论,指出了一切惯性参考系应具有相同的物理规律,肯定了经典电磁学的规律对于一切惯性参考系都有效,引入了相对论力学来处理高速运动的问题,也更新了人们对时空的概念并揭示新的质能关系。1916年他基于惯性质量与引力质量等同的实验事实,提出了广义相对论。这是引力的几何理论,将引力和时空曲率相联系,从而提供了处理强引力场力学问题的有效方法。相对论弥补了经典物理学的一些漏洞,也为处理大尺度的天体和宇宙问题提供了合适的理论框架。

在19、20世纪之交,由于黑体辐射与光电效应的实验结果与经典物理学有明显矛盾,普朗克与爱因斯坦提出了初步的量子论。1913年玻尔提出了量子论的原子模型来解释氢光谱线系的经验规律。随后德布罗意提出粒子与波动二象性的概念。1925年海森伯与薛定谔表述了量子力学,给出了统一描述微观粒子行为的基本理论。量子力学问世之后,科学家用它来较全面地解决原子结构与分子结构问题,显示了它具有非凡的解决问题的能力。另一方面,量子力学也提供了理解化学周期表的物理基础,进而发展了量子化学和化学物理,进一步沟通了物理学和化学两大学科。1928年狄拉克表述了(狭义)相对论的量子力学,到20世纪中叶量子电动力学开花结果,成功地从微观上来处理电磁相互作用问题。

从20世纪之初到20世纪40年代,从放射性

的研究逐步开拓成以原子核结构与其反应为主要内容的原子核物理学。核裂变与核聚变的发现和应用创建了全新的原子能技术。加速器的能量一再提高,促进了以研究基本粒子为对象的高能物理学的发展。大量基本粒子(包括各种类型的轻子、夸克与中间玻色子)被发现或推证,对它们进行测量、分类并理顺其关系,从而得出了粒子物理的标准模型(包括强子的夸克模型、量子色动力学与弱电磁相互作用的统一理论)。迄今为止,此模型未遇反例,成为20世纪后半叶物理学的重大成果之一。当前面临的挑战在于如何超越标准模型的框架,扩大统一场论和对称性的范围,以期将量子力学和广义相对论相融合起来。

20世纪也是天体物理学极其活跃的时代。现代天文学的视野开阔,观测手段先进,因而可以将星体、星系和宇宙视为无比庞大的实验用来甄别物理学的基础理论。一些观测的结果已可对宇宙演化模型提供若干制约。目前获得学界认可的是宇宙学标准模型,是从大爆炸的高能态开始的。这样一来,就将高能粒子物理学和早期宇宙联系在一起,标志了微观与宏观的两个极端却迂回地合二为一了。

原子与分子物理在20世纪50、60年代出现了新的转机。受激发射在微波和光波频段先后得到了实现,从而导致激光器的发明,开创有重大应用前景的激光技术,同时也使光学和原子与分子物理学焕发出新的生命力。

在20世纪30年代将量子力学与统计物理应用于固体中的电子和原子,创建了固体物理学。电子在周期晶格中传播导致了固体的能带理论,格波在周期晶格中传播导致了晶格动力学,通过实验和理论的研究得以确立。1947年晶体管的发明就是固体物理学对技术的重大贡献,导致了电子学技术的重大革命,成为当今信息技术的基础。电子间的相互作用引起了铁磁性和超导性,其探讨既具实际意义又有理论价值,使理论进入了多体问题物理学的领域。另一方面研究对象也越出常规的晶体,准晶、玻璃、液晶、胶体、聚合物、生物聚合物等,都进入了视野。相应地固体物理学也不动声色地转化为凝聚态物理学。凝聚态物理

学与材料科学密切相关,也成为发展新型电子学(微电子学、纳米电子学、磁电子学、超导电子学等)和光子学的基础。

经典物理学在 20 世纪亦萌发出一些新枝,如相变与临界现象以及非线性动力学(远离平

衡态的失稳、图像形成、分形、混沌与湍流等),将进一步理解复杂性这一疑难问题铺路架桥,也将促进物理学与化学、生物学、地学等相邻学科的相互交叉和渗透。可以说,物理学已成为自然科学、技术科学和工程科学的基础。

## Mechanics

## 力学

**力学 mechanics** 力学的研究对象是机械运动,即宏观物体之间或物体各部分之间相对位置随时间的变化,以及物体间相互作用与由此引起的物体运动状态变化所遵从的规律。从运动的形态来分,可以把力学分为静力学(statics)、运动学(kinematics)和动力学(dynamics)等几部分。从研究的对象来分,有质点力学、质点组力学、刚体力学、连续介质力学。当前,单独使用“力学”一词时,一般是指牛顿力学(Newtonian mechanics)或经典力学(classical mechanics),它适用于物体速度远小于光速的情况。当物体速度接近光速时,牛顿力学不再适用,而必须用相对论力学(relativistic mechanics)。另一方面,在亚原子领域,则需用量子力学(quantum mechanics),或量子场理论(quantum field theory),简称量子场论。

## 一、静力学

## Statics

**静力学 statics** 静力学研究力系的简化规律及物体处于平衡状态时所受外力应满足的条件。

**力的平行四边形公理 axiom about parallelogram rule for forces superposition** 作用在一个点上的两个力,其合力亦作用在该点上。合力的大小等于以该两力大小为边的平行四边形的对角线的长度,方向是由该点出发沿四边形对角线方向。若有多个力作用在一点上,可按此方法给出两力的合力,此合力再与第三力按同样方法给出三力的合力,按此方法,最终可给出总合力的大小与方向。

**作用在刚体上同一点的两个力的平衡公理 axiom for equilibrium of two forces acting on a rigid body at same point** 要使作用在刚体上同一点的两个力平衡,其充分与必要条件是此两力的大小相等,方向相反,并且作用在一条直

线上,与作用点在作用线上的位置无关。力是一种滑移矢量。

**平面交汇力系 planar crossed force system** 处于同一平面内,且都通过平面内某一个点的  $n$  个力构成的力系叫平面交汇力系。

**平面交汇力系的合力 resultant force of planar crossed force system** 平面交汇力系的合力等于所有力的矢量和,合力的作用线通过该力系的交汇点,叫主矢量,即合力,  $\mathbf{F}_{\text{合力}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$  在直角坐标系  $XY$  平面内的分量形式是

$$F_{\text{合力}x} = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad F_{\text{合力}y} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

**平面交汇力系的平衡 equilibrium of planar crossed force system** 平面交汇力系平衡的充分必要条件是

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0$$

在直角坐标系  $XY$  平面内的分量形式是

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

平衡时,该力系构成的力多边形是封闭的。

**平面任意力系 planar force system** 处于同一平面内的  $n$  个力构成的力系叫平面力系。作用在刚体上的平面力系可以简化为一主矢量和一个主矩。

主矢量是力系各力的矢量和:  $\mathbf{F}_{\text{主矢量}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$ 。在直角坐标系  $XY$  平面内的分量形式是

$$F_{\text{主矢量}x} = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad F_{\text{主矢量}y} = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

主矩是对任意选定的简化中心而言的。它是各力对该点的力矩之代数和:  $M_o = \sum_{i=1}^n m_o \mathbf{F}_i \cdot d_i$ , 其中  $m_o \mathbf{F}_i$  是第  $i$  个力对简化中心的力矩,大小为  $\pm F_i d_i$ , 正负号一般按右手螺旋法则决定。 $d_i$  是第  $i$  个力  $F_i$  到简化中心点的力

臂。

**平面任意力系的平衡 equilibrium of planar force system** 作用在刚体上的任意平面力系达到平衡的充分必要条件有两个。一是主矢量等于零,  $F_{\text{主矢量}} = \sum_{i=1}^n F_i = 0$ , 在直角坐标系中的分量形式是

$$F_{\text{主矢量}x} = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_{\text{主矢量}y} = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

第二是主矩为零,

$$M_o = \sum_{i=1}^n m_o(F_i) = 0$$

**力系的简化 simplify of a force system** 作用在同一点的力系总可以按平行四边形法则, 简化为一个合力。作用在刚体上的力系, 由于其作用点不同可以引起不同的力学效应。这种力系可以简化为对简化中心的主矢量(即合力)和一个力偶矩。前者就是力系在简化中心的合力  $F_{\text{主矢量}} = \sum_{i=1}^n F_i$ , 后者是力系对简化中心的主矩  $M_o = \sum_{i=1}^n m_o(F_i)$ 。

## 二、运动学

### Kinematics

**运动学 kinematics** 运动学只讨论物体或物体各部分之间相对位置随时间变化的描述, 而不涉及这些变化的原因。这实际上是一种以时间为背景的几何化的描述。

**加减平衡力公理 axiom about adding and/or subtracting forces** 从作用在刚体上的力系中加上(或减去)任一平衡力系都不改变该力系对刚体的作用。

**直线 straight line** 在欧几里得空间, 两点之间距离的最短的连线就是直线。在直角坐标系中,  $XY$  平面内的直线可以用方程  $x = ay + b$  来表示。一条直线完全由它的斜率  $a$  和截距  $b$  决定。在三维空间它可以表示为两个平面的交线, 例如  $x=0$  和  $y=0$ , 它代表的直线就是  $z$

轴。

**曲线 curve** 平面上的任一线段, 若其上各点的斜率不同, 则该线段就是曲线。三维空间的曲线上各点的曲率半径是有限的。

**二次平面曲线 quadratic planar curve** 也叫圆锥曲线(conic curve)。用二次代数方程表示的平面曲线叫二次平面曲线。这种曲线可以看做是一个平面和一圆锥体相交而得的曲线。故又称为圆锥曲线。在直角坐标系的  $XY$  平面内, 二次平面曲线可以表示为  $ax^2 + by^2 = 0$ 。在平面极坐标中( $\rho, \varphi$ ), 二次曲线的标准形式为

$$\rho = \frac{p}{1 + \epsilon \cos(\varphi + c)}$$

式中  $p, c$  和  $\epsilon$  都是常数, 分别是半通径, 初位相和偏心率。

**圆 circle** 圆是二次平面曲线的一种。在某一平面中, 距固定点距离不变的点的轨迹就是圆。在直角坐标系的  $XY$  平面内的圆, 若以坐标原点为圆心, 则可以用方程  $x^2 + y^2 = R^2$  来表示。其中  $R$  就是圆的半径。在平面极坐标中, 按照圆锥曲线的标准形式, 圆的偏心率  $\epsilon$  为零, 因而圆方程  $\rho = \text{常数}$ 。这里  $\rho$  是动点的径向坐标。

**抛物线 parabola** 抛物线是二次平面曲线的一种。在直角坐标系的  $XY$  平面内, 它的标准形式可写作  $y = ax^2 + b$ 。其中  $a$  和  $b$  是两个常数。在平面极坐标中, 按照二次平面曲线的标准形式(见二次平面曲线条), 当偏心率  $\epsilon = 1$  时, 它就是抛物线,  $\rho = \frac{p}{1 + \cos(\varphi + c)}$ 。

**双曲线 hyperbola** 双曲线是二次平面曲线的一种。在直角坐标系的  $XY$  平面中可写成  $xy = c$ 。在平面极坐标中, 按照二次曲线的标准形式(见“二次曲线”条), 当偏心率  $\epsilon > 1$  时, 它就是双曲线的一支,  $\rho = \frac{p}{1 + \epsilon \cos(\varphi + c)}$ , 由对称性可得双曲线的另一支。

**椭圆 ellipse** 椭圆是二次平面曲线的一种, 在直角坐标系的  $XY$  平面内, 可表示成  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 。其中  $a$  和  $b$  分别是椭圆的长半轴和短半轴。在平面极坐标中, 按照二次平面曲线的标

准形式(见“二次曲线”条),当偏心率  $\epsilon < 1$  时,

就是椭圆,  $\rho = \frac{p}{1 + \epsilon \cos(\varphi + c)}$ 。

**轨道 trajectory; orbit** 物体在运动过程中所经空间各点的连线叫轨道。它可以用参数方程  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$  表示。其中  $t$  是时间或其他任意参数。

**抛体运动 projectile motion** 在地球表面附近不大的范围内,地球的引力可以看做是常数,一般用重力加速度  $g$  来表示。物体在重力场的作用下的运动叫做抛体运动,当一个质量为  $m$  的质点在  $y=0$  的平面内以一定的初速度  $v_0$ (矢量)抛出后,在直角坐标的  $XY$  平面内,其运动方程可写成

$$x = (v_0 \cos \alpha) t + x_0$$

$$z = (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 + z_0。$$

其中  $x_0, z_0$  是抛射体的抛出位置。 $z$  轴取为  $(-g)$  方向,  $\alpha$  是  $v_0$  和  $x$  轴的夹角(通常叫仰角)。

抛体运动的运动轨迹方程是

$$z = x \tan \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2。$$

**速降线 brachistochrone problem** 历史上,这是 1696 年伯努利首先得到解的一个二维变分问题。他讨论的是在铅直平面内,质点在重力作用下从静止出发,由一点  $A(x_1, y_1)$  到另一点  $B(x_2, y_2)$  所需时间最少的路径(即速降线)。在直角坐标系中,质点在重力作用下由  $A$  点自由下滑到  $B$  点所需的时间可表示为

$$T[y(x)] = \int_B^A \frac{\sqrt{1+y'^2}}{\sqrt{2gy}} dx$$

由  $\delta T[y(x)] = 0$  可得解的参数方程为  $x = a(1 - \cos \theta)$ ,  $y = a(\theta + \sin \theta)$ 。 $a$  是积分常数,  $\theta$  是参数。该方程所代表的曲线也叫旋轮线(cycloid)。是平面曲线的一种。

**测地线 geodesic** 曲面上任意两点之间的最短距离叫测地线。

**球面上的测地线 geodesic on a sphere** 球面上的测地线是指球面上任意两点之间距离最短的连线。球面上任两点 1 和 2 之间的距离的积分形式为

$$s = \rho \int_1^2 \left[ \left( \frac{d\theta}{d\varphi} \right)^2 + \sin^2 \theta \right]^{1/2} d\varphi$$

由上式的变分为零,即  $\delta s = 0$ ,可以得到该测地线的球坐标表示式:

$$\cot \theta = \beta \sin(\phi - \alpha)。$$

其中  $\beta^2 = (1 - a^2)/a^2$ ,  $a$  和  $\alpha$  都是积分常数。由第二类欧拉方程可得

$$a = [ \theta'^2 + \sin^2 \theta ]^{1/2} - \theta' \frac{\partial}{\partial \theta'} [ \theta'^2 + \sin^2 \theta ]^{1/2}。$$

在直角坐标的  $XY$  平面内,上述方程可以表示为:  $Ay + Bx = z$ 。其中  $A = \beta \cos \alpha$ ,  $B = \beta \sin \alpha$ 。可见球面上的测地线就是过球心的平面和球面的交线,即该球面上的大圆。

**参考系 reference frame** 物体的运动总是相对于另一些选定的参考物而言的,人们研究物体运动时所选定的参考物体(或彼此不作相对运动的物体群)称为参考系,也叫参照系。

**坐标系 coordinates system** 为了能量量地表示物体在各个时刻相对于选定的参考系的位置,就必须要选择适当的坐标系。最常用的坐标系是直角坐标系(rectangular coordinates system),此外还有用于描写在平面内运动的平面极坐标系(planar polar coordinates system),以及柱坐标系(cylindrical coordinates system),球坐标系(spherical coordinates system),自然坐标系(natural coordinates system)及曲线坐标系(curve coordinates system)等。

**直角坐标系 rectangular coordinates system**

又叫笛卡儿坐标系(Cartesian coordinates system),它由三根相互垂直的坐标轴构成。任一矢量可以用该矢量在直角坐标中的分量,即该矢量在各坐标轴上的投影来表示。例如位置矢径  $r = xi + yj + zk$  其中  $x, y, z$  就是位置矢量在各坐标轴上的投影,  $i, j, k$  分别是各坐标轴的单位矢量。它在空间各点是相同的。

**平面极坐标系 planar polar coordinates system** 平面极坐标系由极点和从极点出发的极轴构成。任一矢量  $A$  可用它在极轴方向和垂直于极轴方向的投影,即径向分量  $A_\rho$  和横向分量  $A_\phi$  来表示。

$$A = A_\rho \rho_0 + A_\phi \phi_0$$

其中  $\rho_0$  和  $\varphi_0$  分别是径向和横向单位矢量。值得注意的是这些单位矢量的方向在不同的地点是不同的。

**柱坐标系 cylindrical polar coordinates system** 对于三维问题,可以在平面极坐标系的基础上加一个垂直于平面极坐标所在平面的  $z$  轴构成柱坐标系。任一矢量  $\mathbf{A}$  可用它在极轴方向和垂直于极轴方向的投影,即径向分量  $A_\rho$  和横向分量  $A_\theta$  加上  $z$  轴方向的分量  $A_z$  的矢量和来表示:

$$\mathbf{A} = A_\rho \rho_0 + A_\theta \theta_0 + A_z \mathbf{k}$$

其中径向和横向单位矢量  $\rho_0$ 、 $\theta_0$  在不同的地点是不同的。 $z$  轴方向的单位矢量  $\mathbf{k}$  是固定不变的。

**球(极)坐标系 spherical polar coordinates system** 一个矢量  $\mathbf{A}$  在球坐标中的三个分量分别是  $A_\rho$ 、 $A_\theta$ 、 $A_\phi$ 。它们分别表示矢量在径向,余纬度方向及经度方向的分量:

$$\mathbf{A} = A_\rho \rho_0 + A_\theta \theta_0 + A_\phi \phi_0$$

这里我们把  $XY$  平面选作赤道平面, $z$  选作极轴, $\theta$  就是余纬度, $\phi$  就是经度。球坐标系的所有单位矢量  $\rho_0$ 、 $\theta_0$ 、 $\phi_0$  都随不同地点而不同。

**曲线坐标系 curve coordinates system** 平面极坐标系,柱坐标系和球坐标系都是曲线坐标系。一般的曲线坐标系是由三组曲线组成。若在曲线簇的交点处相互垂直,则叫做正交曲线坐标系。

**自然坐标系 natural coordinates system** 在给定轨道的情况下,用自然坐标系表示物体的运动是比较方便的。在这种坐标系中,质点的速度大小由  $v = \frac{ds}{dt}$  表示,其中  $ds$  是轨道曲线的元弧长,其方向是沿曲线在该点的切线方向(指向弧长增加的方向)。加速度可分解为切向加速度和法向加速度。前者  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ ,后者  $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ 。这里的  $\rho$  是轨道曲线在该点密切圆的半径。

**曲率 curvature** 曲率是表示曲线上某点弯曲程度的量。对平面曲线或三维空间中的曲线,一般用曲率半径来定量表示。曲率是曲率半径的倒数。对四维空间则要用高斯曲率,黎

曼-克利斯托夫曲率张量(Riemann-Christoffel curvature tensor),曲率张量,曲率标量等来表示。

**曲率圆 circle of curvature** 通过曲线上的任一点和与之无限接近的两个相邻点作一圆,在极限情况下,这个圆就是该点的曲率圆。

**曲率半径 curvature radius** 为定量表示曲线在任一点处的弯曲程度,可用曲率或曲率半径来表示。曲率半径是曲线上一点的曲率圆的半径。对于平面曲线  $y = y(x)$ ,它可表示为

$$\rho = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

一般来说,曲线上不同点的曲率半径是不同的。曲率半径越小,则曲线在该点的弯曲程度愈大。当某点曲率半径是无限大时,曲线在该点不再弯曲。

**位置矢量,位矢 position vector** 为表征一个质点在空间的位置,可以选择一个参考点作为原点,质点的位置可以用质点相对于该参考点的矢径来表示。这就是该质点的位置矢量,简称为位矢。

**位移和位移矢量 displacement and displacement vector** 质点位置的变化叫位移;质点位置矢量的变化叫位移矢量  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ 。

**速率 speed** 表征物体运动快慢的物理量叫速率,速率用一定时间间隔(单位时间)内物体走过的距离来表示。

**平均速度 average velocity** 在一定的时间间隔  $\Delta t$  内,位置矢径的平均变化率  $\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$  叫平均速度。

**瞬时速度 instantaneous velocity** 当平均速度的时间间隔趋向于零时,即  $\Delta t \rightarrow 0$  时,平均速度的极限就是瞬时速度,数学表示为:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

它是一个矢量,方向沿其轨迹的切线方向,大小是  $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$  的绝对值  $\left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|$ 。后者也叫瞬时速率。

**瞬时速率 instantaneous speed** 瞬时速度的大小叫瞬时速率,它可表示为

$$|v| = \lim |\Delta r| / \Delta t = \frac{ds}{dt}$$

其中  $ds$  是该质点在  $dt$  时间内经过的轨道的圆弧长。

**径向速度 radial velocity** 在平面极坐标系中,质点速度沿矢径方向的分量叫径向速度。

**横向速度 transverse velocity** 在平面极坐标系中,质点速度在垂直于矢径方向的分量叫横向速度。

**绝对速度 absolute velocity** 一般来说,相对于静止坐标系的速度叫绝对速度。

**相对速度 relative velocity** 相对于静止坐标系有运动的坐标系叫运动坐标系。相对于运动坐标系的速度就叫相对速度。

**牵连速度 transportation velocity** 在有相对运动的两个坐标系中,运动坐标系中任一点或物体上与之相联的一点的速度叫牵连速度。

**面积速度 area velocity** 也叫掠面速度。运用平面极坐标描述质点在有心力作用下的运动时,经常用到面积速度的概念。它被定义为质点相对于力心的矢径在单位时间里扫过的面积。

**加速度 acceleration** 速度  $v(t)$  随时间的变化率  $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ , 叫做质点的(即时)加速度  $\mathbf{a}(t)$ 。由于速度是矢量而时间是标量,故速度的时间变化率也是矢量。所以加速度包括速度大小的变化和速度方向的变化。在自然坐标系中,可把加速度矢量表示为切向分量和法向分量两部分,分别称为切向加速度和法向加速度(见“自然坐标系”)。

**平均加速度 average acceleration** 平均加速度定义为在某一时间间隔  $\Delta t$  内,速度变化  $\Delta \mathbf{v}$  和该时间间隔之比  $\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$

**瞬时加速度 instantaneous acceleration** 当平均加速度中的时间间隔趋向于零时,平均加速度就趋向于瞬时加速度,记作

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}.$$

**切向加速度 tangential acceleration** 质点沿曲线运动时,它沿曲线切线方向的加速度叫切向加速度,

$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ 。它反映的是速度大小的变化,

方向由曲线在该点的切线方向决定。

**法向加速度 normal acceleration** 对于平面曲线运动,和切向加速度相垂直的加速度叫法向加速度,它指向轨道曲线的凹侧,表示为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho},$$

它反映速度方向变化的快慢。其中  $\rho$  是质点所在点该曲线的曲率半径。对于空间曲线运动,法向加速度是在曲线上一点的密接圆半径方向上,指向轨道曲线的凹侧, $\rho$  就是该点密接圆的半径。

**绝对加速度 absolute acceleration** 相对于静止坐标系的加速度叫绝对加速度。

**牵连加速度 transportation acceleration** 相对于静止坐标系有加速运动的运动坐标系中任一点或物体上与之相联的一点的加速度叫牵连加速度。

**相对加速度 relative acceleration** 相对于运动参照系的加速度叫相对加速度。

**向心加速度 centripetal acceleration** 质点作圆周运动时,沿半径方向指向圆心的加速度叫向心加速度。

### 三、动力学

#### Dynamics

**动力学 dynamics** 动力学研究物体运动状态变化与所受外界作用力之间的关系所遵从的规律。

**牛顿力学 Newtonian mechanics** 牛顿力学是1687年牛顿在他的《自然哲学的数理原理》(*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*)中首先系统表述的。该书以八个定义和四个注释开始,接着是三条“公理或运动定理”和六个推论。此外还有关于万有引力定律的原始表述形式。这部划时代的巨著融合了前人的研究成果和他自己的创造,树立了力学发展史上的一个里程碑。

牛顿力学着眼于力的分析,把外界对物体运动的影响全部归结为力的作用。有时为区别于分析力学(analytical mechanics),也把牛顿力学叫做矢量力学(vector mechanics)。

**牛顿第一定律 Newton first law or inertia law** 每个物体将继续保持其静止或匀速直线运动状态,除非有力加于其上迫使其改变这种运动状态。这就是惯性定律的原始表述。

**牛顿第二定律 Newton second law** 物体在受到外力作用时,它所获得的加速度的大小与外力的大小成正比,其比例系数就是物体的质量。加速度的方向和外力的方向相同。

**牛顿第三定律 Newton third law** 两物体发生相互作用时,它们之间的作用力分别作用在这两个不同物体上,大小相等,方向相反,并在同一直线上。

**万有引力定律 law of universal gravitation** 质量分别是  $M_1$  和  $M_2$  的两个质点之间的引力为  $F_{12} = -\frac{GM_1M_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12}$ 。其中  $F_{12}$  是  $M_1$  作用在  $M_2$  上的引力,  $\mathbf{r}_{12}$  是由  $M_1$  指向  $M_2$  的矢径。 $G$  是万有引力常数,1986 年国际科学联盟理事会科技数据委员会(CODATA)推荐的数值为  $G = 6.67259(85) \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ , 不确定度为 128ppm(百万分之 128,即万分之 1.28)。

**牛顿方程 Newton equations** 按照牛顿第二定律,在惯性参照系中,质点在外力  $\mathbf{F}$  作用下所获得的加速度矢量  $\mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$  与所受的力  $\mathbf{F}$  有下列关系:  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 。其中  $m$  是质点的质量,  $\mathbf{a}$  是质点某一时刻的瞬时加速度。这是一个矢量形式的二阶微分方程。在实际运算时,常选取不同的坐标系,方程的分量形式就会有不同的表示。以直角坐标系为例。其分量形式为:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z$$

如果作用力是已知的,这一组二阶微分方程加上初条件( $t=0$  时的位置和速度),解方程后即可决定以后任何时刻的位置和运动状态。

**伽利略相对性原理 Galilean principle of relativity** 运动规律在伽利略变换下不变,称为伽利略不变性,或者称为伽利略相对性原理。

**伽利略变换 Galilean transformation** 质点在两个沿  $x$  轴相互做匀速直线运动的惯性系  $K$  和  $K'$  中的时空坐标  $(x, y, z, t); (x', y', z', t')$  之间有下列关系:

$$x' = x + vt, y' = y,$$

$$z' = z, t' = t + \tau.$$

其中  $v$  是  $K'$  相对于  $K$  沿  $x$  轴的速度。这就是伽利略变换。很显然,牛顿方程的形式在伽利略变换下是不变的。所以说,牛顿方程是遵从伽利略相对性原理的。

**马赫原理 Mach principle** 1880 年,马赫在他的“Die Mechanik in ihrer Entwicklung”(发展中的力学)中提出一个重要假设,认为是地球和其他天体的质量的某种影响决定着参考系的性质。这一假设被称为马赫原理。它是对牛顿的绝对时空观的建设性的批判,对爱因斯坦创建狭义相对论产生了很大的影响。

**经典力学 classical mechanics** 经典力学是相对于相对论力学和量子力学而言的。人们把处理宏观物体在弱引力场中做低速运动的动力学和静力学理论叫做经典力学。

**理论力学 theoretical mechanics** 理论力学在处理力学问题时较系统地应用了数学方法,这是相对于普通物理力学而言的。

**实验室参考系 laboratory reference frame** 静止在实验室中的坐标系叫实验室参考系。

**质心参考系 reference frame of center of masses** 坐标原点置于系统质心上并随之一起运动的坐标系叫质心坐标系。

**质量 mass** 在《自然哲学数学原理》中,牛顿把质量当作第一定义给出:物质是用它的密度和体积一起来量度的。按其性质来分,物体的质量有两种定义:引力质量(gravitational mass)和惯性质量(inertial mass)。前者是能产生引力作用或受引力场作用的能力的量度,后者是它在任何外力作用下的惯性大小的量度。按照上述定义,这两种质量原则上应是完全不同的,但从牛顿开始直至今日为止的所有测量两者差别的实验都表明,在非常高的精度范围内(例如  $10^{-13}$ ),它们的数值是完全一样的。正是这一结果,导致爱因斯坦创立了广义相对论。

**引力质量 gravitational mass** 记作  $m_g$ 。按照牛顿万有引力定律,引力质量为  $m_g$  的物体与另一引力质量为  $M_g$  的物体之间引力的大小正比于  $m_g$  和  $M_g$  的乘积。因此引力质量既可以看做是产生引力的主体,又是在同一引力场中所受引力作用大小的量度。

**惯性质量 inertial mass** 按照牛顿第二定律,物体在同一外力作用下产生的加速度的大小反比于物体的质量,叫惯性质量。这里,惯性质量就是物体惯性大小的量度,完全是物体本身的内秉性质,与施力的主体的性质无关。

**质点 particle** 质点是一种理想化的模型。在研究机械运动时,若物体的形状和大小对运动的影响可以忽略,我们就可以把它看做是一个具有一定质量的几何点,称为质点。实际上,牛顿运动定律就是针对质点而言的。这是因为牛顿方程的加速度就是欧几里得几何中一个点的加速度,而一个空间点的位置由三个独立的参数来描述,即它具有 3 个自由度,在直角坐标中,可用  $x, y, z$  来表示,在柱坐标中,用  $\rho, \theta$  和  $z$  来表示,在球坐标中由  $r, \theta$  和  $\phi$  来表示。

**质点组 system of particles** 由多个质点构成的力学系统叫质点组。实际上,任一力学系统都可以通过离散化的办法,即分割成  $n$  个足够小的小份,每一小份都看做是一个质点,也可以当作质点组来处理。作为研究的对象,被选定的质点组以外的所有其他物体对组成该质点组的任一质点的作用力都叫做外力。质点组内各质点之间的相互作用力,叫做内力。如果没有受到约束条件的限制,  $N$  个质点组成的质点组具有  $3N$  个自由度,需要有  $3N$  个独立变量才能完备地描述其空间位形(configuration)。

**质心 center of masses** 质心可以看做是质点组整体运动的代表点。它的位置由质点组各质点的质量及其分布决定。其位置矢量定义为:  $r_c \equiv \frac{1}{M} \sum m_i r_i$ 。  $M = \sum m_i$  是质点组的总体质量。在直角坐标系中其分量形式为:

$$x_c = \frac{1}{M} \sum m_i x_i \quad y_c = \frac{1}{M} \sum m_i y_i$$

$$z_c = \frac{1}{M} \sum m_i z_i$$

其中  $m_i$  和  $r_i$  分别是第  $i$  个质点的质量和位矢,  $x_i, y_i, z_i$  是它的位矢的分量。对于连续分布的物体,其质心也可以用类似的办法求得,只要把求和改成积分即可:

$$r_c = \int r \rho dV / M$$

其分量形式为

$$x_c = \int x \rho dV / M, \quad y_c = \int y \rho dV / M,$$

$$z_c = \int z \rho dV / M$$

式中  $\rho$  为密度,一般是空间坐标的函数。

**动量中心系 center of momentum system** 适当选取参考系,使得质点组在此参考系中总动量为零。这种参考系就叫做动量中心系或零动量系。

**惯性参照系 inertial reference frame** 凡惯性定律在其中能成立的参考系称为惯性参考系,简称惯性系。按照牛顿理论,真正的惯性系就是绝对空间,以及相对于它静止或做匀速直线运动的参考系。而按照马赫及后来的爱因斯坦理论,惯性系是由宇宙间的全部物质及其分布决定的。

**力 force** 物体之间的相互作用叫做力,它是引起受力作用的物体在惯性系中运动状态变化的原因。

**力的叠加原理 superposition principle of force** 如果有两个或两个以上的力作用在同一个质点上,则作用在该质点上的各个力造成的质点运动状态的总变化等于各个力按矢量相加得到的合力对该质点造成的运动状态的变化。

**重力 gravity** 地球表面附近的物体受到的地球引力作用,称为重力。它是万有引力在地球表面附近的一种表现。测量重力可以用静力学方法(static mechanical method),也可以用动力学方法。前者又可分为绝对测量(用弹簧秤)和相对测量(用天平)两种。用弹簧秤测得的是物体的重量,用天平称得的是物体的质量。

**引力 gravitational force** 引力是物体之间

的一种相互作用,牛顿把质量分别为  $M_1$  和  $M_2$  的两个质点之间的引力表示为  $F_{12} = -\frac{GM_1M_2}{r_{12}^3}\mathbf{r}_{12}$  其中比例系数  $G$  称为万有引力常数或引力常数。这就是著名的万有引力定律。 $\mathbf{r}_{12}$ 是  $M_2$  相对于  $M_1$  的矢位。1986 年国际科学联盟理事会科技数据委员会(CO-DADT)推荐的数值为  $G = 6.67259(85) \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ 。不确定度为 128ppm(百万分之 128,即万分之 1.28)。

**恢复系数 restitution coefficient** 在讨论两物体碰撞问题中,为了表示不同性质的碰撞,可用恢复系数来表示。它被定义为  $e = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2}$ 。其中  $v_1, u_1$  和  $v_2, u_2$  分别是两个物体碰撞前后的速度。

**支撑力 supporting force** 物体静止地放置于某一面上时,将受到一个与重力方向相反的力,使之保持静止,这就是支撑力。它是约束力的一种。正是它的作用才使物体被限制在支撑面上。从本质上说,它是物体压在接触面上使之发生形变后产生的弹性反作用力。

**胡克定律 Hooke law** 在弹性极限范围内的一弹性体伸长或缩短时,其横截面两端的相互作用力  $F$  的大小正比于它长度的伸长量或缩短量  $s$ ,即  $F = -ks$ 。此定律被称为胡克定律。其中比例系数  $k$  叫做劲度系数或倔强系数,有时也叫弹性系数(elastic coefficient)。

**位力定理 virial theorem** 这是一个带有统计性质的定理。它可以表示为

$$\langle T \rangle = -\frac{1}{2} \left\langle \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \right\rangle.$$

其中符号  $\langle \dots \rangle$  表示对时间的平均。 $T$  是总动能。 $\mathbf{F}_i$  和  $\mathbf{r}_i$  分别是作用在第  $i$  个质点上的力和此质点的位矢。克劳修斯(Clausius)把上式右边叫做均位力,所以上式就叫做位力定理。当作用力具有势能  $V$  时,  $\mathbf{F}_i = -\nabla_i V$ , 位力定理可改写为

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \sum_{i=1}^n \nabla_i V \cdot \mathbf{r}_i \right\rangle.$$

特别是对于平方反比有心力,上式简化为:  $\langle T \rangle$

$$= -\frac{1}{2} \langle V \rangle$$

**有势力 potential force** 可以表示成为某个标量的梯度的作用力叫有势力。这个标量就是该有势力的势。有势力是保守力。

**耗散力 dissipative force** 这种力(如摩擦力)做的功恒小于零,即  $\mathbf{f}_{ij} \cdot d\mathbf{r}_{ij} \leq 0$  (即对外做功),称为耗散力,是非保守力。

**冲量 impulse** 在一定的时间间隔内,力对时间的积分称为该力的冲量,  $I = \int \mathbf{F} dt$ 。

**压强 pressure or intensity of pressure** 连续体中的正应力叫压强。一般来讲,它是空间坐标的函数。

**非惯性参照系 non-inertial reference frame** 当一个参照系相对于惯性参照系有加速运动(平动或转动)时,该参照系就是非惯性参照系。在非惯性系中,原始形式的牛顿定律不再成立。

**惯性力 inertial force** 若要在非惯性参照系中继续使用牛顿定律,就必须引入惯性力。惯性力是在非惯性系中存在的一种虚假的力,它不是物体之间的相互作用,而是代表某种运动状态。一般表示为

$$\mathbf{F}_{\text{惯}} = -m\mathbf{a}_{\text{惯}}.$$

其中  $\mathbf{a}_{\text{惯}}$  是非惯性系相对于惯性系的加速度引起的牵连加速度,它包括惯性离心加速度,切向加速度和科里奥利加速度。

**惯性离心力 inertial centrifugal force** 它是惯性力的一种,来源于物体在有转动的坐标系中的向心加速度。可以写成下列矢量形式:  $\mathbf{F}_{\text{离心}} = -m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ 。其中  $\boldsymbol{\omega}$  和  $\mathbf{r}$  分别表示转动参照系相对于惯性参照系的角速度矢量和质点在转动参照系中的位矢,  $m$  是它的质量。

**切向惯性力 tangential inertial force** 相应于切向加速度的惯性力叫切向惯性力。它的大小为  $F_{\text{切}} = -m \frac{d^2 s}{dt^2}$ , 方向与切线方向相反。

**科里奥利力 Coriolis force** 科里奥利力是一种惯性力。它存在于转动参照系中,并且只有当物体相对于转动参照系有相对运动速度,而且该速度不与转动角速度平行时才存在。

一般可写成

$$F_c = -2m\mathbf{a}_c = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$$

**引潮力 tide force** 地-月系统在它们之间引力作用下围绕共同的质心旋转,引潮力是地球表面各地的海水所受月球的有效引力即“真实引力”,与在地心参照系中的“惯性离心力”之和。后者由地心的离心加速度决定。

**动量 momentum** 也叫线动量(linear momentum)质点的动量定义为其质量和速度的乘积: $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ 。质点组的动量是每个质点的动量的矢量和:

$$\mathbf{P} = \sum m\mathbf{p}_i = \mathbf{P}_c$$

按照质心的定义,它等于质心的动量 $\mathbf{P}_c = M\mathbf{v}_c$ 。其中 $M = \sum m_i$ 是质点组的总质量。

**动量定理 theorem of momentum** 在一段时间内,物体动量的变化量,等于在此时间间隔内作用在该物体上力的冲量的矢量和:

$$m(\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_i) = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F} dt$$

**动量守恒定理 conservation theorem of momentum** 若在一段时间间隔内,作用在物体上的力的冲量或其分量为零,则该物体的动量或相应的分量保持不变。

**角动量 angular momentum** 质点的角动量定义为 $\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ 。质点组的角动量定义为组成质点组的各质点的角动量之和: $\mathbf{J} = \sum_i \mathbf{r}_i \times$

$\mathbf{p}_i$ 。刚体角动量可写成 $\mathbf{J}_\alpha = \sum_{\beta=1}^3 I_{\alpha\beta} \omega_\beta$ 。其中 $I_{\alpha\beta}$ 和 $\omega_\beta$ 分别是刚体的转动惯量张量的元素和角速度的分量。值得注意的是转动惯量张量各元素在空间坐标系中是随时间而变的,而在与刚体一起运动的本体坐标系中则是与时间无关的张量。

**角动量定理 theorem of angular momentum**

在惯性坐标系中,质点角动量随时间的变化率等于作用在其上的外力矩: $\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \mathbf{M}$ 。其中 $\mathbf{M} = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i$ ,对质点组来说,只要把角动量和外力矩理解为质点组的总角动量和总外力矩即可。对于刚体来说上述角动量定理的形式

依然成立,但当角动量是在本体坐标系中表示出来时,应改写为 $\frac{d\mathbf{J}}{dt} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} + \mathbf{M}$ 。这里等式左边对时间的微商是在本体坐标系中进行的(叫本地微商)。

**角动量守恒定理 conservation theorem of angular momentum** 当作用在质点、质点组或刚体上的总力矩为零时,质点、质点组或刚体的总角动量不随时间而变,即有角动量守恒定律。

**力矩 moment of force or torque** 作用在质点上的力 $\mathbf{F}$ 相对于某一特定点的力矩定义为 $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ 。其中 $\mathbf{r}$ 是质点相对于该特定点的矢径。

**引力势 gravitational potential** 引力是一种保守力,和引力相应的势函数称为引力势。在球坐标系中,引力势可写成 $V_g(r) = -K/r$ 。其中 $K = GM$ 。 $M$ 是产生引力的点质量, $r$ 是引力场点到该点质量的距离。这里已经选择离点质量无限远处为势能零点。

**电磁力 electromagnetic force** 电场或磁场对电荷或电流的作用力称为电磁力,也叫洛伦兹力。 $\mathbf{F} = q[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})/c]$ 。式中 $\mathbf{F}$ , $\mathbf{v}$ , $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别表示带电质点受到的电磁力,质点的运动速度,电场强度和磁感应强度, $q$ 是质点所带的电荷。

**摩擦力 friction force** 当相互接触的物体之间有相对运动趋势或相对运动时,它们之间就会有摩擦力。摩擦力分为干摩擦(dry friction)和湿摩擦(wet friction)两种,它们都是物体相互接触部分的分子之间复杂的相互作用的表现。有关摩擦力的起因和微观机理,尚有许多未知的领域有待进一步探讨。

**干摩擦 dry friction** 干摩擦也称外摩擦。它是固体表面之间的摩擦作用,又可分为静摩擦和滑动摩擦、滚动摩擦。

**静摩擦力和静摩擦系数 static friction force and static friction coefficient** 静摩擦力是当相互接触的两个物体有相对运动的趋势时发生的相互作用。这时的静摩擦力随作用在物体上的外力增大而变大,直至物体开始相对运动。在开始运动前的瞬间的静摩擦力叫最大

静摩擦力。实验证明,最大静摩擦力  $F_{\text{摩擦}}$  的大小与接触面间的正压力  $N$  成正比:  $F_{\text{摩擦}} = \mu N$ , 但与接触面大小无关, 其方向与运动趋势的方向相反, 比例系数  $\mu$  叫静摩擦系数。

**滑动摩擦 sliding friction** 两相互接触的物体有相对运动时, 它们之间的摩擦力的大小正比于接触面上的正压力, 方向与运动方向相反。一般来说, 摩擦系数与相对运动速度有关, 且与接触面的材料性质也有关。

**滚动摩擦和滚动摩擦系数 rolling friction and roll friction coefficient** 实验证明滚动摩擦力也和正压力成正比, 但摩擦系数不同。 $F_{\text{滚动摩擦}} = \mu' N$ ,  $\mu'$  称为滚动摩擦系数。

**驱动力 driving force** 在强迫振动问题中, 除弹性力和摩擦力以外的外力叫做驱动力, 它一般是时间的函数。

**外力 external force** 对质点组而言, 该质点组以外的任何物体对它的作用都叫做外力。

**内力 inertial force** 质点组内部各质点之间的作用力叫做内力。

**张力 tension** 物体, 比如绳子在受到拉伸时, 其内部就会出现弹性力, 它就是张力。

**力或动量的叠加原理 superposition principle of force and/or momentum** 作用在质点上的几个力或动量的总效果, 等于按照平行四边形法则叠加后所得的合力或合动量的作用。

**能量 energy** 按照麦克斯韦 (Maxwell) 理论, 物体所具有的能量是它能够对外做功的能力的量度。在力学范畴, 主要是指机械能, 包括动能和势能。在热学范畴表现为系统的内能。一般来说, 各种运动形式的能量形式是不同的, 它们之间可以发生转化, 但总量不变。例如机械能可以通过某种过程全部转换成热能。另一方面, 这种转化并不是完全可逆的。例如热能就不能完全变成机械能, 而不留下不可消除的影响。

**科尼希定理 Konig's theorem** 质点组的总动能可以分成质心动能和质点组相对于质心的动能两部分, 前者等于质心速度的平方和质点组总质量乘积的二分之一; 后者等于每个质点相对于质心 (平动) 参照系的动能之和。推广到刚体, 则刚体的动能等于质心动能加上刚

体绕质心平动参照系的转动动能之和。

**动能 kinetic energy** 动能是机械能的一种, 当质点以速度  $v$  运动时, 相应的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2. m \text{ 是质点的质量。对于质点组,}$$

每个质点的质量和速度可以不同, 因而

$$E_k = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2. \text{ 对于连续分布的物体有}$$

$$E_k = \frac{1}{2} \int \rho(x, y, z) v^2(x, y, z) dx dy dz. \text{ 其}$$

中  $\rho$  是密度, 它一般是空间坐标的函数。

**功 work** 力 (矢量) 与作用在其上的质点的元位移矢量的标量积 (即力沿位移方向的分量和该方向的元位移的乘积) 就是该力做的元功, 记作  $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 。质点在力  $\mathbf{F}$  作用下由  $a$  点运动到  $b$  点, 所做的功是力的元功沿其运动路线的积分:

$$W = \int_a^b dW = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}.$$

实际计算时可以写成分量的形式:

$$W = \int_a^b (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

**功率 power** 单位时间内所做的功叫功率。

功率  $P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$ 。其中  $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  是元功。

**机械能 mechanical energy** 机械能包括宏观的动能和势能两类。在运动过程中, 它们之间可以相互转化, 而不会消失, 除非由于摩擦等耗散过程使之变成其他形式的能量。

**势能 potential** 由于保守力所做的功与路径无关, 只与初终态的位置有关, 所以人们总可以引进势能函数的概念。用  $V(\rho)$  表示质点在  $\rho$  点的势能。更有意义的是质点初终态的势能差, 定义为  $-(V(f) - V(i)) = W$ 。等式右边是质点沿任意路径由  $i$  到  $f$  时作用在质点上的力所做的功。为了给出任一点的势能, 还必须确定计算势能的参考点。例如选择  $i$  点的势能为零, 则  $V(i) = 0$ ,  $V(f) = - \int f \cos \theta ds$ 。保守力做的功等于势能的减少。

**重力势能 gravity potential** 物体在地球表面附近重力场中具有势能叫重力势能。若

取地球表面为重力势能的零点,则重力势能一般可写成  $V(h) = mgh$ 。其中  $h$  是物体距地球表面的高度。

**引力势能 gravitational potential** 引力势能是物体在引力中的势能。若以离引力源无限远处为势能零点,则引力势能可表示为  $V_g(r) = -G \frac{M_1 M_2}{r_{12}}$ 。  $M_1$  和  $M_2$  是两个质点的质量,  $G$  是万有引力常数,  $r_{12}$  是它们之间的距离。

**静电势能 static electric potential** 带电  $q_2$  的物体在电荷  $q_1$  的静电场中具有势能叫静电势能。

$$V_e(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

其中  $\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$  是 SI 制时表示真空性质的一个比例系数称为真空介电常数。这里已经选择离  $q_1$  无限远处为势能的零点。

**弹性势能 elastic potential** 被拉伸或压缩的弹簧也可以做功,所以也有相应的势能。在弹性限度内,弹簧的弹性势能可以用弹簧的伸长量来表示:  $E_p = \frac{1}{2} k(x - x_0)^2$ 。其中  $x_0$  是弹簧的平衡位置。

**能量守恒 conservation of energy** 能量守恒是自然界的基本原理之一。它是说自然界的各种能量可以通过某种过程相互转化,但总量不会减少或增加。

**机械能守恒原理 conservation principle of machinery energy** 在有势力场中运动的质点机械能包括动能和势能。在运动过程中,它们之间可以相互转化,但总量保持不变。这称为机械能守恒原理。以  $T$  和  $V$  表示动能和势能,机械能守恒原理就可以写成

$$T_f + V_f = T_i + V_i$$

它表示初终态的机械能不变。

**功能原理 principle of work and energy** 当作用在质点上的力所做的功没有或不能用势能的变化来表示时,动能定理自然不能归结为机械能守恒原理。但根据能量守恒定律,可以得到系统机械能的变化等于非保守力做的功:

$(T_2 + V_2) - (T_1 + V_1) = W_d$ 。其中  $W_d$  是质点从状态 1 变到状态 2 的过程中,作用在该质点上的非保守力做的功。

**变质量物体动力学 dynamics of body with variable mass** 这是一个质点组的动力学问题,但我们并不对质点组内所有质点的运动感兴趣,仅着重研究质量变化着的运动主体,例如火箭,雨滴等,而完全不考虑火箭喷射出的气体或雨滴上凝结的水蒸气的运动,因而是一个质量在不断变化的主体的运动问题。变质量物体的动力学问题的基本方程是密舍尔斯基方程。

**密舍尔斯基方程 Miserski equation** 密舍尔斯基方程实际上是计及离开运动主体的质点的反冲力的牛顿方程:  $Mdv/dt = (u - v)(dM/dt) + F$ 。其中  $F$  是外力,  $M$  是任一时刻运动主体的质量,  $v$  是其速度,  $u$  是质量变化部分的绝对速度。我们可以把  $(u - v)(dM/dt)$  看做是变化着的质量对运动主体的作用力。若把它也当作是外力,则密舍尔斯基方程也可以看做是运动主体的动量定理。

**齐奥尔科夫斯基第一问题 Ziorkovski first problem** 质量为  $M_0$  的火箭在不受外力作用的情况下从静止出发,以一定的相对速率  $v_r$  将气体向后喷出,火箭本身作直线加速运动。求当所有的燃料都用完时的速率  $v_s$ 。若此时的火箭质量为  $M_s$ ,齐奥尔科夫斯基第一问题的解是

$$v_s = v_r \ln(M_0/M_s)$$

**齐奥尔科夫斯基第二问题 Ziorkovski second problem** 齐奥尔科夫斯基第二问题是考虑到重力作用时的火箭运动。其他条件和齐奥尔科夫斯基第一问题相同。若火箭运动方向和重力方向相反,齐奥尔科夫斯基第二问题的解是  $v_s = v_r \ln(M_0/M_s) - gt_s$ 。其中  $t_s$  是火箭的喷射时间。

**经典力学中的对称性 symmetry in classical mechanics** 对称性是是不可测量性或不可区分性的表现。在经典力学中,与时空有关的对称性直接和动力学守恒定律有关。

(1) 空间绝对位置的不可测量性(unmeasured

of absolute position of space) 相应的变换是空间平移变换:  $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{a}_0$ 。其中  $\mathbf{a}_0$  是常矢量。若力学系统在此变换下不变, 则有动量守恒。这是一种精确的对称性, 表示空间不同位置是一样的, 是不可区分的。

(2) 空间绝对方向的不可测量性(unmeasured of absolute direction of space) 相应的变换是空间转动变换。以绕  $z$  轴转过  $\delta\phi$  为例, 该变换可以表示为  $x \rightarrow x' = x - y\delta\phi$ ,  $y \rightarrow y' = y + x\delta\phi$ ,  $z \rightarrow z' = z$ 。若力学系统在此变换下保持不变, 则有角动量守恒, 表示空间各个方向是相同的, 不可区分的。

(3) 绝对时间的不可测量性(unmeasured of absolute time) 相应的变换是  $t \rightarrow t' + \tau_0$ , 其中  $\tau_0$  是常数。若力学系统在此变换下不变, 则有能量守恒, 表示时间是均匀的, 与时间起点的选择无关。

(4) 时间流动方向的不可测量性(unmeasured of direction of time flow) 相应的变换是  $t \rightarrow t' = -t$ 。若力学系统在此变换下是不变的, 则称为具有时间反演不变。例如牛顿方程由于加速度是对时间的二阶导数, 它在时间反演变换下是不变的。

**刚体 rigid body** 刚体是一种特殊的质点组, 组成刚体的每一个质点都受到完整约束, 使得刚体上任意两点之间的距离在运动过程中始终保持不变, 因而它的自由度只有 6 个。

**刚体的平动 translation of rigid body** 若刚体在运动过程中, 固连在其上的任意一条直线始终保持与初始位置平行, 则这种运动就叫做刚体的平动。刚体作平动运动时, 其上的每一点的轨迹都完全相同, 好像一个质点的运动, 但质量是整个刚体的质量。

**刚体绕固定轴的转动 rotation of rigid body about a fixed axis** 简称为刚体的定轴转动。若刚体在运动过程中始终有两点保持不动, 这种运动就叫做刚体的定轴的转动, 两固定点间的连线就是转轴。刚体作定轴转动时, 其上的每一点都在垂直于固定轴的平面内绕该轴作圆周运动, 半径是该点到轴的距离。而且在相同的时间间隔内, 不同半径转过的角度相同。

刚体作定轴转动时的角速度是惟一的。这就是说, 刚体作定轴转动时的自由度是 1。我们可以用惟一的角位移, 角速度, 角加速度来描述刚体的定轴转动。以转动角速度表示的动能为  $T = \frac{1}{2} I\omega^2$ 。其中  $I$  是刚体绕该轴的转动惯量,  $\omega$  是刚体的转动角速度, 一般用正负号表示旋转的方向, 以与轴成右手螺旋的旋转方向为正, 反之为负。

**转动惯量 moment of inertia** 转动惯量是表示质点组相对于某轴转动时的惯量特性的物理量。质点组在绕固定轴转动时的转动惯量为  $I = \sum m_i r_i^2$ 。其中  $m_i$  和  $r_i$  是第  $i$  个质点的质量和到转轴的距离。对于连续分布的物体, 可以用积分代替求和:  $I = \int_V \rho r^2 dv$ 。其中  $\rho$  是物体的密度,  $r$  是体元到转轴的距离, 积分遍及整个物体。

**均匀细棒绕通过其质心, 并垂直于棒身的轴的转动惯量 inertia of a homogeneous rod about an axis perpendicular to rod through the center of mass**  $I = \frac{1}{12} mL$ 。其中  $m$  是棒的质量,  $L$  是棒的长度。

**均匀圆盘绕通过盘心, 并垂直于盘面的轴的转动惯量 inertia of a homogeneous disk about an axis perpendicular to plane of disk through the center of masses**  $I = \frac{1}{2} mR^2$ 。其中  $m, R$  分别是圆盘的质量和半径。

**均匀圆球绕球心的轴线的转动惯量 inertia of a homogeneous sphere about a axis through the center of sphere**  $I = \frac{2}{5} mR^2$ 。其中  $m$  和  $R$  分别是该球的质量和半径。

**平行轴定理 parallel axis theorem** 刚体绕某一轴线的转动惯量  $I$  等于该刚体质心对该轴线的转动惯量  $I_0 = mh^2$  与刚体对通过质心的平行轴线的转动惯量  $I'$  之和:

$$I = I_0 + I'$$

其中  $h$  是质心到所说轴线的距离,  $r(x, y, z)$  是刚体中  $x, y, z$  处小质量元  $dm = \rho dv$  到质心的距离。

**垂直轴定理 perpendicular axis theorem** 一个平面物体相对于过该物体中的任一点的互相垂直的三条轴线  $X_1 X_2 X_3$  的转动惯量满足下列关系:  $I_1 = I_2 + I_3$ 。  $I_i$  是绕  $X_i$  轴旋转的转动惯量。

**复摆 complex pendulum** (也称物理摆 **physical pendulum**) 在重力作用下绕不通过质心的水平轴  $o$  点运动的刚体叫做复摆。和单摆相比,复摆有一定的质量分布,必须将它作为刚体在重力作用下的定轴转动来处理。当复摆绕该定轴作小振动时,它也是简谐运动。其振动周期  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{g}}$ 。其中  $l_0 = \frac{I_0}{mh}$ , 叫做等值摆长 (equivalence length of pendulum), 式中  $h$  是刚体质心到  $o$  点的距离。其意义是,复摆作小振动时的周期和一个质量为刚体质量,摆长为  $l_0$  的单摆的振动周期相同。

复摆的一个重要性质是可倒逆性,可以用来精确测量重力加速度。为此,可以在刚体质心和轴线  $o$  的连线的延长线上找到另一点  $o'$ , 使得刚体绕该点作小振动时的周期和绕  $o$  时一样。据此可以得到  $h + \frac{I'}{mh} = h' + \frac{I'}{mh}$ 。该方程有两个解:  $h = h'$  或  $h' = \frac{I'}{mh}$ 。前者表示  $o$  和  $o'$  对于质心是对称的。这就是所谓可倒逆性。利用第二个解,可以得到  $o$ 、 $o'$  的距离正好是等值摆长  $l_0$ 。于是,只需找到对称的  $o$ 、 $o'$  两点,并测出它们的距离  $l_0$ , 同时测出摆的周期即可算得重力加速度的准确值  $g = 4\pi^2 l_0 / T^2$ , 而不必测量刚体的转动惯量。

**扭摆 torsion pendulum** 扭摆由悬丝和与它相连的刚体组成。当悬丝随刚体转过一个角度  $\phi$  时,悬丝将产生恢复力矩。在弹性限度范围内,扭转力矩和扭转角成正比:  $M = -D\phi$ 。相应于扭转应变的弹性势能为  $U(\phi) = D\phi^2/2$ 。其中  $D$  是和切变模量有关的常数。当扭转角较小时,扭转角随时间按简谐规律变化。  $\phi = \phi_0 \cos(\omega t + \alpha)$ 。其中  $\omega = \sqrt{\frac{D}{I}}$ ,  $I$  是刚体的转动惯量。相应的周期  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$ 。通过测量其周期和材料的  $D$  即可算得刚体的转动惯量

$$I = 4\pi^2 T^2 D。$$

**刚体的平面平行运动 planar parallel motion of rigid body** 若刚体在运动过程中各点的轨迹始终平行于某个固定平面,这种运动就叫刚体的平面平行运动。与此等价的表述是,作这种运动的刚体中垂直于该平面的任一直线在运动过程中始终保持垂直。按照第二种说法,研究刚体的平面平行运动可以用一个平面的运动来代表。其运动可以看成两个运动的叠加,一是质心的运动,一是刚体绕过质心并垂直于该平面的轴的转动。故有 3 个自由度。一般选择任一点作为基点,刚体的运动就可以表示成为基点的运动加上绕基点的转动两部分的叠加。但也可以把质心选为基点,刚体的总动能就可写成  $E = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2$ , 其中  $v_c$  是质心的速度,  $I_c$  是刚体过质心并垂直于平面的轴的转动惯量。由于质心被限制在平面内运动,故只有两个自由度,另一方面,  $\omega$  是刚体绕垂直于上述平面的转动角速度,只要一个角变量为描述即可。

**刚体的定点转动 rotation of rigid body about a fixed point** 若刚体在运动过程中始终有一个点保持不动(这个点可以是刚体上的,也可以不是刚体上的),这种运动就叫做刚体的定点转动。刚体作定点转动时有 3 个自由度。常用欧拉角作为描写刚体定点转动的动力学变量,这时刚体的定点转动就是进动,章动和自转三部分的叠加。(见“转动矩阵”)

**刚体的转动 rotation of rigid body** 刚体的转动是指刚体方位的变化。在任一瞬时,刚体的转动可以用适当的定轴转动来表示,该轴叫做瞬时转动轴。和平面平行运动不同的是刚体作一般转动时的转动轴的方向是变化的,因此要用六个独立变量才能完全描述这种运动。

**角位移 angular displacement** 刚体方位的变化表现为与它固连在一起的坐标轴相对于固定坐标系的方位角的变化。这种角度的变化叫角位移。

**角位移矢量 angular displacement vector** 描

写刚体方位变化的三个角位移一般不是矢量。只有当它们是无穷小的时候才构成角位移矢量。(见“转动矩阵”)

**转动矩阵 rotation matrix** 刚体上某一矢量在空间坐标系和本体坐标系中的关系可以用转动矩阵来表示  $x' = R x$ , 例如绕  $x_3$  轴旋转  $\theta$  角, 转动矩阵可以写成

$$R_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

容易看出, 当  $\theta$  是有限大小时, 两次转动的结果和转动的次序有关:  $R(\theta)R(\phi) \neq R(\phi)R(\theta)$ 。但是, 对于无穷小转动,  $\theta \rightarrow \delta\theta$ , 转动矩阵蜕化为

$$R_3(\delta\theta) = \begin{pmatrix} 1 & \delta\theta & 1 \\ -\delta\theta & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

在这种情况下, 两次无限小转动就是可交换的  $R(\delta\theta)R(\delta\phi) = R(\delta\phi)R(\delta\theta)$ 。所以, 角速度是满足平行四边形法则, 是矢量。而有限转动则是不可交换次序的, 不是矢量。

**角速度 angular velocity** 刚体的角速度定义为它在无限小的时间间隔内角位移的无穷小变化:  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ 。角速度的方向沿该刚体的瞬时旋转轴, 按右手螺旋法则决定其正负。它是一个矢量, 满足平行四边形法则。

**进动 precession** 和运动刚体固联在一起的本体坐标  $\{x_1, x_2, x_3\}$  的  $x_1, x_2$  平面绕空间坐标系  $(X, Y, Z)$  的  $Z$  轴的转动叫进动。描述进动的角度叫进动角。它是刚体  $x_3$  轴在  $XY$  平面上的投影和  $X$  轴的夹角。

**规则进动 regular precession** 刚体以确定的章动角作进动, 叫做规则进动。

**赝规则进动 pseudo-regular precession** 对称陀螺在重力场中作快速自转时, 由于重力的力矩作用而使它的对称轴偏离垂直方向, 并获得进动角速度, 同时造成刚体对称轴的周期性的章动。随着刚体自转角速度的增大, 该章动速度迅速减小, 同时进动减慢。实际上, 对于足够快的陀螺, 其章动几乎是观测不到的。Klein 和 Sommerfeld 把这种进动叫做赝规则进动。

**非规则进动 non-regular precession** 当作用在刚体上的力矩随时间变化时, 例如地球受到太阳和月球的力矩, 就会在进动的同时产生一定的章动, 在天文上叫做天文章动 (astronomical nutation)。这时的进动就是非规则进动。

**节线 line of nodes** 刚体本体坐标系  $x_3$  轴在空间坐标系  $XY$  平面上的投影就是节线。它也是章动角速度所绕的旋转轴线。

**章动 nutation** 刚体本体坐标的  $x_1 x_2$  平面经进动后, 绕节线的转动叫章动。所以章动角就是本体坐标系的第三轴和空间坐标系的  $Z$  轴的夹角。

**自转 spin** 刚体绕本体坐标系  $x_3$  轴的转动叫自转。该转动角就是自转角。

**欧拉角 Eulerian angles** 欧拉角是人们常用来描述刚体转动的动力学变量。它们分别是进动角 (见进动条)、章动角 (见章动条) 和自转角 (见自转条)。

**沙尔定理 Chasle's theorem** 沙尔定理是说, 任一瞬时刚体的运动都可以看做是由基点的运动和刚体绕过基点的瞬时转动轴的转动组成。例如, 以  $O$  为基点, 刚体中任一点  $i$  的速度  $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i$ 。其中  $\mathbf{v}_0$  是基点的速度,  $\boldsymbol{\omega}$  是刚体的角速度,  $\mathbf{r}_i$  是第  $i$  个质点相对于基点的矢径。

**瞬时转动中心 instantaneous center of rotation** 以  $A$  基点, 刚体中任一点  $P$  的速度可以写成  $\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_A)$ 。 $\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_A$  分别是  $P$  点和基点的位置矢径。当  $\mathbf{v}_P = 0$  时, 这个瞬时不动的点就是瞬时转动中心。这时, 刚体的运动可以用绕瞬时转动中心的纯转动来表示。瞬时转动中心的位置  $\mathbf{r}_P$  由下式决定:  $0 = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_A)$ 。其中  $\mathbf{r}_A$  是选定的基点的位置,  $\mathbf{v}_A$  是它的速度,  $\boldsymbol{\omega}$  是刚体的角速度。 $\mathbf{r}_P$  就是瞬时转动中心的位置矢径。

在平面平行运动中, 注意到基点速度始终和角速度方向垂直, 所以瞬时转动中心相对于基点的位置由下列方程决定:  $x = -\frac{y_A}{\omega}$ ;  $y = \frac{x_A}{\omega}$ 。值得注意的是瞬时转动中心的加速度并不一定为零, 以它为坐标原点, 并随之运动的坐标系一般是非惯性坐标系。

**瞬时转动轴 instantaneous axis of rotation**

任一瞬时,刚体的转动都是围绕某一轴线进行的,但不同时刻轴的方向可以是不同的。这种某一瞬时保持不动的轴线就叫做瞬时转动轴。

**刚体角动量和角速度的关系 relationship between angular velocity and angular momentum**

在直角坐标系中,用转动惯量张量表示的任一角动量分量可写成:

$$J_{\alpha} = \sum_{\beta} I_{\alpha\beta} \omega_{\beta}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3.$$

其中  $I_{\alpha\beta}$  是转动惯量张量,  $\omega_{\beta}$  是角速度的分量。

**刚体转动动能和角速度的关系 relationship between angular velocity and kinetic energy**

在直角坐标系中,用转动惯量张量表示的动能可

写成:  $T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \omega_{\alpha} I_{\alpha\beta} \omega_{\beta}$  其中  $I_{\alpha\beta}$  是转动惯量张量,  $\omega_{\alpha}$  和  $\omega_{\beta}$  是角速度的分量。

**并矢 dyadics** 并矢是矩阵运算的另一种表示形式,一个并矢是有一定次序的一对矢量的一种表示,如并矢  $AB$  为:

$$AB = A_x B_x ii + A_x B_y ij + A_x B_z ik + A_y B_x ji + A_y B_y jj + A_y B_z jk + A_z B_x ki + A_z B_y kj + A_z B_z kk$$

它和另一个矢量  $C$  的乘积定义如下:

$$AB \cdot C = A(B \cdot C),$$

$$C \cdot AB = (C \cdot A)B.$$

两个并矢的乘积定义为:

$$AB \cdot CD = (C \cdot A)(B \cdot D).$$

要注意区分右乘和左乘的不同运算规则。

**转动惯量张量 inertia tensor** 刚体相对于某点的惯量特性需用张量来表示。这就是转动惯量张量  $I$ 。

$$I = \begin{pmatrix} I_{11} & -I_{12} & -I_{13} \\ -I_{21} & I_{22} & -I_{23} \\ -I_{31} & -I_{32} & I_{33} \end{pmatrix}$$

对于分立系统,转动惯量张量中的元素可表示为:

$$I_{\alpha\beta} = \sum m_i \left[ \sum x_i^2 \delta_{\alpha\beta} - x_{i\alpha} x_{i\beta} \right].$$

对于连续分布的物体,转动惯量张量中的元素可表示为:

$$I_{\alpha\beta} = \int \rho d v \left[ (x^2 + y^2 + z^2) \delta_{\alpha\beta} - x_{\alpha} x_{\beta} \right].$$

由转动惯量张量的定义可知,它是一个正定的对称张量。这里  $\rho$  为刚体密度。

**惯量积 product of inertia** 转动惯量张量中的非对角项叫惯量积。对于分立系统  $I_{\alpha\beta} = \sum m_i [-x_{i\alpha} x_{i\beta}]$ ,  $\alpha \neq \beta$ 。当物质连续分布时  $I_{\alpha\beta} = \int \rho [-x_{\alpha} x_{\beta}] d v$ 。如果取主轴坐标系,则惯量积都等于零。

**惯量主轴和主轴坐标系 principal axis of inertia and coordinates of principal axes** 由惯量椭球方程是正定的特性,总可以通过一个坐标变换,使惯量张量对角化,即使所有的惯量积都等于零。变换后的坐标系叫主轴坐标系。该坐标系的坐标轴叫惯量主轴。

**转动惯量张量的本征值和主轴变换 eigenvalue of inertia tensor and principal axis transformation** 转动惯量张量的本征值是由本征方程

$$\begin{pmatrix} I_{11} & -I_{12} & -I_{13} \\ -I_{21} & I_{22} & -I_{23} \\ -I_{31} & -I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} = \lambda_1 I$$

所决定的  $\lambda$ 。其中  $I$  为  $3 \times 3$  的单位矩阵。由此得到的变换叫主轴变换,因为这个变换可给出坐标主轴。

**广义平行轴定理 generalized theorem for parallel axis** 如果两个坐标原点之间由矢量  $a$  相联系。转动惯量张量在两个坐标系中的各分量有下列关系。 $I_{ij} = I_{ij}^{(0)} - M [a^2 \delta_{ij} - a_i a_j]$ 。这是定轴转动中的平行轴定理的推广,当  $i = j$  时,它给出定轴转动时的平行轴定理。故称之为广义平行轴定理。

**惯量椭球 inertia ellipsoid** 惯量椭球是刚体相对于确定点的惯量特性的形象化表示。它是1827年法国科学家柯西首先引入的。惯量椭球由下列方程决定:

$$I = I_{11} x^2 + I_{22} y^2 + I_{33} z^2 - 2 I_{12} xy - 2 I_{23} yz - 2 I_{31} zx.$$

其中  $I$  是刚体过一点任意方向的轴线的转动惯量。 $I_{ij}$  是该点的转动惯量张量的分量。在主轴坐标系中,因惯量积都等于零,相应的惯量椭球方程简化为  $I = I_{11} x^2 + I_{22} y^2 + I_{33} z^2$ 。惯量椭球以十分形象的方式给出刚体相对于

通过该点的一切直线的转动惯量。例如对于过该点的方向余弦为  $\cos \alpha, \cos \beta$  和  $\cos \gamma$  的轴线  $n$ , 其转动惯量为

$$I_n = I_{11}\cos^2\alpha + I_{22}\cos^2\beta + I_{33}\cos^2\gamma - 2I_{12}\cos\alpha\cos\beta - 2I_{23}\cos\beta\cos\gamma - 2I_{31}\cos\gamma\cos\alpha.$$

**回转半径 radius of gyration** 刚体绕某轴的回转半径定义为  $R = \sqrt{\frac{I}{M}}$ 。其中  $I$  是刚体绕该轴的转动惯量,  $M$  是刚体的质量。等价于把刚体看做是一个质量为  $M$  的质点以距离  $R$  绕该轴旋转。

**回转效应 gyroscopic effect** 陀螺仪在外力矩作用下产生的进动效应就是回转效应。

**刚体定点运动的欧拉方程 Euler equations for rigid body with fixed point** 刚体作定点运动时的欧拉方程是角动量定理在刚体定点运动时的表现。在刚体坐标系中, 可表示为

$$\dot{\mathbf{J}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} = \mathbf{M}$$

其中  $\mathbf{J}$  是刚体的角动量,  $\mathbf{M}$  是外力矩,  $\boldsymbol{\omega}$  是刚体的瞬时角速度。方程的分量形式为:

$$\begin{aligned} I_{11}\omega_1 - I_{12}\omega_2 - I_{13}\omega_3 &= M_1 + I_{13}\omega_1\omega_2 - I_{12}\omega_1\omega_3 \\ &+ I_{23}(\omega_2^2 - \omega_3^2) + (I_{22} - I_{33})\omega_2\omega_3 \\ &- I_{21}\omega_1 + I_{22}\omega_2 - I_{23}\omega_3 \\ &= M_2 + I_{12}\omega_2\omega_3 - I_{23}\omega_2\omega_1 \\ &+ I_{13}(\omega_3^2 - \omega_1^2) + (I_{33} - I_{11})\omega_1\omega_3 \\ &- I_{31}\omega_1 - I_{32}\omega_2 + I_{33}\omega_3 \\ &= M_3 + I_{23}\omega_3\omega_1 - I_{13}\omega_3\omega_2 \\ &+ I_{12}(\omega_1^2 - \omega_2^2) + (I_{11} - I_{22})\omega_1\omega_2 \end{aligned}$$

在刚体主轴坐标系  $x_1 x_2 x_3$  中可写成

$$\begin{aligned} I_1\omega_1 &= M_1 + (I_2 - I_3)\omega_2\omega_3 \\ I_2\omega_2 &= M_2 + (I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 \\ I_3\omega_3 &= M_3 + (I_1 - I_2)\omega_1\omega_2 \end{aligned}$$

其中  $I_1, I_2, I_3$  是主转动惯量的三个分量。

**刚体的拉格朗日函数 Lagrangian for rigid body** 用欧拉角表示的拉格朗日函数是点的函数, 若以质心为基点, 可写成

$$L = \frac{1}{2} M V_c^2 + \frac{1}{2} [(I_1 - I_2)(\dot{\theta} \cos\psi + \varphi \sin\theta \sin\psi)^2$$

$$+ I_2(\dot{\theta} + \varphi \sin^2\theta)^2$$

$$+ I_3(\varphi \cos\theta + \dot{\psi})^2] - V(\phi, \theta, \psi)$$

其中  $M$  是刚体的质量,  $V_c$  是质心速度,  $V(\phi, \theta, \psi)$  是刚体在外力场中的势能。

**欧拉-班锁情况 Euler-Poinsat Case** 这是无外力矩作用时对称陀螺的定点运动。由于对称性, 可假定在刚体主轴坐标系中,  $I_1 = I_2 \neq I_3$ 。于是, 欧拉方程简化为

$$\begin{aligned} I_1\omega_1 &= (I_1 - I_3)\omega_2\omega_3 \\ I_2\omega_2 &= (I_3 - I_1)\omega_1\omega_3 \\ I_3\omega_3 &= 0 \end{aligned}$$

该方程组的解析解为

$$\begin{aligned} \omega_1 &= A \cos\left[\frac{I_3 - I_1}{I_1}\omega_3 t + \alpha\right] \\ \omega_2 &= A \sin\left[\frac{I_3 - I_1}{I_1}\omega_3 t + \alpha\right] \\ \omega_3 &= \text{常数} \end{aligned}$$

这表明, 刚体的角速度矢量大小不变, 绕其对称轴旋转, 在空间中画出一个圆锥。旋转角速度为  $\frac{I_3 - I_1}{I_1}\omega_3$ , 相应的周期为  $\frac{2\pi}{\omega_3} \frac{I_1}{(I_3 - I_1)}$ 。

**拉格朗日-泊松情况 Lagrange-Poisson case**

这是对对称重刚体的定点运动。它的拉格朗日函数为

$$L = \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}^2 + \varphi^2 \sin^2\theta) + \frac{1}{2} I_3 (\varphi \cos\theta + \dot{\psi})^2 - mgh \cos\theta.$$

其中  $h$  是刚体质心到固定点的距离。

由于拉格朗日函数不显含  $\varphi$  和  $\psi$ , 同时外力是保守的, 系统有三个运动积分

$$P_\varphi \equiv \frac{\partial L}{\partial \varphi} = (I_1 \sin^2\theta + I_3 \cos^2\theta)\varphi + I_3 \dot{\psi} \cos\theta = \text{常数},$$

$$P_\psi \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = I_3(\dot{\psi} + \varphi \cos\theta) = \text{常数},$$

$$E = \frac{1}{2} I (\dot{\theta} + \varphi \sin^2\theta)^2 + \frac{1}{2} L_3^2 / I_3 + mgh \cos\theta$$

以欧拉角及其导数表示的运动方程的第一积分是:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} + \varphi \cos \theta &= L_3 / I_3, \\ \frac{1}{2} I (\dot{\theta}^2 + \varphi^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2} \frac{L_3^2}{I_3} \\ &+ mgh \cos \theta = E, \\ I \varphi \sin^2 \theta + L_3 \cos \theta &= L_2. \end{aligned}$$

其中  $\varphi, \theta$  和  $\psi$  分别是进动角, 章动角和自转角。

即使如此, 由于方程是高度非线性的, 所以一般不能得到解析解。对于某些特殊情况, 可以通过等效势方法或特殊函数来讨论。按照系统的不同设置, 可以对其运动作如下的讨论:

(1) 当  $0 < \theta < \pi/2$  时, 若  $P_\psi^2 \geq 4 mgl \cos \theta_0$  或者  $\omega_3 \geq \frac{2}{I_3} \sqrt{mgh \cos \theta_0}$ 。刚体以固定的章动角  $\theta_0$  作稳定的进动。其进动可能有快速进动和慢速进动两种, 可以分别表示为

$$\begin{aligned} \varphi_{0(+)} &\approx \frac{I_3 \omega_3}{I \cos \theta_0} \\ \varphi_{0(-)} &\approx \frac{mgh}{I_3 \omega_3} \end{aligned}$$

(2) 当  $\theta > \pi/2$  时, 不管自转角速度多大, 都能有稳定的进动。但进动不仅有快慢之分, 而且进动角速度还有正负之分, 即进动方向可以不同。

(3) 最一般情况下, 刚体不仅有进动, 同时还有章动发生。

**对称陀螺 symmetric top** 在主轴坐标系中, 如果刚体的两个主转动惯量相等, 例如  $I_1 = I_2$  这种刚体就叫做对称陀螺。

**重对称陀螺 massive symmetric top** 若在处理对称陀螺时要考虑它受到的重力矩的影响, 这种陀螺的运动就叫做重对称陀螺问题(即拉格朗日-泊松情况)。

**陀螺仪 gyroscope** 陀螺仪是一种安装在常平架上的轴对称刚体, 其对称轴的运动不受限制, 同时重心保持稳定。由于没有引力力矩作用在重心上, 当陀螺绕对称轴高速旋转时, 其对称轴方向将保持原来的方向。因此可以用来指示某个参考方向, 而不受载它的物体运动的影响。在陀螺仪中, 陀螺的对称轴被限制在水平面内运动。对地球上的陀螺仪, 由于地球的转动, 陀螺仪所在平面相对于惯性空间将改变其方向。所以在约束力的作用下陀螺仪进

动, 即绕地轴作周期为一日的旋转。陀螺仪的对称轴趋于保持稳定, 而安装得限制它的进动, 结果是轴承有力作用在陀螺仪上。可以证明, 这些约束力总是使陀螺仪的轴线和进动轴线一致, 即指向地球转动方向。这样的安置使得陀螺仪可以用来指示子午面的方向。

**刚体的平衡 equilibrium of rigid body** 要使刚体达到平衡, 不仅它受到的外力的总矢量必须等于零, 而且该力系对任一点的总力矩(即主矩)也应为零。这样的力系叫零力系。

**刚体平衡的稳定性 stability of equilibrium of rigid body** 刚体平衡的稳定性是指刚体在某一力系作用下达到平衡后, 若相对于某种小扰动的作用能恢复原来的平衡状态, 则称该平衡是稳定的, 否则是不稳定的。其判据是平衡时的势能是否是极小值。若是, 则属稳定的; 反之则是不稳定的。

**刚体的动平衡 dynamical equilibrium of rigid body** 刚体运动时, 如果惯性离心力系中不仅其主矢为零, 而且主矩也是零, 则该刚体的运动不需外力的约束也能实现。刚体的这种运动状态称为动平衡状态。

**刚体转动的稳定性 stability of rigid body rotation** 刚体转动的稳定性是指当刚体作定点转动时, 若它的转动轴稍稍偏离惯量主轴时, 应考虑该偏离是否被限制在一定的范围里, 即使没有外力矩作用。由于非对称刚体的三个主转动惯量互不相同, 按照非对称刚体在无外力矩作用时作定点运动的欧拉方程,

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 &= (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 \\ I_2 \dot{\omega}_2 &= (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 \\ I_3 \dot{\omega}_3 &= (I_1 - I_2) \omega_1 \omega_2 \end{aligned}$$

若初始时刻刚体绕某一惯量主轴(例如  $z_3$  轴)以角速度  $\omega_3$  旋转, 而其他两个方向角速度很小(因为扰动), 则它们的乘积是高级小量,  $\omega_3$  是定值。其他两个方向的运动方程分别是:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\omega}_1 &= - \frac{(I_3 - I_1)(I_3 - I_2)}{I_1 I_2} \omega_3^2 \omega_1 \\ &= 0 \\ I_1 \ddot{\omega}_2 &= - \frac{(I_3 - I_1)(I_3 - I_2)}{I_1 I_2} \omega_3^2 \omega_2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

为不失一般性,可以假定  $I_3 > I_2 > I_1$ , 这时,上面两式的左边小于零,故方程是谐振方程,表示另两个方向上的振动不会无限增长,运动将是稳定的。反之,若  $I_3$  介于  $I_2$  和  $I_1$  之间,运动将是不稳定的。因为上面的两个方程将给出指数形式的解。总之,绕主转动惯量是最大或最小的惯量主轴的转动是稳定的,而绕转动惯量并非最大或最小的惯量主轴的转动是不稳定的。

**极移 pole shift** 对称刚体在无外力矩作用下运动(即欧拉-班锁情况)的一个重要例子是地球。地球的自转轴(叫天文地轴)并不与其对称轴(叫地理地轴)相合,因而前者绕后者旋转而描出一个圆锥。相应地,天文南北极均绕地理南北极描出一圆周。这种现象就叫做极移。

极移的周期为  $\frac{2\pi}{\omega} \frac{I_1}{|I_3 - I_1|}$ 。其中地球自转周期为  $2\pi/\omega$  是一个恒星日,而  $I_1/|I_3 - I_1|$  按椭球计算约为 300, 所以极移周期大约是 300 天,即 10 个月。但地球并不是严格的刚体,形状也不是准确的椭球,所以极移是沿一条复杂的曲线而不是圆周进动,实际的周期也不是 10 个月而是 14 个月。

**不变平面 invariant plane** 对于无外力矩作用的定点运动,因角动量和能量守恒,惯量椭球在它于瞬时转动轴交点处的切平面在空间中保持不变的取向,并且与定点保持不变的距离。因此这切平面是不变的,通常称为不变平面。

**空间坐标系 space coordinates** 固定在不动空间的坐标系叫空间坐标系。

**本体坐标系 body coordinates** 运动中,和刚体固连在一起的坐标系叫本体坐标系。

**空间极迹 herpolhode** 刚体的转动角速度矢量在固定空间画出的轨迹叫空间极迹。

**本体极迹 polhode** 刚体的转动角速度矢量在本体坐标系中画出的轨迹叫本体极迹。

**有心力 central force** 若质点所受的力的作用线始终通过某一固定点,这种力就称为有心力。该定点称为力心。

**约化质量 reduced mass** 两个质点相对于它们质心的运动动能可以写成:  $T = \frac{1}{2} \frac{Mm}{M+m} v'^2$ , 其

中  $M$  和  $m$  分别是两个质点的质量,  $v'$  是两质点的相对运动的速度。这时,它们的运动动能相当于一个质量为  $\frac{Mm}{M+m}$  的质点以速度  $v'$  运动时的动能,称  $\frac{Mm}{M+m}$  为它们的约化质量或折合质量。

**轨道方程 trajectory equation** 在两体有心力问题中,由于角动量守恒,它们的运动始终在一与角动量垂直的平面上。常用平面极坐标来描述。两质点相对于质心的动能为  $T' = \frac{1}{2} \mu [\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\varphi}^2]$ , 相应的轨道方程为:  $d\varphi =$

$$\frac{hd\rho}{\rho^2 \sqrt{\mu[E - V(\rho)]}}$$

其中  $E$  是总能量,  $V$  是有心力场的势函数。对于平方反比的引力来说,  $V(\rho) = -k/\rho$ , 方程的解的一般形式为  $\rho = \frac{p}{1 + \epsilon \cos \varphi}$ 。这是平面圆锥曲线的标准形式。

所以在平方反比引力作用下运动的物体的轨迹一般是平面圆锥曲线。

**偏心率 eccentricity** 在二次曲线的标准形式中,偏心率为  $\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2pE}{k}}$ 。其中,  $E$  是相对运动的总机械能,  $k$  是有心力的势函数的比例常数。

当  $\epsilon = 0$  时,即  $E = -\frac{k}{2p}$ , 其轨道是圆; 当  $\epsilon < 1$  时,即  $-\frac{k}{2p} < E < -\frac{k}{2p} < 0$ , 其轨道是椭圆; 当  $\epsilon = 1$  时,即  $E = 0$  时,轨道是抛物线; 当  $\epsilon > 1$  时,即  $E > 0$  时,轨道是双曲线(对称反映)。

**比内公式 Binet's formula** 比内公式是轨道微分方程的变形。它可以表示成为

$$h^2 u^2 \left[ \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u \right] = -F(u)/m。$$

其中  $u = 1/\rho$ ,  $h = \rho^2 \dot{\varphi}$ ,  $h$  是掠面速度的两倍, 对有心力场是守恒量。

**降阶比内公式 lower power Binet's formula**

降阶比内公式是关于轨道的一阶微分方程。

$$\frac{1}{2} \mu h^2 \left[ \left( \frac{du}{d\varphi} \right)^2 + u^2 \right] + V \left( \frac{1}{u} \right) = E。$$

其中  $\mu$  是折合质量,  $E$  是总能量。

**开普勒定律 Kepler Laws** 经过对其老师第