

高等院校教材

国家工科力学教学基地规划教材

# 材料力学(I)

苟文选 主编

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书为国家工科力学教学基地规划教材之一。

材料力学是工科院校很多专业中一门重要的专业基础课程。作为模块化教材的基础模块,本书包括绪论、拉伸与压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态及应变状态分析、强度理论、组合变形时的强度计算、压杆稳定、平面图形的几何性质等内容。各章后均配有适量的思考题及习题,书后附有参考答案。

本书可作为高等工科院校力学、机械、土建及航空类专业的本科教材,也可作为上述各专业函授、电大的教材及科技工作者的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

---

材料力学(I)/荀文选主编. —北京:科学出版社,2005  
(高等院校教材. 国家工科力学教学基地规划教材)  
ISBN 7-03-015210-7

I. 材… II. 荀… III. 材料力学-高等院校-教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 038673 号

---

责任编辑:段博原 资丽芳 贾瑞娜/责任校对:张怡君

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2005 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2005 年 8 月第一次印刷 印张:29.5

印数:1-4 000 字数:530 000

定价:35.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈科印〉)

# 材料力学(I)、(II)

## 编写委员会

|             |             |   |           |     |     |
|-------------|-------------|---|-----------|-----|-----|
| 主<br>副<br>编 | 主<br>编<br>委 | 编 | 苟文选       |     |     |
|             |             | 编 | 金保森       | 卫 丰 |     |
|             |             | 委 | (以姓氏笔画为序) |     |     |
|             |             |   | 王安强       | 王锋会 | 张克实 |
|             |             |   | 高雅丽       | 矫桂琼 |     |

# 前 言

根据教育部“面向 21 世纪力学系列课程教学内容与体系改革的研究与实践”项目及“国家工科基础课程——力学教学基地”建设的要求,我们组织编写了模块化《材料力学》(I)、(II)教材,经过几年的教学实践,数易其稿,现在呈现给广大读者。

教材是课程教学内容和课程体系改革的核心。多年来,老师们在材料力学教材建设方面付出了辛勤的劳动。1991 年张剑英教授等编写了《材料力学》教材。几经试用后,在广泛征求师生意见的基础上,于 1994 年由郑斯滔教授主持,对 1991 年版《材料力学》教材作了重大修改并再版,同时编写了《材料力学解题指导》。这些教材与《材料力学四选一题集》、《材料力学实验》组成了一套完整的多学时材料力学课程教材体系。1997 年,根据原国家教委“面向 21 世纪力学系列课程教学内容与体系改革的研究与实践”立项研究的要求,为适应新形势,组织了模块化教材的编写工作,经过几年来大范围、多专业的教学实践,取得了丰富的经验。这套教材就是在此基础上编写而成的。

新的模块化《材料力学》教材包括《材料力学》(I)基础模块、《材料力学》(II)拓展模块和拟议中的《材料力学》(III)研究模块。《材料力学》(III)主要阐述材料力学中的新材料、新理论、新方法,因要贴近学科前沿,适合采用讲座形式介绍,故只能以讲义形式使用。

高等院校的教材应担当起高素质人才培养的责任。教材不仅要帮助学生学会学习、学会创新,而且要寓“思”于教材,寓“观”于教材,努力培养基础扎实、知识面宽、能力强、素质高的具有创新精神的高级人才。在编写这套教材中,我们注重对学生分析问题和解决工程实际问题能力的培养,注意实验技能的训练,为此专列了“实验应力分析概况”一章。在实验方法叙述中,尽可能与国标统一,使得设计及试验规范统一;突破《材料力学》基本假设的限制,除引用一些非线性例题以拓展知识面外,还撰写了“超过弹性极限后材料的变形与强度”,并对非连续体及各向异性体的力学性质作了简要的阐述。

为推进教学方法和教学手段的改革,应把教师的主导作用和学生的主体作用有机地结合起来,这是教学过程中处理教与学的基本原则。这一原则要求我们必须积极探索启发式教学、探索充分调动学生积极性和主动性的教学方法。用哲学的视角对科学技术知识中一些重要且基本的科学技术规律、概念、方法等做出某种哲理性的点拨,并在思考题、习题中加以体现,启发和促进学生在科学学习科学技术知识的

同时,学会运用科学的思维方法。本书力图在启发学生的主动思维、揭示本课程的学习规律上有所创新和突破。为了便于学生掌握教材内容和教师组织教学时有灵活的选择性,书中给出了较多的例题,并着重阐述了解题的思路;同时各章后配有思考题和习题。

《材料力学》(I)的主要内容包括:绪论、拉伸与压缩、剪切、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态及应变状态分析、强度理论、组合变形时的强度计算、压杆稳定及附录等,可供 40~ 60 学时的工科院校相关专业选修。其中第 1、2、3 章及附录由苟文选编写,第 4 章由王安强编写,第 5、6、7 章由高雅丽、苟文选编写,第 8、9、10 章由金保森编写,第 11 章由王锋会编写。

《材料力学》(II)主要内容包括:能量原理在杆件位移分析中的应用、能量原理在求解超静定结构中的应用、动载荷、疲劳强度、扭转及弯曲问题的进一步研究、超过弹性极限材料的变形与强度、材料力学行为的进一步认识、实验应力分析概况等内容,作为拓展模块供力学、机械、土建、航空等各专业选修。其中第 1、2、3 章由卫丰编写,第 4 章由王锋会编写,第 5 章由苟文选编写,第 6 章由张克实编写,第 7 章由矫桂琼编写,第 8 章由金保森、苟文选编写。王安强博士用计算机绘制了全书的插图。全书由苟文选任主编,金保森、卫丰任副主编。

郑斯滔教授和原国家教委工科课程指导委员会委员俞茂宏教授在百忙中审阅了全部书稿,并提出了精辟珍贵的修改意见;西北工业大学教务处教材科的领导和力学与土木建筑学院的领导对本书的出版给予了大力支持,在此一并表示衷心的感谢。

力学系列课程教学内容和课程体系改革是一项重大课题,限于编者的水平,教材中难免有疏漏和不妥之处,希望使用本教材的广大师生及其他读者提出批评意见,以利于教材质量的进一步提高。

编 者

2004 年 10 月

# 主要使用的量和单位

| 分类             | 符 号                                                           | 名 称          | 国际单位           | 备 注                               |
|----------------|---------------------------------------------------------------|--------------|----------------|-----------------------------------|
| 外力             | $F$                                                           | 集中载荷         | N , kN         | 1 kgf= 9.81N                      |
|                | $q$                                                           | 分布载荷集度       | N/ m , k N/ m  | 1 kgf/ m= 9.81N/ m                |
|                | $p$                                                           | 压力、压强、总应力    | Pa , M Pa      | 1 kgf/ cm <sup>2</sup> = 98 100Pa |
|                | $M , M_e$                                                     | 外力偶矩         | N • m , kN • m | 1 kgf • m= 9.81N • m              |
|                | $F_{bs}$                                                      | 挤压力          | N , kN         |                                   |
|                | $F_R$                                                         | 约束反力         | N , kN         |                                   |
|                | $F_A (F_{Ax} , F_{Ay})$                                       | A 处的支座反力     | N , kN         |                                   |
| 内力             | $F_N$                                                         | 轴力           | N , kN         |                                   |
|                | $F_s , F_{sy} , F_{sz}$                                       | 剪力           | N , kN         |                                   |
|                | $M , M_y , M_z$                                               | 弯矩           | N • m , kN • m |                                   |
|                | $T$                                                           | 扭矩           | N • m , kN • m |                                   |
| 应力<br>应变<br>位移 | $\sigma , \sigma_x , \sigma_y , \sigma_z$                     | 正应力          | Pa , M Pa      | 1 Pa= 1 N/ m <sup>2</sup>         |
|                | $\tau , \tau_{xy} , \tau_{yz} , \tau_{zx}$                    | 切应力          | Pa , M Pa      | 1 kPa= 10 <sup>3</sup> Pa         |
|                | $\sigma_1 , \sigma_2 , \sigma_3$                              | 主应力          | Pa , M Pa      | 1 M Pa= 10 <sup>6</sup> Pa        |
|                | $\sigma_{max}$                                                | 最大正应力        | Pa , M Pa      | 1 G Pa= 10 <sup>9</sup> Pa        |
|                | $\sigma_{min}$                                                | 最小正应力        | Pa , M Pa      | 1 M Pa= 1 N/ m m <sup>2</sup>     |
|                | $\sigma_l , \sigma_c$                                         | 拉、压应力        | Pa , M Pa      |                                   |
|                | $\sigma_{bs}$                                                 | 挤压应力         | Pa , M Pa      |                                   |
|                | $\sigma_{ri}$                                                 | 相当应力(计算应力)   | Pa , M Pa      |                                   |
|                | $\sigma_{r,m}$                                                | 摩尔强度理论中的相当应力 | Pa , M Pa      |                                   |
|                | $\sigma_{cr}$                                                 | 压杆临界应力       | Pa , M Pa      |                                   |
|                | $\varepsilon , \varepsilon_x , \varepsilon_y , \varepsilon_z$ | 线应变(相对变形)    |                |                                   |
|                | $\varepsilon_p , \varepsilon_e$                               | 塑性应变,弹性应变    |                |                                   |
|                | $\gamma$                                                      | 切应变          | rad            |                                   |
|                | $\theta$                                                      | 体应变,梁的转角     | rad            |                                   |
|                | $w$                                                           | 梁的挠度         | mm             |                                   |
|                | $\Delta$                                                      | 广义位移         | mm , rad       |                                   |
|                | $\varphi$                                                     | 相对转角         | rad            |                                   |
|                | $\varphi'$                                                    | 单位长度转角       | rad/ m         |                                   |

续表

| 分类            | 符 号                      | 名 称          | 国际单位                                 | 备 注 |
|---------------|--------------------------|--------------|--------------------------------------|-----|
| 材料<br>特性<br>等 | $\sigma_u$               | 极限应力         | Pa, MPa                              |     |
|               | $\sigma_p$               | 比例极限         | Pa, MPa                              |     |
|               | $\sigma_e$               | 弹性极限         | Pa, MPa                              |     |
|               | $\sigma_s$               | 屈服极限(屈服点应力)  | Pa, MPa                              |     |
|               | $\sigma_b$               | 强度极限         | Pa, MPa                              |     |
|               | $\sigma_{bt}$            | 抗拉强度         | Pa, MPa                              |     |
|               | $\sigma_{bc}$            | 抗压强度         | Pa, MPa                              |     |
|               | $[\sigma]$               | 许用应力         | Pa, MPa                              |     |
|               | $[\sigma_t], [\sigma_c]$ | 许用拉、压应力      | Pa, MPa                              |     |
|               | $[\sigma_{bs}]$          | 许用挤压应力       | Pa, MPa                              |     |
|               | $[\sigma_{st}]$          | 稳定许用应力       | Pa, MPa                              |     |
|               | $[\tau]$                 | 许用切应力        | Pa, MPa                              |     |
|               | $[\theta]$               | 弯曲许可转角       | rad/m                                |     |
|               | $[\varphi']$             | 单位长度许可转角     | rad/m                                |     |
|               | $E$                      | 弹性模量(杨氏模量)   | GPa                                  |     |
|               | $E_t, E_c$               | 拉伸(压缩)弹性模量   | GPa                                  |     |
|               | $G$                      | 切变模量(剪切弹性模量) | GPa                                  |     |
|               | $\mu$                    | 泊松比          |                                      |     |
|               | $\delta$                 | (断后)伸长率      |                                      |     |
|               | $\psi$                   | 断面收缩率        |                                      |     |
|               | $\lambda$                | 压杆的柔度(长细比)   |                                      |     |
|               | $\mu$                    | 压杆的长度系数      |                                      |     |
|               | $\alpha$                 | 线(膨)胀系数      |                                      |     |
|               | $\gamma$                 | 重量密度         | N/m <sup>3</sup> , kN/m <sup>3</sup> |     |
|               | $\rho$                   | 密度           | kg/m <sup>3</sup>                    |     |
|               | $K$                      | 体积模量         | GPa                                  |     |
|               | $K_t$                    | 理论应力集中因数     |                                      |     |
|               | $k$                      | 曲率           | mm <sup>-1</sup> , m <sup>-1</sup>   |     |
|               | $n$                      | 安全因数         |                                      |     |
|               | $n_s, n_b$               | 塑性、脆性材料的安全因数 |                                      |     |
|               | $n_{st}$                 | 稳定安全因数       |                                      |     |
|               | $G I_p$                  | 圆轴的拉扭刚度      | N·m <sup>2</sup>                     |     |
|               | $G I_t$                  | 非圆截面杆的抗扭刚度   | N·m <sup>2</sup>                     |     |

续表

| 分类   | 符 号                                      | 名 称          | 国际单位                      | 备 注                                        |
|------|------------------------------------------|--------------|---------------------------|--------------------------------------------|
| 截面特性 | $A$                                      | 截面面积         | $\text{mm}^2, \text{m}^2$ | $1 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ mm}^2$        |
|      | $A_{\text{bs}}$                          | 挤压面积         | $\text{mm}^2, \text{m}^2$ |                                            |
|      | $V$                                      | 体积           | $\text{mm}^3, \text{m}^3$ | $1 \text{ m}^3 = 10^9 \text{ mm}^3$        |
|      | $\rho$                                   | 曲率半径         | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $i, i_y, i_z$                            | 惯性半径         | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $S, S_y, S_z$                            | (静矩)截面一次矩    | $\text{mm}^3, \text{m}^3$ |                                            |
|      | $S^*, S_y^*, S_z^*$                      | 给定截面一次矩      | $\text{mm}^3, \text{m}^3$ |                                            |
|      | $I, I_y, I_z$                            | 截面二次矩(惯性矩)   | $\text{mm}^4, \text{m}^4$ |                                            |
|      | $I_{yz}$                                 | 截面二次矩(惯性积)   | $\text{mm}^4, \text{m}^4$ |                                            |
|      | $I_p$                                    | 截面二次极矩(极惯性矩) | $\text{mm}^4, \text{m}^4$ |                                            |
|      | $W, W_y, W_z$                            | 弯曲截面系数       | $\text{mm}^3, \text{m}^3$ |                                            |
|      | $W_p$                                    | 扭转截面系数       | $\text{mm}^3, \text{m}^3$ |                                            |
|      | $c$                                      | 截面形心         |                           |                                            |
|      | $b$                                      | 截面宽度         | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $h$                                      | 截面高度         | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $r, R$                                   | 半径           | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $d, D$                                   | 直径           | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $S$                                      | 弧长           | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $l, L$                                   | 长度           | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
|      | $\delta$                                 | 厚度           | $\text{mm}, \text{m}$     |                                            |
| 其他   | $P, P_k$                                 | 功率(千瓦)       | $\text{W}, \text{kW}$     | $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$              |
|      | $P_{\text{hp}}$                          | 功率(马力)       | $\text{hp}$               | $1 \text{ hp} = 735.5 \text{ W}$           |
|      | $W$                                      | (外力)功        | $\text{J}$                | $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ |
|      | $V, V_s$                                 | 应变能          | $\text{J}$                |                                            |
|      | $v_s$                                    | 应变能密度        | $\text{J/m}^3$            |                                            |
|      | $n$                                      | 转速           | $\text{r/min}$            |                                            |
|      | $t$                                      | 摄氏温度或时间      | $^{\circ}\text{C}$        |                                            |
|      | $\alpha, \beta, \gamma, \theta, \varphi$ | (平面)角        | $(^{\circ}), \text{rad}$  |                                            |

注:①国际单位中的空栏为“无量纲”。

②主要使用的量和单位表的编写依据是“中华人民共和国国家标准 GB/T 3100—1993 国际单位制及其应用”,GB/T 3101—1993 中“有关量、单位和符号的一般原则”,GB/T 3102.3—1993 中“力学的量和单位”。对标准中无规定的符号,使用依据是高等教育出版社的“材料力学主要符号表”。

# 目 录

## 前言

## 主要使用的量和单位

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第 1 章 绪论 .....               | 1   |
| 1.1 材料力学简史 .....             | 1   |
| 1.2 材料力学的任务 .....            | 4   |
| 1.3 变形固体的基本假设 .....          | 5   |
| 1.4 外力、内力及应力的概念 .....        | 6   |
| 1.5 位移、变形及应变的概念 .....        | 9   |
| 1.6 构件的分类 杆件的基本变形 .....      | 13  |
| 思考题 .....                    | 14  |
| 习题 .....                     | 15  |
| 第 2 章 拉伸与压缩 .....            | 19  |
| 2.1 概述 .....                 | 19  |
| 2.2 轴力和轴力图 .....             | 20  |
| 2.3 截面上的应力 .....             | 22  |
| 2.4 材料拉伸时的力学性质 .....         | 25  |
| 2.5 材料压缩时的力学性质 .....         | 33  |
| 2.6 拉(压)杆的强度条件 .....         | 35  |
| 2.7 拉(压)杆的变形 胡克定律 .....      | 40  |
| 2.8 拉、压超静定问题 .....           | 52  |
| 2.9 装配应力和温度应力 .....          | 58  |
| 2.10 拉伸(压缩)时的应变能 .....       | 66  |
| 2.11 应力集中的概念 .....           | 68  |
| 思考题 .....                    | 70  |
| 习题 .....                     | 72  |
| 第 3 章 剪切 .....               | 85  |
| 3.1 连接件的强度计算 .....           | 85  |
| 3.2 纯剪切 切应力互等定理 剪切胡克定律 ..... | 97  |
| 3.3 剪切应变能 .....              | 100 |
| 思考题 .....                    | 101 |

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 习题.....                           | 102 |
| <b>第4章 扭转</b> .....               | 108 |
| 4.1 概述 .....                      | 108 |
| 4.2 外力偶矩 扭矩和扭矩图 .....             | 109 |
| 4.3 圆轴扭转时截面上的应力计算 .....           | 112 |
| 4.4 圆轴扭转时的变形计算 .....              | 119 |
| 4.5 圆轴扭转时的强度条件 刚度条件 圆轴的设计计算 ..... | 122 |
| 4.6 材料扭转时的力学性质 .....              | 128 |
| 4.7 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力和变形 .....         | 133 |
| 4.8 矩形截面杆自由扭转理论的主要结论 .....        | 137 |
| 4.9 扭转超静定问题 .....                 | 140 |
| 思考题 .....                         | 142 |
| 习题.....                           | 144 |
| <b>第5章 弯曲内力</b> .....             | 153 |
| 5.1 弯曲的概念 .....                   | 153 |
| 5.2 梁的载荷与支座的简化 .....              | 154 |
| 5.3 平面弯曲的内力方程及内力图 .....           | 156 |
| 5.4 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系 .....        | 166 |
| 5.5 用叠加法作弯矩图 .....                | 174 |
| 5.6 平面刚架与曲杆的内力 .....              | 176 |
| 思考题 .....                         | 179 |
| 习题.....                           | 179 |
| <b>第6章 弯曲应力</b> .....             | 186 |
| 6.1 纯弯曲时梁的正应力 .....               | 186 |
| 6.2 正应力公式的推广 强度条件 .....           | 192 |
| 6.3 矩形截面梁的切应力 .....               | 200 |
| 6.4 常见截面梁的最大切应力 .....             | 204 |
| 6.5 弯曲切应力的强度校核 .....              | 207 |
| 6.6 变截面梁 等强度梁 组合梁的应力计算 .....      | 210 |
| 6.7 提高梁强度的主要措施 .....              | 222 |
| 思考题.....                          | 225 |
| 习题.....                           | 226 |
| <b>第7章 弯曲变形</b> .....             | 233 |
| 7.1 概述 .....                      | 233 |
| 7.2 挠曲线的近似微分方程 .....              | 234 |

|        |                             |     |
|--------|-----------------------------|-----|
| 7.3    | 用积分法求梁的变形 .....             | 235 |
| 7.4    | 用叠加法求梁的变形 .....             | 244 |
| 7.5    | 梁的刚度条件及提高梁刚度的措施 .....       | 248 |
| 7.6    | 用变形比较法解简单超静定梁 .....         | 251 |
|        | 思考题 .....                   | 254 |
|        | 习题 .....                    | 255 |
| 第 8 章  | 应力状态及应变状态分析 .....           | 261 |
| 8.1    | 概述 .....                    | 261 |
| 8.2    | 用解析法分析二向应力状态 .....          | 263 |
| 8.3    | 用图解法分析二向应力状态 .....          | 267 |
| 8.4    | 主应力迹线 .....                 | 273 |
| 8.5    | 三向应力状态 .....                | 274 |
| 8.6    | 平面应变状态分析 .....              | 280 |
| 8.7    | 广义胡克定律 .....                | 283 |
| 8.8    | 三向应力状态下的应变能密度 .....         | 286 |
| 8.9    | 弹性常数 $E, G, \mu$ 间的关系 ..... | 289 |
|        | 思考题 .....                   | 290 |
|        | 习题 .....                    | 291 |
| 第 9 章  | 强度理论 .....                  | 296 |
| 9.1    | 概述 .....                    | 296 |
| 9.2    | 经典强度理论 .....                | 297 |
| 9.3    | 经典强度理论的试验研究 .....           | 300 |
| 9.4    | 近代强度理论 .....                | 302 |
| 9.5    | 统一强度理论 .....                | 307 |
| 9.6    | 强度理论的应用 .....               | 308 |
|        | 思考题 .....                   | 314 |
|        | 习题 .....                    | 315 |
| 第 10 章 | 组合变形时的强度计算 .....            | 318 |
| 10.1   | 概述 .....                    | 318 |
| 10.2   | 斜弯曲 .....                   | 319 |
| 10.3   | 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....          | 322 |
| 10.4   | 弯曲与扭转的组合 .....              | 328 |
| 10.5   | 组合变形的普遍情形 .....             | 334 |
|        | 思考题 .....                   | 339 |
|        | 习题 .....                    | 341 |

|                                        |     |
|----------------------------------------|-----|
| 第 11 章 压杆稳定 .....                      | 346 |
| 11.1 基本概念 .....                        | 346 |
| 11.2 细长压杆的临界力 .....                    | 348 |
| 11.3 压杆的临界应力 .....                     | 354 |
| 11.4 压杆的稳定计算 .....                     | 361 |
| 11.5 稳定系数法 .....                       | 366 |
| 11.6 提高压杆稳定性的措施 .....                  | 370 |
| 11.7 纵横弯曲的概念 .....                     | 371 |
| 思考题 .....                              | 374 |
| 习题 .....                               | 375 |
| 附录 A 平面图形的几何性质 .....                   | 381 |
| A.1 静矩和形心 .....                        | 381 |
| A.2 惯性矩 惯性积 惯性半径 .....                 | 385 |
| A.3 平行移轴公式 .....                       | 388 |
| A.4 转轴公式 主惯性矩 .....                    | 396 |
| A.5 惯性矩的莫尔圆法 .....                     | 404 |
| 思考题 .....                              | 407 |
| 习题 .....                               | 408 |
| 附录 B 简单截面图形的几何性质 .....                 | 412 |
| 附录 C 简单载荷下梁的弯矩、剪力、挠度和转角 .....          | 416 |
| 附录 D 型钢表 .....                         | 422 |
| 附录 E 3 号钢各类截面受压直杆的稳定系数 $\varphi$ ..... | 437 |
| 附录 F 中英文名词对照 .....                     | 440 |
| 习题答案 .....                             | 447 |
| 参考文献 .....                             | 458 |

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 材料力学简史

工程实际中广泛地使用各种机械和结构物,组成这些机械和结构物的零件,统称为构件。为确保机械和工程结构的工作性能,一般不允许构件在工作时发生破坏。

我国古代许多伟大的工程饱经沧桑至今仍巍然屹立,其中就包含着丰富的材料力学知识。据考证,我国在殷商时代(公元前 14 世纪),房屋建筑就采用了柱、梁、檩、椽等屋架结构,逐渐知道了立柱和横梁应采用圆形和矩形截面,积累了合理运用木结构的经验。在以后的生产活动中,人们对各种材料,特别是木材的性能作了仔细的研究,木架结构也随之发展得更加科学、更加完善,成为我国建筑体系的主要特征。所谓木结构,是指用木架作为骨干,下为立柱,上为梁、枋、檩子构成的骨架,其承载着房屋的全部重量。墙壁仅起隔离作用,可以随意开设门窗,这与现代的钢结构和钢混结构相类似。同时,这种梁架结构为简单的静定梁,横梁一层比一层短,使载荷集中地加在靠近支点的地方,大大减小了梁在两荷重间的弯曲应力,使梁中切应力仅仅限制在两端很小的范围内,巧妙地运用了静力学和材料力学的原理。特别是用方形木块和前后左右挑出的臂形横木组成的斗拱,作为立柱和梁的过渡部分,将建筑物上面部分的分散重量集中到底部的柱头上,成功地解决了木架结构的横梁与立柱衔接处的切应力集中问题。随后斗拱结构发展成为尺寸精密、制度完备的结构。建于唐末(公元 857 年左右)的山西五台山佛光寺大殿,所用斗拱已相当完备。建于辽代(1056 年)的山西应县佛宫寺释迦塔,是我国现存最古老的一座木塔,塔高 67.31m,呈平面八角形,共九层,其中四层为暗层,外观五层六檐,用木材 7 400 多吨,全塔重量由 32 根木柱承受,采用不同规模的斗拱形式多达 54 种。其结构精密,反映了我国古代木构建筑的杰出成就。近千年来该塔历经多次地震,1631 年在灵邱一带的地震,震中烈度达 9 级,该塔却安然无恙。随着人们对砖石等材料耐压性能好这一特性的认识,出现了越来越多的砖石结构建筑。在公元 200 年左右,我国就有了石拱桥的历史记载。拱桥在材料使用上最经济,尤其当载荷均匀,每块拱石都受压力时更是如此。因为耐压正是石料等脆性材料的特性。我国现存最古老的石拱桥——小商桥,位于河南漯河市郾城县与临颍县交界的颍河上,为敞肩单孔石拱桥,建于隋文帝开皇 4 年(公元 584 年),是一座在主拱两端各有一对称腹拱的三桥洞红石拱桥,全长计 20.87m,桥面宽 6.67m,其结构与著名的赵州桥相

似。赵州桥修建于公元 605 年左右,距今已有 1 300 多年,系隋代工匠李春所建,施工技术巧妙绝伦,用石块砌成拱形,材料只受压缩,不受拉伸。该桥长 50.82m,两端宽 9.6m,中部宽 9m,主孔跨度 37.37m,其大拱为小于半圆的一段圆弧,拱高仅有 7m,与跨高之比为 1: 5.3(而不是通常的高度和跨度比为 1: 2)。同时在大拱上还叠加了 4 个小拱,形成了拱上加拱的敞肩拱桥,既节省材料又可泄洪,减小水流平推力,正如唐玄宗开元年间宰相张嘉贞所言“制造奇特,人不知其所以为”。由于采用了上述方法,可以增加流水面积 16.5%,减轻桥身净重 15.3%,增加了桥梁安全系数约 11.4%,大大增加了桥的寿命。而欧洲出现类似的桥,则比赵州桥晚了 700 多年。合理利用抗拉材料的例子也有很多。2 200 多年前,李冰父子在四川灌县兴造水利工程都江堰,横跨岷江的竹索桥长达 320m,就是运用竹材抗拉性能优良的实例。在船舶制造方面,也很早就有了发展。早在汉朝(公元前 140 年)已造成了能容千人的大船,6 世纪末隋代就建造了高 100 余尺,能容 800 人的五层大战船。唐代的船舶特别以船身大、容积广,抵抗波涛能力强而闻名。明朝郑和 7 次下西洋,带了长 44 丈<sup>①</sup>,宽 18 丈的船 47 艘,共载兵士 2.7 万多人到达波斯湾、红海等亚非 30 多个国家和地区。此时为 1405~ 1433 年,比欧洲航海家的远航早了半个多世纪。1103 年出版的宋代杰出建筑师李诫所著《营造法式》,总结了我国 2 000 多年间木结构建筑方面的经验,系统地给出了房屋各部分的尺寸经验公式,如“凡梁之大小,若随其广分为三分,以二分为厚”。即把矩形梁截面尺寸高和宽的比例规定为 3: 2,这是由圆木加工成矩形梁的最合理比值(理论上应为 $\sqrt{2}: 1$ )。使用这样的比值既提高了木梁抗弯性能,又保证了木梁一定的稳定性。意大利的达·芬奇(1452~ 1519 年)也提出了梁的强度与长度成反比、与宽度成正比,但没有提到高度对梁的影响,在时间上也比李诫晚 400 多年。早在东汉时期,经学家郑玄(127~ 200 年)通过定量测量得出“假令弓力胜三石,引之中三尺,弛其弦,以绳缓擗之,每加物一石,则张一尺”。清楚地表达了力与变形的关系。1 500 多年后英国科学家胡克(Hooke, 1635~ 1703 年)把它总结成被人们普遍认知的胡克定律。1662 年,胡克在皇家协会负责试验工作,经过长期的实验研究,于 1678 年发表了著名论文《弹簧》。文中叙述到“取一根长 20、30 或 40 英尺<sup>②</sup> 长的弹簧,上端用钉子钉牢,另一端系一秤盘,用一个双脚规来测量秤盘底到地面间的距离,把该距离记为  $F$ ,然后把重量放入上述秤盘中,测得弹簧的若干次伸长,记下各次数据并加以比较,就会发现每次弹簧的伸长与所加重量成同一比例”。他还用螺旋弹簧、发条、木头等做过实验,从而得出:所有弹性体在变形后恢复至原来位置所具有的力常与所移动的距离或空间成正比。这篇论文还被认为是第一篇讨论材料弹性性质的文献。胡克定律的发现,沟通

① 1 丈 = 3.3 米。

② 1 英尺 =  $3.048 \times 10^{-1}$  米。

了力与变形间的关系,从而可以通过测量外部载荷来确定变形和应力的的大小,同时也可以通过测量局部变形来推算作用力的大小。

中国、古希腊、罗马、埃及以及其他早期文明国家都曾建造了许多宏伟而耐久的结构,都有关于材料力学方面的知识,但大多数都因缺少记述而流失了。“材料力学”作为一门科学,一般认为是以意大利科学家伽利略于1638年发表的《关于两种新科学的叙述及其证明》为标志的。该书就悬臂梁的应力分布,简支梁受集中载荷的最大弯矩,等强度梁的截面形状和空、实心圆柱的抗弯强度比较进行了阐述。尽管关于悬臂梁的应力分布公式受当时测试手段限制是错误的,但这些工作仍有很大的意义,开创了由实验总结来发展理论的阶段。从此,设计工作有了理论的指导。

17世纪以后,随着技术革命的发展,新兴的工业、海运、土建、桥梁等大型工程提出了很多构件破坏和强度计算的问题。此时,单靠经验和简单模拟已不能解决问题。科学家们采用了数学解析与试验研究相结合的方法进行研究,走出了经验积累阶段,取得了丰硕科学成果,为工程设计提供了计算方法和理论基础,大大地推动了生产的发展。随着生产的发展,工程规模进一步扩大,在结构形式、设计方法、材料性能等方面,又提出更新、更复杂的问题,反过来又推动了科学研究的发展,这样交替促进,逐渐发展成系统的材料力学学科。18世纪时对材料力学贡献最大的科学家当首推法国科学家库仑(1736~1806年)。他在材料力学方面的主要成就是通过实验修正了伽利略关于悬臂梁抗力问题的错误,同时提出了最大切应力强度理论。依照这个理论,梁的危险状态的到达起主要作用的是切应力,从此梁的平面弯曲问题得到了相当完善的解决。同时,库仑也是在扭转方面取得较大成绩的第一人。1826年,第一部《材料力学》著作问世,由法国著名科学家纳维所著。但是,实践经验的积累,更是力学理论发展的重要基础。特别是我国古代在材料力学方面积累了丰富的经验和知识。中国人“在许多重要方面都有科学技术发明,走在那些创造出著名的‘希腊奇迹’的传奇式人物的前面,和拥有古代西方世界全部文化财富的阿拉伯人并驾齐驱,并在公元3~13世纪保持一个西方所望尘莫及的科学知识水平”(李约瑟 1975)。

19世纪30年代以后,人们大规模兴建铁路,桥梁建设也随之发展,这样又出现了各种各样的新问题。例如,铁轨的冲击载荷、振动载荷、疲劳强度,桥梁的振动,桁架受压杆件的稳定性等问题。起初这些问题未能得到很好的关注,因而造成了重大损失,随后引起了人们对它的关注和研究。

19世纪中叶,由于国际贸易的迅速发展,特别是远洋贸易的发展,使得造船材料及强度计算成为一个重要问题。1870年,出现了用铁替代木材,以蒸汽动力替代风帆的轮船。1890年开始用钢来制造船舶的某些关键部分,从而提高了船速,增加了船的运载能力。还解决了诸如船舶的振动,各种薄板的计算等强度问题。

第一次世界大战期间和战后,航空工业由于其自身优势及国防意义的加强而

得到迅速发展,这就大大促进了薄壁及薄壳的强度计算、稳定性、疲劳等理论的发展。

随着工业的蓬勃发展,新材料的不断出现,开展材料性质的实验研究也就显得更加迫切。19 世纪末,各国先后建立了材料力学性质研究的实验室,并于 1895 年成立了国际材料实验协会。20 世纪以来,实验研究更加广泛,出现了许多重要的实验方法,其中以电测和光测为基础的各种实验技术不断创新。新方法和新技术研究解决了许多实际问题,并推动了理论的发展。

20 世纪特别是近 50 年来,科学技术有了突飞猛进的发展,工业技术高度发展,特别是航空航天工业的崛起,计算机的出现与不断更新换代,各种新型材料的不断问世并应用于工程实际,实验设备日趋完善,实验技术不断提高,使得材料力学所涉猎的领域更加广阔,知识更加丰富。这表明这门学科仍处在不断的发展和更新之中。新材料、新概念、新理论和新技术必将给这门古老的学科注入新的活力。

## 1.2 材料力学的任务

构件的种类和用途虽然各不相同,但在机械或结构物工作时,每个构件都将受到从相邻构件或其他物体传来的外力作用。为保证构件能正常工作,一般需要满足 3 个方面的要求。

### (1) 构件应有足够的强度

构件在一定外力的作用下首先应不发生断裂,如提升重物的钢丝绳不应被重物拉断。其次,有些构件如机床主轴受外力后出现了过大的永久变形,即卸除外力后不可恢复的变形,即使轴没有断裂,机床也不能正常工作。可见,构件应具有足够的强度,即在一定外力使用下的构件要求不发生破坏。这里所指的破坏,不仅指受外力作用后构件的断裂,还指卸除外力后构件产生过大的永久变形。

### (2) 构件应有足够的刚度

构件在一定外力的作用下,即使不出现永久变形,也要产生卸除外力后可以恢复的弹性变形。这里的变形是指构件的形状和尺寸的改变。对某些构件的弹性变形有时需要加以限制,如机床的主轴受外力后产生过大的弹性变形,会影响工件的加工精度。可见,在一定外力的作用下,构件的弹性变形应在工程允许的范围以内,也就要求构件有足够的刚度。

### (3) 构件应有足够的稳定性

有些构件在某种外力作用下,可能出现不能保持它原有平衡状态的现象。例如,受压的细长直杆,当压力增大到某一数值后会突然变弯。如果静定桁架中的受压杆件发生这种现象,可使桁架变成几何可变的结构而损坏。可见,在一定外力作用下的构件,必须要求维持其原有的平衡形式,这就要求构件有足够的稳定性。

在设计构件时,不仅要满足上面提及的强度、刚度和稳定性这三方面的要求,还需尽可能地选用合适的材料和尽可能少用材料,以节省资金或减轻构件的自身重量。也就是说既要考虑最大的安全性,又要考虑最大的经济性。这二者是任何工程设计必须满足的两个最基本的要求。这两个要求通常是彼此矛盾的。要增加安全性,就需要使用优良的材料或选择较大的截面尺寸;反之,最大的经济性要求尽量使用价廉的材料或减少截面尺寸以节省材料。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下,以最经济的代价,为构件确定合理的截面形状和尺寸,选择合适的材料,为设计构件提供必要的理论基础和计算方法。

要解决构件的强度、刚度和稳定性问题,必须研究在外力作用下构件的变形和破坏规律。因此,在材料力学中将研究如下的问题:

1) 通过理论分析研究各种构件在不同的受力状态所产生的内力和变形,建立计算构件在外力作用下所产生的变形、内力和内力分布的各种理论计算方法和公式。这些计算公式提供了设计所需的关于外力,构件几何尺寸和所产生的内力、变形之间的关系。

2) 用实验方法研究材料的力学性质(又称机械性质或力学性能),即研究材料在外力作用下,其变形和所受外力间的关系;以及研究构件在外力作用下发生的破坏规律。

3) 根据具体的工作条件和要求,应用前两部分提供的计算方法和数据来决定构件所需的安全而经济的截面尺寸;或决定构件可以承受的最大外力;或对已设计好的构件校核其是否有足够的强度、刚度和稳定性。

在材料力学中,理论、实验和工程实践是紧密联系的。不但材料的力学性质数据需从实验中取得,在材料力学的理论中,所有的分析和计算方法都建立在以实验为依据的一系列假设上。尽管计算机进行仿真模拟实验已经十分逼真,但材料力学计算结果的准确性和可靠性最终必须由实验和工作实践予以证实。有些问题现在还无理论分析结果,需借助实验方法来解决。所以,实验分析和理论研究同样是材料力学解决问题的手段。

### 1.3 变形固体的基本假设

材料力学是研究在外力作用下构件的变形和破坏规律。构件一般由固体材料制成。不能将制成构件的材料看成既不能变形,也不产生破坏的刚体,必须如实地把制成构件的材料看作是可变形固体。变形固体的性质是多方面的,从不同的角度研究问题,侧重面也不一样。为了抓住材料力学所研究问题的有关主要性质,略去一些关系不大的次要性质,有必要对变形固体作某些假设,将它们抽象为一种理想模型。一般情况下材料力学中对变形固体所作的基本假设有:

1) 连续性假设。认为变形固体在其整个体积内都毫无空隙地充满了物质。实际的变形固体,从物质结构来说都具有不同程度的空隙。然而,这些空隙的大小和构件的尺寸相比是很微小的,可以忽略不计,认为变形固体在其整个几何空间内是连续的。

2) 均匀性假设。认为在变形固体的体积内,各点处的力学性质完全相同。工程中使用最多的金属材料是由很多晶粒组成的,各个晶粒的力学性质并不完全相同。由于晶粒的大小和构件内各点的尺寸相比是很微小的,并且晶粒在构件中的排列是任意的、无规则的,构件的力学性质是所有各晶粒力学性质的宏观综合效应,故可认为构件内各点处力学性质是均匀的。

3) 各向同性假设。认为构件在各个方向上的力学性质完全相同。就金属的一个晶粒来说,在不同的方向上,它的力学性质并不一样。由于构件中含有晶粒数量极多,而且晶粒的排列也是完全无规则的,这样在构件的各个方向上性质接近相同。在今后的讨论中一般都把变形固体假设为各向同性的。

并非所有的材料都是各向同性的,如果材料不具有任何弹性对称性,称之为各向异性偏等性。这类材料与各向同性材料不同,具有 21 个独立的弹性常数,而不是 2 个独立的弹性常数。如果材料具有 3 个相互垂直的弹性对称平面,则称其为正交各向异性材料,这种情况下,独立的弹性常数减少到 9 个。纤维增强复合材料是典型的各向异性材料,它们的力学特性在复合材料力学等专门讲述各向异性材料的教科书中讲述。

## 1.4 外力、内力及应力的概念

### 1.4.1 外力

作用于构件上的外力,按其作用方式可分为体积力(场力)和表面力(接触力)。体积力是连续分布在构件内部各点处的力,如构件的自重和惯性力等,通常用集度来度量其大小,常用的单位为  $\text{N}/\text{m}^3$  (牛顿每立方米)。在大多数工程问题中,自重常可略去。表面力是直接作用于构件表面的力,又可分为分布力和集中力。连续作用于构件表面面积上的力为分布力,如作用于船体上的水压力和作用于楼房墙壁上的风压力等,通常也用其集度来度量其大小,常用的单位为  $\text{N}/\text{m}^2$  (牛顿每平方米)。有些分布力是沿杆件的轴线作用的,如楼板对屋梁的作用力,钢板对轧辊的作用力等。若外力分布面积远小于物体的表面尺寸(如火车车轮对钢轨的压力),或沿杆件轴线分布范围远小于轴线长度(如手掌对单杠的拉力),就可看成集中力。常用的单位为  $\text{N}$  (牛顿)或  $\text{kN}$  (千牛顿)。

### 1.4.2 内力

构件受到外力作用而产生变形时,构件内部各质点间的相对位置将发生变化,同时,各质点间的相互作用力也发生了改变。材料力学中所研究的内力就是在外力作用下构件各质点间相互作用力的改变量,即“附加内力”,通常简称为内力。这样的内力随外力的增加而增加,达到某一限度时就会引起构件的破坏,因此它与构件的变形和破坏是密切相关的。

为了显示内力,可以假想地用一个  $m-m$  截面将构件分成 I 和 II 两部分(图 1-1(a))。任取其中一部分,如 I 作为研究对象,则将弃去部分 II 对 I 的作用以截面上的内力代替。由于假设构件是均匀连续的变形固体,在  $m-m$  截面上各处都有内力的作用,所以内力在横截面上是连续分布的。这些分布内力向截面上的某一点(如截面几何中心(形心  $c$ ))简化后得到 1 个主矢  $F$  和 1 个主矩  $M$  (图 1-1(b))。今后可用简化后的主矢  $F$  和主矩  $M$  表示截面上的内力。

由于原来的构件在外力作用下是平衡的,对所研究的部分 I 来说,外力  $F_1$  和  $q$  与  $m-m$  截面上的内力  $F$  和  $M$  应保持平衡,根据平衡条件可确定  $m-m$  截面上的内力。

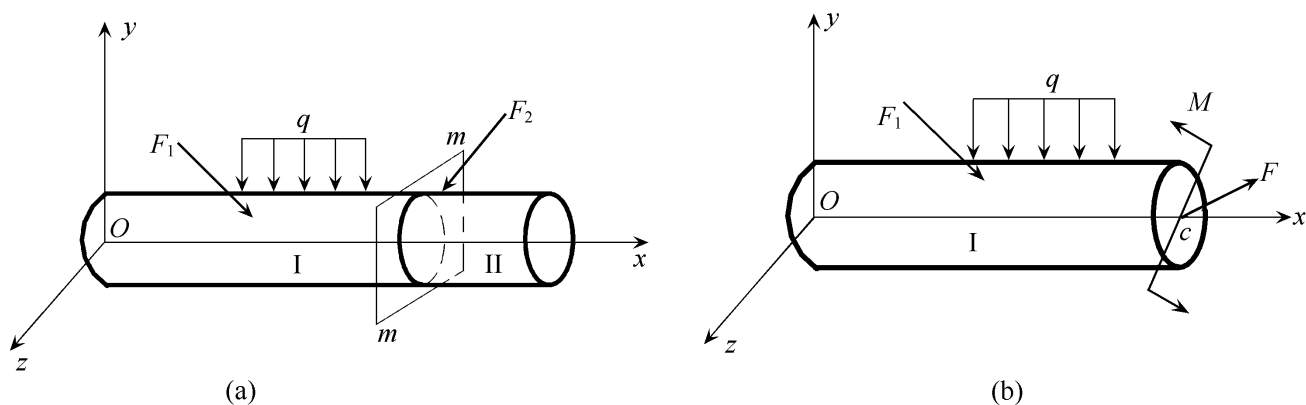


图 1-1

同样,根据作用和反作用定律可知,部分 I 对 II 的作用,即内力,必定与部分 II 对 I 作用的内力大小相等且方向相反。因此,也可从部分 II 的平衡条件来确定此内力。工程中往往不用主矢  $F$  和主矩  $M$  来表示截面上内力,常用主矢沿 3 个坐标轴的分量( $F_x$ 、 $F_y$ 、 $F_z$ )和主矩沿 3 个坐标轴的分量( $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$ ),即 6 个内力分量来表示。

假想地用截面把构件分成两部分,以显示和确定内力的方法称为截面法。用截面法求内力可归纳为以下 3 个步骤:

1) 欲求某一截面上的内力时,可假想沿该截面将构件分成两部分,任意留下一部分作为研究对象,弃去另一部分。

2) 用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

3) 对留下的部分建立平衡条件, 确定未知内力。

例 1-1 试求图 1-2(a) 所示梁  $m-m$  截面上的内力。已知均布载荷  $q = 10 \text{ kN/m}$ ,  $F = 30 \text{ kN}$ ,  $a = 2 \text{ m}$ 。

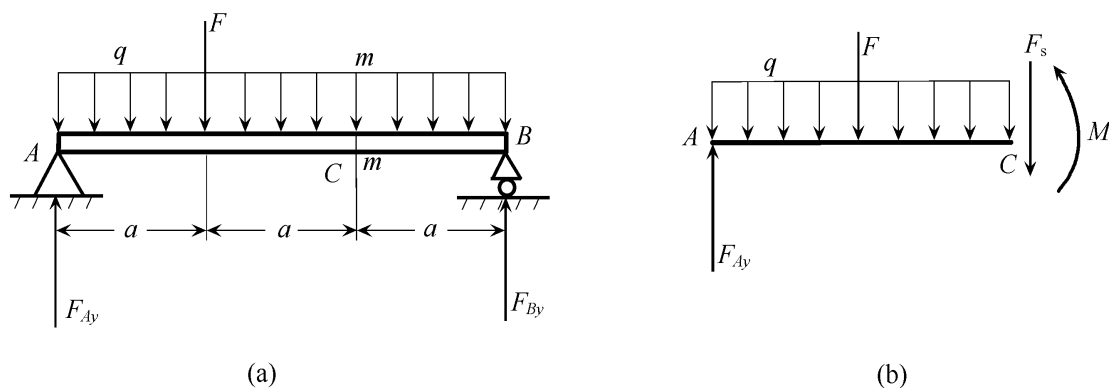


图 1-2

解 1) 求支座反力  $F_{Ay}$  和  $F_{By}$ 。

由静力平衡条件

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0, \quad F_{Ay} &= \frac{2Fa + \frac{9}{2}qa^2}{3a} = \frac{2}{3}F + \frac{3}{2}qa \\ &= \frac{2}{3} \times 30 + \frac{3}{2} \times 10 \times 2 = 50 (\text{kN}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0, \quad F_{By} &= F + 3qa - F_{Ay} \\ &= 30 + 3 \times 10 \times 2 - 50 = 40 (\text{kN}) \end{aligned}$$

2) 在  $m-m$  截面处将梁截开, 取左段作为研究对象。由平衡条件可知, 在  $m-m$  截面存在切力  $F_s$  和力偶  $M$ 。设切力  $F_s$  和力偶  $M$  的方向如图 1-2(b) 所示。于是

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0, \quad F_s &= F_{Ay} - F - 2qa \\ &= 50 - 30 - 2 \times 10 \times 2 = -20 (\text{kN}) \\ \sum M_c = 0, \quad M &= 2F_{Ay}a - Fa - 2qa^2 \\ &= 2 \times 50 \times 2 - 30 \times 2 - 2 \times 10 \times 2^2 \\ &= 60 (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

需要注意的是, 只有选定截面后, 才可以把分布载荷简化为集中力(偶)对指定截面取矩。

### 1.4.3 应力

在例 1-1 中,  $m-m$  截面上的内力  $F_s$  和  $M$  仅表示该截面上分布内力向截面形

心简化的结果,不能说明分布内力在截面某点处的强弱程度。显然,构件的变形和破坏,不仅取决于内力的大小,还取决于内力的分布情况。为此,引入内力集度的概念。设在图 1-3 所示受力构件的  $m-m$  截面上,围绕  $c$  点取一微小面积  $\Delta A$  (图 1-3 (a)),  $\Delta A$  上内力的合力为  $\Delta F$ 。这样,在  $\Delta A$  上内力的平均集度为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

式中,  $p_m$  称为  $\Delta A$  上的平均应力。当  $\Delta A$  趋近于零时,  $p_m$  的极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-1)$$

就是  $c$  点的内力集度,又称为  $c$  点处的总应力。

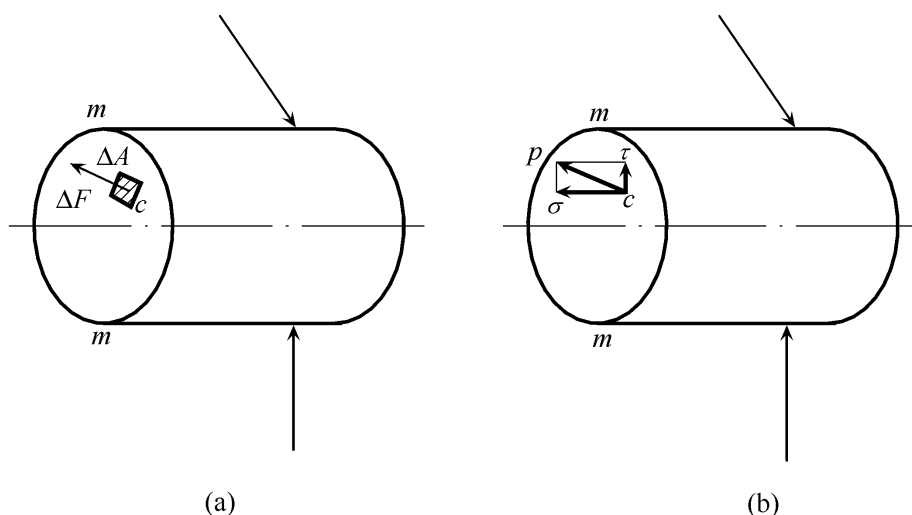


图 1-3

$p$  是有方向的,其方向就是当  $\Delta A \rightarrow 0$  时,内力  $\Delta F$  的矢量的极限方向,一般它既不与截面垂直,也不与截面相切。通常把总应力  $p$  分解成垂直于截面的分量  $\sigma$  和平行于截面的分量  $\tau$  (图 1-3(b))。  $\sigma$  称为正应力,  $\tau$  称为切应力或剪应力。将总应力用正应力和切应力两个分量来表示,其物理意义和材料的两类断裂现象(拉断和剪切错动)相对应。今后在强度计算中只计算正应力和切应力,而不用计算总应力。

在国际单位制中,应力的单位是  $\text{N/m}^2$  (牛顿每平方米)或  $\text{Pa}$  ( $1\text{N/m}^2 = 1\text{Pa}$ ),称为帕斯卡或简称为帕。由于这个单位太小,使用不便,常用  $\text{MN/m}^2$  或  $\text{MPa}$  ( $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$ )来表示。

## 1.5 位移、变形及应变的概念

### 1.5.1 位移

构件在外力作用下,从原来的某个位置改变到一个新的位置,构件各部分位置

的改变产生不同的位移。构件位置的改变可以用线位移和角位移来表示。构件上某个点从原位置到新位置的连线表示该点的线位移。构件上一条线段或一个平面在构件位置改变时转过的角度叫角位移。如图 1-4 所示的杆,  $A$  点的线位移是  $AA_1$ , 而杆端平面的角位移是  $\theta$ 。线位移是一个矢量, 它在任一方向的投影称为该点在某一方向的位移。图 1-4 中的  $w$  即是  $A$  点在垂直方向的位移。

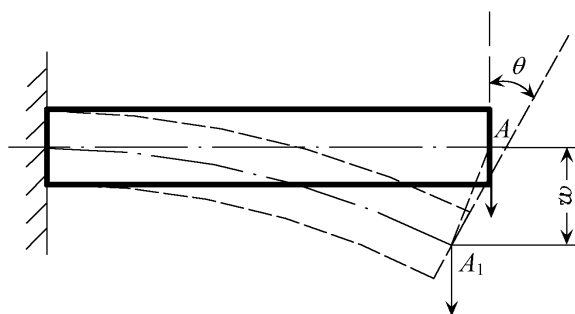


图 1-4

### 1.5.2 变形和应变

当力作用在物体上时, 将引起受力体形状和大小的变化, 这种变化被定义为变形。这种变化或者非常明显, 或者不易察觉(除非用仪器进行精确的测量才能察觉), 涉及力学的测量技术在有关参考书中均有详述, 本书仅就力学量的测试方法作一些初步介绍。

构件的形状总可以用它各部分长度和角度来表示, 因此构件的变形可以归结为长度的改变和角度的改变, 即线变形和角变形两种形式。为了能够准确地以数值来度量不同形状构件在不同的内力作用下构件内部各处发生的变形, 必须确定构件内部各点的变形。

单位长度线段的伸长或缩短定义为线应变。如图 1-5(a) 所示的连续未变形体内, 在  $A$  点沿  $n$  轴取原始长度为  $\Delta s$  的线段。变形后, 点  $A$ 、 $B$  移至  $A'$ 、 $B'$ , 线段由直线变成为曲线, 且长度为  $\Delta s'$  (图 1-5(b))。长度产生了数值上等于  $\Delta u$  的改变,  $\Delta u$  就是线段  $AB$  的线变形。如果线段  $AB$  上各处变形程度相同, 用符号  $\epsilon_m$  来表示平均线应变, 则

$$\epsilon_m = \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} = \frac{\Delta u}{\Delta s}$$

而  $A$  点沿  $n$  轴方向的线应变变量

$$\epsilon = \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ \text{沿 } n}} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} = \frac{du}{dn} \quad (1-2)$$

如果已知该点的线应变  $\epsilon$ , 则变形后线段  $\Delta s$  的近似长度可由下式确定, 即

$$\Delta s' \approx (1 + \epsilon) \Delta s$$

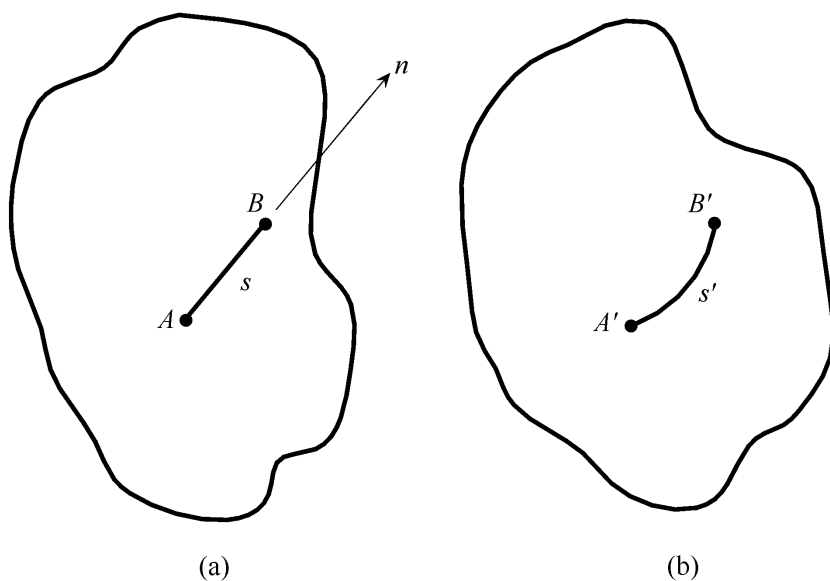


图 1-5

当  $\varepsilon$  为正时, 线段  $\Delta s$  伸长; 反之, 线段  $\Delta s$  缩短。

线应变是一个量纲为 1 的量, 因为它是两长度之比, 尽管如此, 通常还是习惯于根据长度单位的比来表示。如果应用 SI 系统 (国际单位制), 其基本单位为  $\text{m}/\text{m}$ 。在实际工程中, 应变  $\varepsilon$  是非常小的, 应变的测量用  $\mu\text{m}/\text{m}$  来表示。因为  $1\mu\text{m} = 10^{-6}\text{m}$ , 故工程中所说的  $100\mu\varepsilon$ , 即每米的绝对伸缩量为  $100\mu\text{m}$ 。实际上, 应变有时也用百分数来表示。例如,  $0.001\text{m}/\text{m} = 0.1\%$ , 如果线应变量为  $480 \times 10^{-6}$ , 即表示  $480\mu\text{m}/\text{m}$ , 或者  $0.048\%$ 。同样可以简单地表述为  $480\mu\varepsilon$ 。

角变形是指平面内两条正交的线段变形后其直角的改变量, 这种角度的改变量称为切应变或角应变, 通常用  $\gamma$  表示, 用弧度来度量。设在物体上一点  $A$  建立正交坐标系  $n-t$ , 并作线段  $AB$  和  $AC$ , 物体变形后, 线段的端点发生位移, 且线段由直线变成曲线 (图 1-6)。这时, 两条线段在  $A$  点的夹角为  $\theta'$ ,  $A$  点切应变的定义是和坐标轴  $n, t$  有关, 即

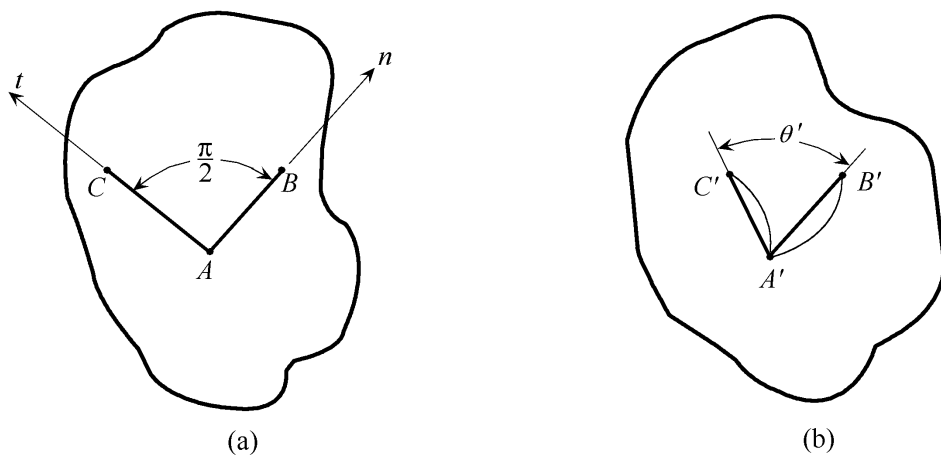


图 1-6

$$\gamma_{nt} = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ \text{沿 } n \\ C \rightarrow A \\ \text{沿 } t}} \theta' \quad (1-3)$$

直角  $\angle CAB$  的改变量  $\gamma_{nt}$  就是  $A$  点在  $nt$  平面内的切应变。

需要注意的是:线应变  $\varepsilon$  和切应变  $\gamma$  虽然随  $A$  点的不同方向在变化,但却不是矢量,所以不能像线位移那样按矢量来处理。

线应变和切应变反映了构件的尺寸和几何形状的变化,这种应变虽然很微小,但对研究构件的内力在截面上的分布规律却起着决定性作用。要研究内力在截面上的分布规律,必须先研究构件中各点处的应变。

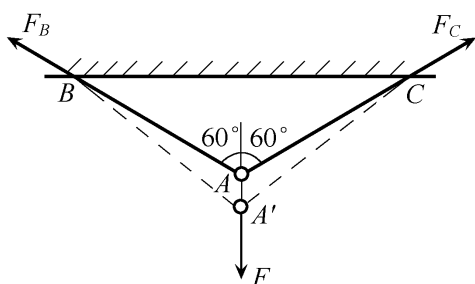


图 1-7

材料力学中所研究的构件在受外力作用时引起的变形可能很小,也可能相当大。大多数的工程材料(如金属),受力后的变形和原始尺寸相比是很小的。这样,在研究构件的平衡和运动时,往往忽略构件的变形,而按变形前的原始尺寸进行分析计算。如图 1-7 所示的桁架  $BAC$ ,受  $F$  力作用后,由于杆  $AB$  和  $AC$  的变形,使结点  $A$  移至  $A'$ 。由于杆的变形量很小, $A$  点和  $A'$  点非常接近,所以  $\angle BA'A \approx 60^\circ$ 。在求  $AB$  和  $AC$  杆的受力时,仍用变形前的几何形状和尺寸来计算,误差很小。

有些构件在受力后可能发生较大的变形,在大变形的情形下就不能按原始尺寸进行计算,而要按变形以后的尺寸进行计算。在本书中,主要研究小变形条件下的各类问题,这是因为大多数工程设计中,构件的小变形是允许的。因此,在下面讨论中,假定在物体中所产生的变形几乎是无穷小量,即在材料中的应变相对 1 来说是非常小的( $\varepsilon \ll 1$ )。这种假设通常被称为小应变分析。

当应用小应变分析时,对于两种应变(线应变和切应变)或者位移以及包含有应变或位移的项,当出现幂次大于 1 的情况时,可以将小量忽略。一阶近似被应用于包含应变和位移的简化计算中。例如, $\Delta$  是一非常小量,根据二项式定理对  $(1 + \Delta)^n$  展开(这里  $n$  是任何次幂)的一般形式为

$$(1 + \Delta)^n = 1 + n\Delta + \frac{n(n-1)}{2!}\Delta^2 + \cdots + \Delta^n$$

因此,作为近似,忽略  $\Delta$  的高阶项可得到

$$(1 + \Delta)^n \approx 1 + n\Delta$$

当  $n = 3$ ,  $n = \frac{1}{2}$  或  $n = -1$  时,有

$$(1 + \Delta)^3 \approx 1 + 3\Delta$$

$$(1 + \Delta)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\Delta$$

$$(1 + \Delta)^{-1} \approx 1 - \Delta$$

如果  $\Delta$  和  $\Delta'$  是两个小量,其乘积的近似为

$$(1 + \Delta)(1 + \Delta') = 1 + \Delta + \Delta' + \Delta\Delta' \approx 1 + \Delta + \Delta'$$

对于非常小的角度  $\Delta\theta$ ,其正弦和余弦作幂级数展开,可有下列近似

$$\begin{aligned} \sin\Delta\theta &= \Delta\theta - \frac{\Delta\theta^3}{3!} + \frac{\Delta\theta^5}{5!} - \cdots \\ &= (-1)^n \frac{\Delta\theta^{(2n+1)}}{(2n+1)!} + \cdots, \quad n = 0, 1, 2, \cdots \end{aligned}$$

$$\sin\Delta\theta \approx \Delta\theta$$

$$\begin{aligned} \cos\Delta\theta &= 1 - \frac{\Delta\theta^2}{2!} + \frac{\Delta\theta^4}{4!} - \cdots \\ &= (-1)^n \frac{\Delta\theta^{(2n)}}{(2n)!} + \cdots, \quad n = 0, 1, 2, \cdots \end{aligned}$$

$$\cos\Delta\theta \approx 1$$

同样,对于正切

$$\tan\Delta\theta = \frac{\sin\Delta\theta}{\cos\Delta\theta} \approx \frac{\Delta\theta}{1} = \Delta\theta$$

工程中所用的材料,在外力作用下都将产生变形。对大多数材料,在外力不超过一定的范围时,力和变形成正比关系,即材料服从胡克定律。工程中正常工作条件下的多数构件,只产生在胡克定律范围内的变形,所以本书主要讨论材料服从胡克定律的变形固体。对某些特殊问题,如胡克定律不再适用,则需另外根据实验得到的力和变形关系及实际情况,引用其他适当的假设。

## 1.6 构件的分类 杆件的基本变形

构件的几何形状是各种各样的,大致可以归纳为杆、板或壳和块体。

凡是一个方向的尺寸远大于其他两个相互垂直方向尺寸的构件称为杆。凡是两个相互垂直方向的尺寸远大于另一个垂直方向尺寸的构件称为板或壳。而 3 个相互垂直方向尺寸相近的构件称为块。

垂直于杆件长度方向的截面称为横截面,横截面形心的连线称为杆的轴线。杆的轴线是直线时称为直杆;轴线为曲线时称为曲杆。各横截面尺寸不变的杆称为等截面杆,否则称为变截面杆。工程中常见的杆是等截面杆,所以在材料力学中研究的主要对象是等截面直杆,简称等直杆。

杆件受外力作用后产生的变形也是多种多样的。如对杆件的变形进行仔细分

析,可以把杆件的变形分解为 4 种基本变形。它们分别是:

1) 拉伸或压缩变形。这种变形是由沿轴线作用的外力引起杆件长度的改变,杆的任意两横截面间只有相对轴向线位移(图 1-8(a))。起吊重物的钢索、桁架的杆件等的变形都属于拉伸或压缩变形。

2) 剪切变形。这种变形是由相距很近、方向相反、大小相等且垂直于杆轴线作用的一对外力引起,横截面沿外力作用方向发生错动如图 1-8(b)所示。机械中常用的连接件,如铆钉、螺栓等的变形属于剪切变形。

3) 扭转变形。这种变形是由一对转向相反、矢量沿轴线作用的力偶引起的,任意两横截面绕轴线的相对转动(图 1-8(c))。传动轴等的变形属于扭转变形。

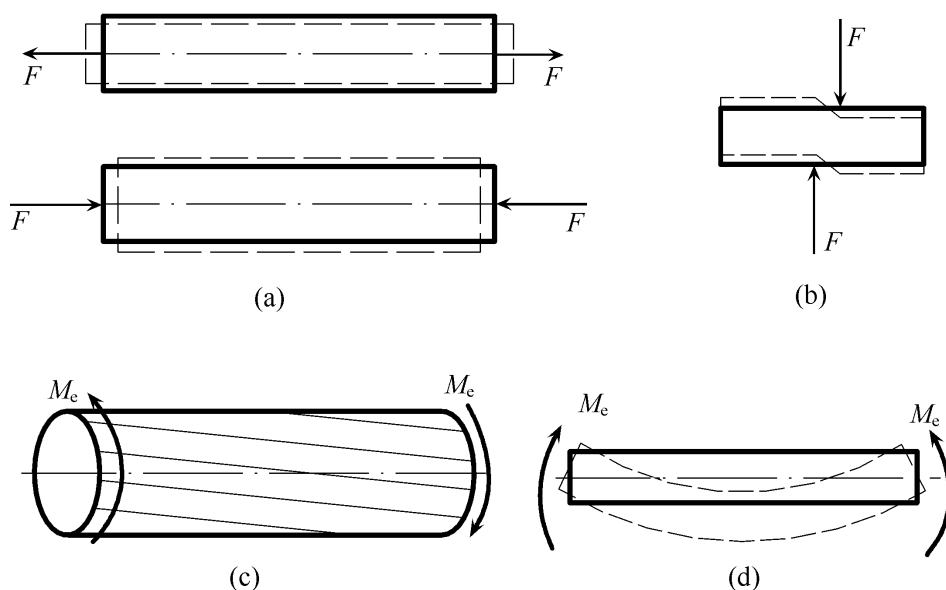


图 1-8

4) 弯曲变形。这种变形是由一对方向相反、作用于杆的纵向平面内的力偶引起的,使得杆件的轴线由直线变为曲线(图 1-8(d))。工程中受弯杆件是最常遇到的情形之一。除上述纯弯曲以外,横力弯曲在工程中更为常见。机车车轴、吊车梁等的变形属于弯曲变形。

有些杆件同时存在几种基本变形形式,这种复杂变形形式有拉伸与弯曲的组合,弯曲与扭转的组合等。这种情形称为组合变形。本书将先讨论四种基本变形的强度及刚度计算,然后再讨论组合变形。

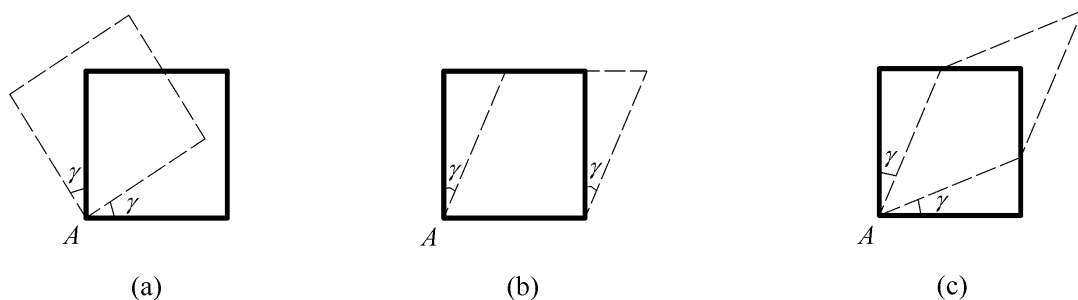
### 思 考 题

1-1 构件的强度、刚度和稳定性是指什么? 试就日常生活及工程实际各举两例。

1-2 材料力学的任务是什么? 它能解决工程中哪些方面的问题?

1-3 材料力学对变形固体作了哪些基本假设? 假设的根据是什么? 理论力学中的绝对刚体假设在材料力学中能否使用?

- 1-4 杆、板、壳、块的区别是什么? 材料力学研究的主要对象是什么?
- 1-5 什么叫截面法? 如何用截面法求内力?
- 1-6 同一点不同方位的线应变  $\varepsilon$  和切应变  $\gamma$  是否相同?
- 1-7 杆件的基本变形有几种? 各自的受力特点和变形特点是什么?
- 1-8 如思考题 1-8 图所示各单元体, 变形后形状用虚线表示。指出各单元体  $A$  点的切应变是多少?

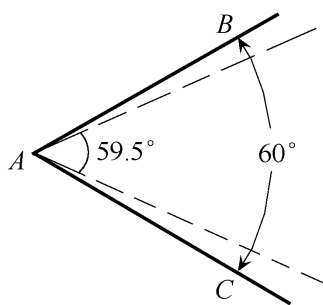


思考题 1-8 图

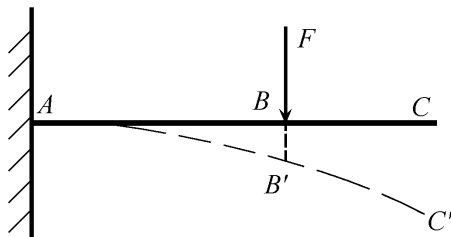
- 1-9 指出下列各组量之间的区别和联系, 常用单位及量纲。①内力和应力。②变形、位移和应变。③正应力、切应力和总应力。

- 1-10 如思考题 1-10 图所示, 构件上  $A$  点处两线段  $AB, AC$  之间的夹角为  $60^\circ$ , 构件受力后, 两线段夹角为  $59.5^\circ$ , 试求该处切应变  $\gamma$ 。

- 1-11 如思考题 1-11 图所示悬臂梁, 初始位置  $ABC$ , 作用力  $F$  后移到  $AB'C'$ , 试问: ①  $AB, BC$  两段是否都产生位移? ②  $AB, BC$  两段是否都产生变形?



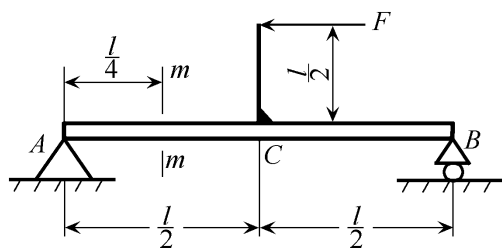
思考题 1-10 图



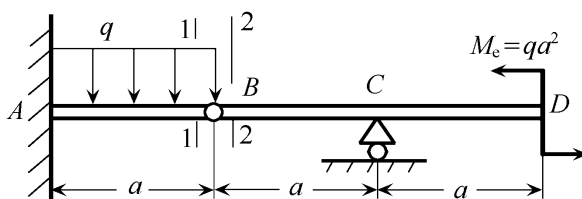
思考题 1-11 图

## 习 题

- 1-1 求题 1-1 图所示指定截面上的内力。
- 1-2 求题 1-2 图所示刚架指定截面上的内力。
- 1-3 如题 1-3 图所示, 圆轴在皮带力作用下等速转动, 试求紧靠  $B$  轮左侧截面和右侧截面上圆轴的内力分量。
- 1-4 求题 1-4 图所示桁架中指定截面上的内力。
- 1-5 题 1-5 图为一高压线塔架, 受  $540\text{kN}$  的水平力作用, 求  $BD$  杆的内力。
- 1-6 四边形平板变形后成题 1-6 图所示平行四边形, 水平轴线在四边形  $AC$  边保持不变。

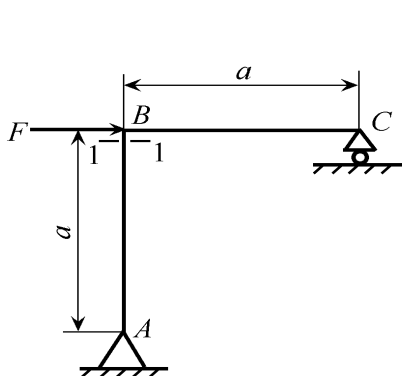


(a)

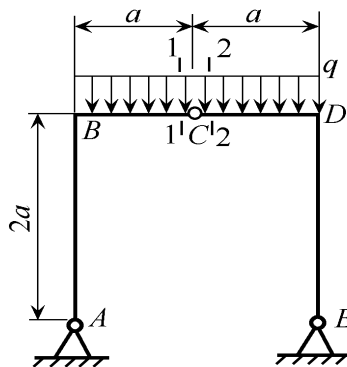


(b)

题 1-1 图

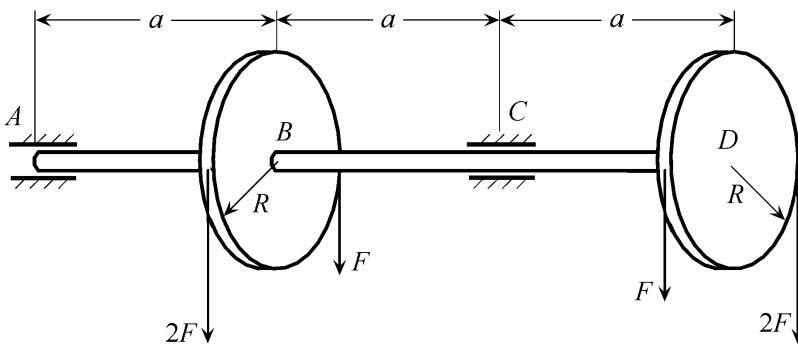


(a)



(b)

题 1-2 图



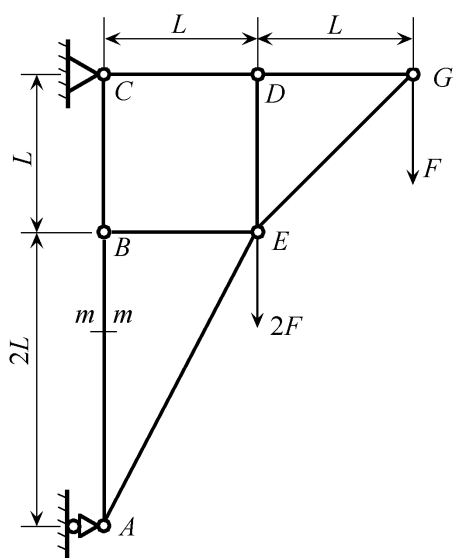
题 1-3 图

求①沿  $AB$  边的平均线应变。②平板  $A$  点的切应变。

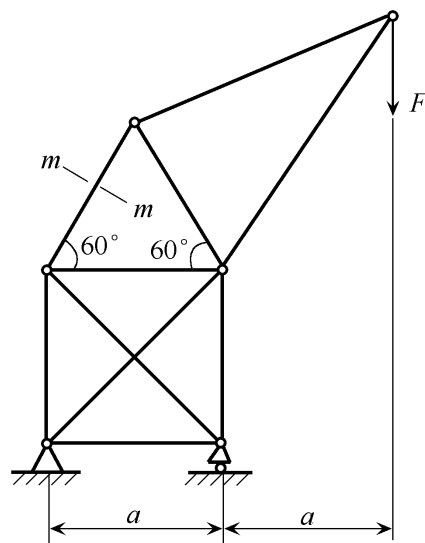
1-7 如题 1-7 图所示,刚性梁在  $A$  点铰接,  $B$  和  $C$  点由钢索吊挂,作用在  $H$  点的力  $F$  引起  $C$  点的铅垂位移为  $10\text{mm}$ ,求钢索  $CE$  和  $BD$  的应变。

1-8 如题 1-8 图所示,三角形平板沿底边固定,顶点  $A$  的水平位移为  $5\text{mm}$ ,求①顶点  $A$  的切应变  $\gamma_{xy}$ 。②沿  $x$  轴的平均线应变  $\epsilon_x$ 。③沿  $x'$  轴的平均线应变。

1-9 如题 1-9 图所示,矩形薄板未变形前长为  $L_1$ 、宽为  $L_2$ ,变形后长、宽分别增加了  $\Delta L_1$  和  $\Delta L_2$ 。求沿对角线  $AB$  的线应变。

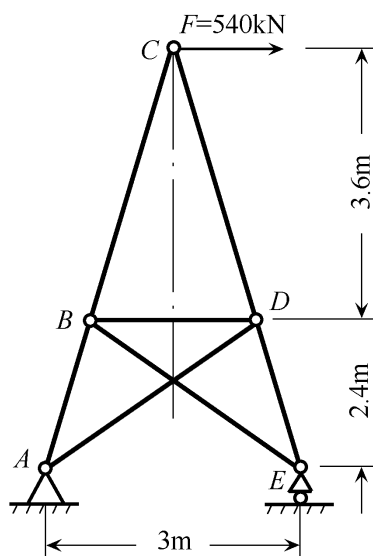


(a)

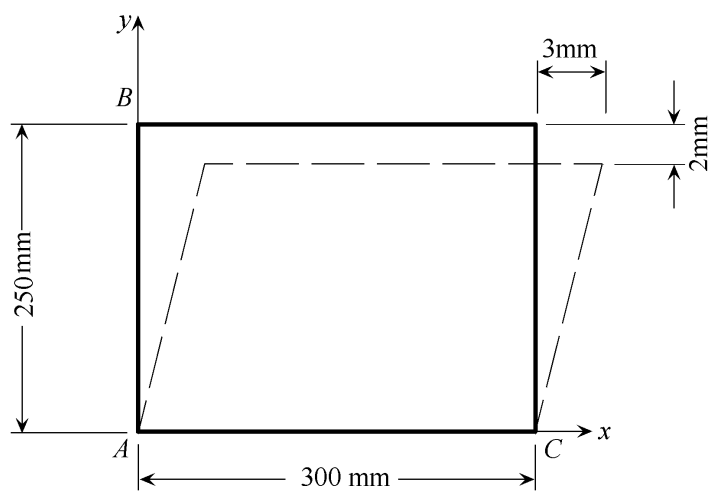


(b)

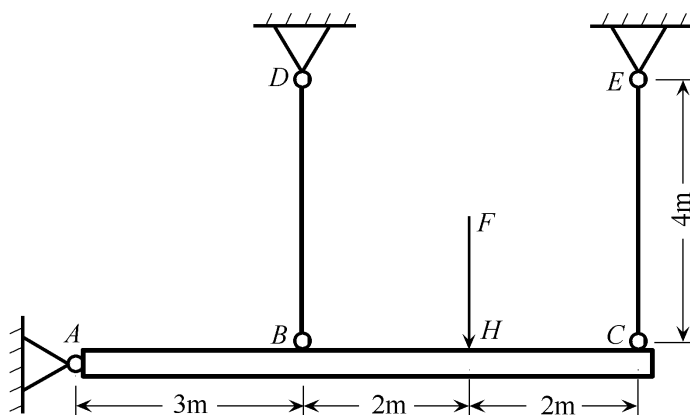
题 1-4 图



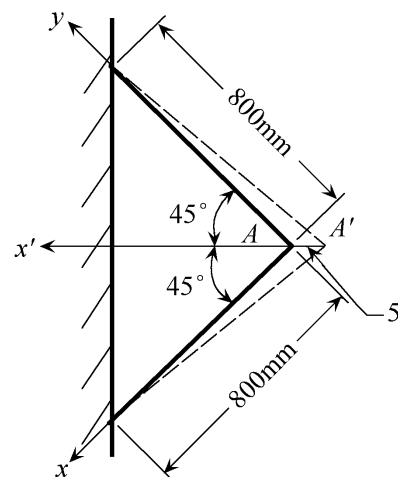
题 1-5 图



题 1-6 图

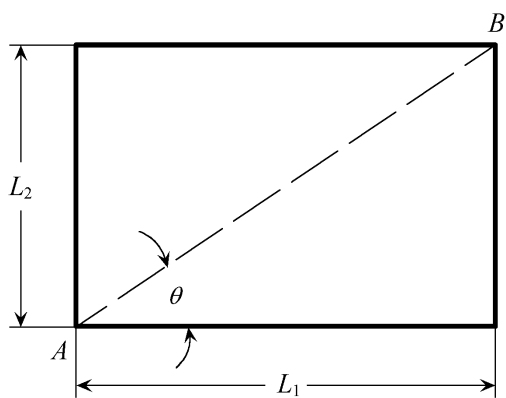


题 1-7 图

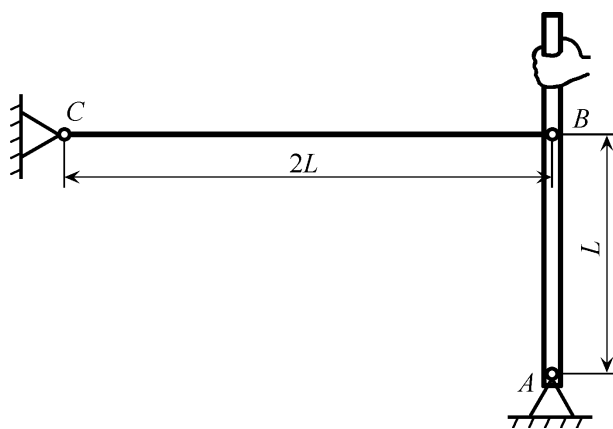


题 1-8 图

1-10 如题 1-10 图所示结构,当力作用在把手上时,引起臂  $AB$  顺时针向转过  $\theta = 0.002\text{rad}$ , 求绳  $BC$  中的平均线应变。



题 1-9 图



题 1-10 图