

现代物理学丛书

# 量子力学

卷 I

(第三版)

曾谨言 著

科学出版社

2000

# 内 容 简 介

本书是作者多年在北京大学物理系教学与科研工作的总结,80年代初出版以来,深受读者欢迎,多次再版重印.为适应改革开放以后我国高校量子力学教学的新情况,本书第二版(1990)做了大幅度修订与增补,分两卷出版,卷 I 可作为本科生教材或主要参考书,卷 II 则作为研究生的教学参考书.鉴于最近 20 年来量子力学(实验与理论)有了很多新的进展,在第三版中将尽量把这些主要的新进展系统介绍给读者,所以第三版(特别是卷 II)的内容,又做了很大修订.

卷 I 的主要内容包括量子力学的建立、波函数与 Schrödinger 方程、一维定态问题、力学量用算符表达与表象变换、力学量随时间的演化与对称性、中心力场、粒子在电磁场中的运动、自旋、力学量本征值问题的代数解法、定态微扰论、量子跃迁、多粒子体系的近似处理方法、散射理论.每章均附有习题.书后有有关的数学附录.

## 图书在版编目(CIP)数据

---

量子力学 卷 I/曾谨言著. -3 版. -北京:科学出版社,2000.1  
(现代物理学丛书/周光召主编)

ISBN 7-03-007437-8

I. 量… II. 曾… III. 量子力学 IV. O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 08775 号

---

责任编辑:张邦固/封面设计:卢秋红

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1990 年 9 月第 一 版	开本:850×1168 1/32
1997 年 8 月第 二 版	印张:24 3/4
2000 年 1 月第 三 版	字数:644 000
2005 年 4 月第九次印刷	印数:24 151- 27 150

定价:48.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

## 第一版(1981年)序言(摘录)

量子力学是在人类的生产实践和科学实验深入到微观物质世界领域的情况下,在20世纪初到20年代中期建立起来的.人们从实践中发现,在原子领域中,粒子的运动行为与日常生活经验中粒子的运动行为有质的差异,在这里我们碰到一种新的自然现象——量子现象,它们的特征要用一个普适量——Planck 常量  $h$  来表征.经典物理学在这里碰到了无法克服的矛盾,量子力学的概念与规律就是在解决这些矛盾的过程中逐步揭示出来的.

但是,不能认为量子力学规律与宏观物质世界无关.事实上,量子力学的规律不仅支配着微观世界,而且也支配着宏观世界,可以说全部物理学都是量子物理学的.已被长期实践证明的描述宏观自然现象的经典力学规律,实质上不过是量子力学规律的一个近似.一般说来,在经典物理学中不直接涉及物质的微观组成问题,因而量子效应并不显著,所以经典力学是一个很好的近似.例如,行星绕太阳的运动,与氢原子中电子绕原子核的运动相似,都受量子力学规律支配,但对于前者,量子效应是微不足道的(角动量  $m v R \gg h$ ,  $m$  是行星质量,  $v$  是速度,  $R$  是轨道半径),因此,经典力学规律被证实是相当正确的.

但有一些宏观现象,量子效应也直接而明显地表现出来,例如,极低温下( $v$  很小)的超导现象与超流现象;又例如,白矮星及中子星等高密度( $R$  很小)的星体以及常温、常压、常密度情况下质量  $m$  很小的粒子系(例如,金属中的电子气),量子效应都很显著,不能忽视.因此,经典力学与量子力学适用范围的分界线,应当根据量子效应重要与否来划分.

量子力学规律的发现,是人们对于自然界认识的深化.量子力学,特别是非相对论量子力学的基本规律与某些基本概念,从它们

建立到现在的 50 多年中,经历了无数实践的考验,是我们认识和改造自然界所不可或缺的工具. 由于量子力学所涉及的规律极为普遍,它已深入到物理学的各个领域,以及化学和生物学的某些领域. 现在,可以说,要在物理学的任何领域进行认真的工作,没有量子力学是不可思议的. 事实上,量子力学已成为现代物理学的不可或缺的理论基础.

当然,与任何一门自然科学一样,量子力学也只是在不断发展中的相对真理. 从量子力学建立以来,对它的某些基本概念以及对其基本规律的一些看法,始终存在着不同见解的争论. 这需要通过进一步的科学实践以及揭示新的矛盾来逐步加以解决.

## 第二版(1990年)序言(摘录)

10年前,作者所著《量子力学》(上、下册,科学出版社,1981)的内容是针对当时国内量子力学教学实际情况而选定的.该书出版以来,受到广大读者欢迎,多次重印,仍不能满足要求.作者先后收到读者近千封热情洋溢的来信,给予了肯定和较高的评价,认为对提高我国量子力学教学水平起了积极的作用.1988年初国家教委颁发了建国以来首届国家级高校优秀教材奖,该书是获奖的六本物理书之一.

10年以来,我国量子力学教学水平有了明显提高.各高校普遍招收了研究生.作为物理及有关专业研究生的基础理论课,普遍设置了高等量子力学课.为适应这种情况,本书将分两卷出版.卷I作为本科生教材或参考书,而卷II则作为研究生的教学参考书.

在撰写本书时,作者参照了国外近年来出版的一些新教材的优点,更多地反映了量子力学在有关科研前沿领域中的应用,同时还选用了同行和作者近年来所做的某些教学研究成果.

关于量子力学发展史的介绍,过去国内教材很少直接引证原始文献,有些史实的讲述与历史有出入.本书根据国外一些可靠的量子力学史籍和原始文献,做了一些重要订正.例如,关于Planck黑体辐射公式提出的历史背景,Bohr的对应原理等.

基本概念和原理的讲述,历来是一个大难点.过去学生批评“量子力学课不讲理”,“量子力学是从天上掉下来的”.根据作者多年从事教学和科研工作的经验,在《量子力学》(1981)中,曾经对基本概念和原理的讲述做了一些新的尝试,例如,从波动-粒子两重性的分析来引进波函数的统计诠释以及说明为什么必须引进算符来刻画力学量,关于量子态概念与态叠加原理,表象理论等.作者着重引导读者去分析问题和解决问题,以增进读者的学习兴趣.这

方面得到了很多同行和读者的肯定. 在撰写本书时, 作者又做了进一步改进, 并纠正了一些流行的不恰当的讲法.

过去国内量子力学课的讲法往往给读者造成一个印象, 认为力学量本征值问题似乎总是在一定边条件下去求解微分方程, 这有历史的原因. 但据作者所知, 实际科研工作中更多地是用代数方法求解力学量的本征值. 有一些本征值问题可以用代数方法给出极漂亮的解法. 例如, 角动量的 Dirac 理论和 Schwinger 表象. 为弥补这方面的不足, 本书增设力学量本征值问题的代数解法一章.

还有一些问题, 在有关科研领域中经常碰到, 但在过去教材中讨论得很少, 例如, 低维体系, 定态微扰论与量子跃迁的关系, 共振态与束缚态的关系, 散射振幅的极点与束缚定态能级的关系, Hellmann-Feynman 定理, 自然单位等, 本书用了适当篇幅予以介绍. 散射理论一章做了大幅度修改. 对于散射的经典描述和量子力学描述的比较, 守恒量分析在散射理论中的重要性, Born 近似的适用条件等, 都做了较详细的讨论.

为了有助于读者更深入理解有关概念和原理, 书中安排了适量的思考题和练习题. 为增进读者运用量子力学处理具体问题的能力, 在每章之末选进了大量习题供读者选用, 并附有答案和提示. 这些习题中有相当部分选自近年来国外研究生资格考试题. 采用本书的读者, 可同时选用《量子力学习题精选与剖析》(钱伯初, 曾谨言, 科学出版社)作为主要参考书.

应该强调, 教材是给学生学习用的. 教师讲课时应根据不同情况(学生水平, 专业需要等)选讲本书的一部分( $< 2/3$ ), 其余部分最好留给学生自由阅读, 这有利于不同程度和兴趣的学生发展其聪明才智. 教师应该明确, 教学的目的主要是培养学生分析问题和解决问题的能力, 而不应局限于传授具体的知识.

## 第三版序言

今年,我们迎来了量子论诞生一百周年.量子力学的建立,也已历七十余载.量子力学与相对论的提出,是20世纪物理学两个划时代的成就.可以毫不夸张地说,没有量子力学与相对论的建立,就没有人类的现代物质文明.

“原子水平上的物质结构及其属性”这个古老而基本的课题,只有在量子力学理论上才原则上得以解决.可以说没有哪一门现代物理学的分支及相关的边缘学科能离开量子力学这个基础.例如,固态物理学,原子与分子结构和激光物理,原子核结构与核能利用(核电技术和原子弹),粒子物理学,量子化学和量子生物学,材料科学,表面物理,低温物理,介观物理,天体物理,量子信息科学等,实在难以胜数.

然而在量子力学建立的早期年代,很少人意识到这个基本理论的广阔应用前景.当时,很少人能认识到,有朝一日量子力学会提供发展原子弹和核电技术所必需的理论基础.同样,也很少人想到基于量子力学而发展起来的固态物理学,不仅基本搞清了“为什么有绝缘体、导体、半导体之分?”“在什么情况下会出现超导现象?”“为什么有顺磁体、反磁体和铁磁体之分?”等,这些最基本的问题,还引发了通讯技术和计算机技术的重大变革,而这些进展对现代物质文明有决定性的影响.

但事情到此并没有完结.尽管量子力学基本理论体系已在20世纪20年代建立起来,尽管正统的量子力学理论在说明各种实验现象和在极广泛领域中的应用已取得令人惊叹的成就,但围绕量子力学基本概念和原理的理解及物理图象,一直存在激烈的争论.我们兴奋地注意到,近年来量子力学在实验和理论方面又取得令人瞩目的新进展.在国际上一些权威性学术刊物(如*Nature*, *Sci-*

ence, *Phys. Rev. Lett.* 等)上不断出现一系列报道. 一方面, 关于量子力学基本概念和原理的争论, 已从思辩性讨论转向实证性研究 [包括 EPR 佯谬, Bell 不等式, 量子力学中的非定域性的实验检验, Schrödinger 猫态在介观尺度上的实现, 纠缠态概念与路径 (which-way) 实验, 作为描述系综的波函数的实验测量, 等], 这些成果将有助于人们重新理解量子力学的基本概念和原理, 以及量子力学和经典力学的关系. 另一方面, 一系列新的宏观量子效应不断被发现, 例如, 继激光、超导、和超流现象、Josephson 效应等之后, 近年来发现的量子 Hall 效应, 高温超导现象, Bose-Einstein 凝聚等. 相关的应用技术也正在迅速开展. 估计在 21 世纪初, 量子力学的实用性会更加明显, 一批新的交叉学科将应运而生, 例如, 量子态工程, 量子信息科学等.

所有这些新的进展给人们两个印象: 一是量子力学基本概念和原理的深刻内涵及其广阔的应用前景, 还远未被人们发掘出来, 在我们面前还有一个很大的必然王国. 量子力学的进一步发展, 也许会对 21 世纪人类的物质文明有更深远的影响. 另一方面, 人们看到, 量子力学理论所给出的预言, 已被无数实验证明是正确的. 当然, 人们对量子力学基本概念和原理的理解还会不断深化, 但可以相信, 至少在人们现今对物质存在形式的概念下, 量子力学的理论体系无疑是正确的.

为适应量子力学近年来的这些新进展, 本书第三版 (特别是卷 II) 做了较大幅度的修改. 卷 I 适合于作为本科生学习量子力学的进一步深入的参考书, 卷 II 则可作为研究生高等量子力学课的主要参考书. 青年物理学工作者在学完本书后, 可以比较顺利地进入与量子力学有关的各前沿领域的研究工作.

本书是根据作者在北京大学从事量子力学教学和研究 40 年经验写成的. 作为一个教师, 我愿对同行教师和同学们讲讲自己的对教学的一些看法.

\* \* \*

教师的职责是从事教学. 教师教学生, 教什么? 如何教? 学生



要学,学什么?如何更有效地学?我认为一个好的高校教师,不应只满足于传授知识,而应着重培养学生如何思考问题、提出问题和解决问题。

这里涉及到科学上的继承和创新的关系。中国有句古话:“继往开来”,说得极好,很符合辩证法。我的理解,“继往”只是一种手段,而目的只能是“开来”。诚然,为了有效地进行探索性工作,必须扎扎实实继承前人留下的有用的知识遗产。但如就此止步,科学和人类的进步自何而来?有了这点认识,我们的教学思想境界就会高得多,就别有一番天地,就把一个人的认识活动汇进不断发展的人类认识活动的长河中去了。

基于这点认识,教师就会自觉地去贯彻启发式的教学方式。学生学一门课,学的是前人从实践中总结出来的间接知识。一个好的教师,应当引导学生设身处地去思考,是否自己也能根据一定的实验现象,通过分析和推理去得出前人已认识到的规律?自然科学中任何一个新的概念和原理,总是在旧概念和原理与新的实验现象的矛盾中诞生的。讲课虽不必要完全按照历史的发展线索讲,但有必要充分展开这种矛盾,让学生自己去思考,自己去设想一个解决矛盾的方案。在此过程中,即使错了,也不要紧,学生可以由此得到极为宝贵的独立工作能力的锻炼。如果设想出来的方案与历史上解决此矛盾的途径不一样,那就更好。科学史上殊途同归的事例是屡见不鲜的。对这样的学生,就应格外鼓励。他们比能够原封不动重述书本的学生要强百倍。

学生有了这点认识,就不会在书本和现有理论面前顶礼膜拜(“尽信书不如无书”),而是把它们看成在发展中的东西。一切理论都必须放在实践的审判台前来辩明其真理性。我们提倡,对待前人的知识遗产,既不可轻率否定,也不可盲目相信。这样,学生就敢于在通过思考之后对现有理论或老师所讲的东西提出怀疑。这对于培养有创造性的人才是至关重要的,也是应提倡的学风和师生关系(所谓“道之所存,师之所存也”,亦即“吾爱吾师,吾尤爱真理”。)还应该在学习中提倡讨论的风气。Heisenberg 说过:“科学植根于

讨论之中。”

要真正贯彻启发式教学,教师有必要进行教学与科学研究。而教学研究既有教学法的研究,但更实质性的是教学内容研究。

从教学法来讲,教师讲述一个新概念和新原理时,应力求符合初学者的认识过程。真理总是朴素的。我相信,一切理论,不管它多困难和多抽象,总有办法深入浅出地讲清楚。做不到这一点,常常是由于教师自己对问题的理解太肤浅。此外,讲述新概念,如能与学生学过的知识或熟悉的东西联系起来讲,进行类比,则学习的难度往往会大为减轻,而且学生对新东西的理解也会更深刻。

在教学内容上,至少对于像量子力学这样的现代物理课程来讲,我认为还有很多问题并未搞得很清楚,很值得深入研究,决不可人云亦云。吴大猷先生在他的《量子力学》(甲部)的序言中批评不少教材“辗转抄袭”,这并非夸张之词。(例如国内广泛流传的布洛欣采夫的《量子力学原理》书中提到:基于波函数的统计诠释,从流密度的连续性即可导出波函数微商的连续性,但这种论证是错误的。)教师如能以研究的态度来进行教学,通过“潜移默化”,学生也就会把这种精神和学风带到他们尔后的工作中去,这就播下了宝贵的有希望的种子,到时候就会开出更美丽的花朵,并结出更丰硕的果实(“青出于蓝而胜于蓝,冰生于水而寒于水”。

高校教师,除教学之外,还很有必要在某些前沿领域进行科学研究。一个完全没有科研实践经验的人,对于什么是认识论,往往只会流于纸上谈兵。对于人们怎样从不知到知,怎样从杂乱纷纭的现象中找出它们的内在联系,则一片茫然。有科学实践经验的教师,在讲述一个规律或原理时,一般会注意剖析人们怎样从不了解到了解它的过程,而不是把它看成一堆死板的知识去灌输给学生。我自己有过多这样的体会,即当讲述一个问题时,如果自己在该问题有关领域做过一定深度的工作,讲起来就“很有精神”,“左右逢源”,并能做到“深入浅出”,“言简意赅”。反之,就只能拘谨地重述别人的话,不敢逾越雷池一步。

高校教师从事科学研究还有两个有利条件:一是有可能触及

学科发展中某些根本性的问题,这对于只搞科研而不从事教学的人,往往难以注意到它们.另一有利条件是能广泛接触很多年轻学生(本科生和研究生),他们是一支重要的新生力量,受传统思想的束缚较少.教师在教他们的过程中,往往会得到很多启发.历史上有不少科学家,在大学生或研究生阶段,就已对一些科学问题作出了重要贡献.例如,R. P. Feynman 的量子力学路径积分理论,就是他在研究生阶段完成的.有鉴于此,我在教学中,对改革考试制度做过如下的尝试:即在适当的时机,向同学们提出一些目前人们还不很清楚,而学生已有基础可以进行探讨的问题,如哪一位同学能给出一个解决的方案,就予以免试,给予最优秀的成绩.出乎意料,有一些问题竟被少数聪明而勤奋的学生相当满意地解决了.有人也许会说,这样的问题不太好找.但我的经验表明,只要这门学科还在发展,这样的问题就比比皆是,但它们只对勤于思考的人敞开大门.当然,这样的问题并不一定都非常重要,但对于培养创新人才却是非常有效的.

最后谈谈教材建设.也许有人认为,像量子力学这样一门学科,世界上已有不少名著,没有必要再写一本教材.但我认为只要科学发展不停顿,教材就应不断更新.量子力学虽然比较成熟,但并不古老.学科的发展和教材的建设还远没有达到尽头.我们充分尊重世界名著,但也不必被它们完全捆住了手脚,何况这些名著也不尽适合我国的教学实际情况.回想 50 年代,国内各高校开设量子力学课的经验还很不足.当时北大有一些学生批评“量子力学不讲理”,“量子力学是从天上掉下来的”.这些批评虽嫌偏激,但也反映教学中存在不少问题.我从研究生毕业后走上讲台开始,就下了决心要改变这种状况.在长期教学实践和科学研究的基础上,写成了《量子力学》(上、下册,1981,科学出版社).90 年代初,又改写成两卷本.在撰写时,我结合教学实际,对基本概念和原理的讲述,做了一些新的尝试.实践证明,收到了较好的效果.出版之后,我先后收到一千多封读者热情的来信,给予了肯定,认为对提高我国的量子力学教学水平以及培养我国(包括台、港、澳地区及世界各地华

裔)一代年轻物理学工作者做出了积极的贡献.该书先后十几次重版,仍不能满足读者要求.

岁月如流,40年转瞬即逝.我们的祖国正欣欣向荣.但应该看到,我国的教育事业,与先进国家相比,还有较大差距.我们中华民族曾经有过光辉的历史,对人类的科学和文化做出过很多重大贡献.但近几百年来,我们落后了.一个国家,如果教育长期落后,就不可能强大繁荣,一个民族如不重视教育,就无法自立于世界民族之林.在此新世纪来临之际,我们必须不失时机奋起直追.这可能需要几代人的努力,作为一个教师,我寄希望于年轻一代.“十年树木,百年树人”.深信我们祖国群星灿烂、人才辈出的光辉前景,定会加速到来.

作者于北京大学

2000年1月

# 《现代物理学丛书》编委会

主 编	周光召			
副主编	汪德昭	谢希德		
编 委	于 敏	王之江	冯 端	吴式枢
	汤定元	何祚庥	李整武	张志三
	芍清泉	郝柏林	葛庭燧	

# 目 录

第 1 章 量子力学的诞生 .....	1
1.1 经典物理学碰到了哪些严重困难? .....	1
1.1.1 黑体辐射问题 .....	1
1.1.2 光电效应 .....	3
1.1.3 原子的线状光谱及其规律 .....	4
1.1.4 原子的稳定性 .....	5
1.1.5 固体与分子的比热问题 .....	7
1.2 Planck-Einstein 的光量子论 .....	8
1.3 Bohr 的量子论 .....	14
1.4 de Broglie 的物质波 .....	19
1.5 量子力学的建立 .....	25
习题 .....	28
第 2 章 波函数与 Schrödinger 方程 .....	32
2.1 波函数的统计诠释 .....	32
2.1.1 波动-粒子两象性矛盾的分析 .....	32
2.1.2 概率波,多粒子系的波函数 .....	34
2.1.3 动量分布概率 .....	41
2.1.4 不确定度关系 .....	43
2.1.5 力学量的平均值与算符的引进 .....	48
2.1.6 统计诠释对波函数提出的要求 .....	51
2.2 态叠加原理 .....	52
2.2.1 量子态及其表象 .....	52
2.2.2 态叠加原理 .....	54
2.2.3 光子的偏振态的叠加 .....	55
2.3 Schrödinger 方程 .....	59
2.3.1 方程的引进 .....	59

2.3.2	量子力学中的初值问题,传播子 .....	66
2.3.3	不含时Schrödinger 方程,能量本征值与定态 .....	68
2.3.4	Schrödinger 方程的一般形式 .....	71
习题	.....	72
<b>第3章</b>	<b>一维定态问题</b> .....	<b>77</b>
3.1	一维定态的一般性质 .....	77
3.2	方势阱 .....	84
3.2.1	无限深方势阱;离散谱 .....	84
3.2.2	有限深对称方势阱 .....	88
3.2.3	束缚态与离散谱的讨论 .....	92
3.3	一维散射问题 .....	98
3.3.1	方势垒的穿透 .....	98
* 3.3.2	方势阱的穿透与共振 .....	103
3.4	一维谐振子 .....	109
3.5	$\delta$ 势 .....	116
3.5.1	$\delta$ 势垒(阱)的穿透 .....	116
3.5.2	$\delta$ 势阱中的束缚态能级 .....	119
3.5.3	$\delta$ 势与方势的关系, $\psi'$ 的跃变条件 .....	121
3.5.4	$\delta$ 势阱一侧有无限高势垒情况 .....	123
3.5.5	双 $\delta$ 势垒之间粒子的准束缚态 .....	125
3.6	束缚能级与散射波幅极点的关系 .....	129
3.6.1	$\delta$ 势阱 .....	129
3.6.2	对称方势阱 .....	130
3.6.3	半壁无限高方势阱 .....	133
3.6.4	$\delta$ 势阱一侧有无限高势垒 .....	134
3.7	线性势 .....	135
3.7.1	线性势场中的束缚能级 .....	135
3.7.2	线性势中的游离态 .....	142
3.8	周期场 .....	145
3.8.1	Floque 定理 .....	145
3.8.2	Bloch 定理 .....	148
3.8.3	能带结构 .....	149

3.9	动量表象 .....	155
	习题 .....	162
第4章	力学量用算符表达与表象变换 .....	175
4.1	算符的一般运算规则 .....	175
4.2	厄米算符的本征值与本征函数 .....	187
4.3	共同本征函数 .....	194
4.3.1	不确定度关系的严格证明 .....	194
4.3.2	角动量( $\hat{l}^2, \hat{l}_z$ )的共同本征态,球谐函数 .....	196
4.3.3	求共同本征态的一般原则 .....	199
4.3.4	对易力学量完全集 .....	201
4.3.5	量子力学中力学量用算符表达 .....	203
4.4	连续谱本征函数的“归一化” .....	204
4.4.1	连续谱本征函数是不能归一化的 .....	204
4.4.2	$\delta$ 函数 .....	205
4.4.3	箱归一化 .....	208
4.5	量子力学的矩阵形式及表象变换 .....	211
4.5.1	量子态的不同表象,么正变换 .....	211
4.5.2	力学量(算符)的矩阵表示 .....	215
4.5.3	力学量的表象变换 .....	223
4.6	Dirac 符号 .....	224
	附录 .....	233
	习题 .....	238
第5章	力学量随时间的演化与对称性 .....	245
5.1	力学量随时间的演化 .....	245
5.1.1	守恒量 .....	245
5.1.2	位力(virial)定理 .....	248
5.1.3	能级简并与守恒量的关系 .....	249
5.2	波包的运动, Ehrenfest 定理 .....	252
5.3	Schrödinger 表象与 Heisenberg 表象 .....	255
5.4	守恒量与对称性的关系的初步分析 .....	261
5.4.1	空间的均匀性(平移不变性)与动量守恒 .....	265



5.4.2	空间各向同性(旋转不变性)与角动量守恒 .....	266
5.4.3	空间反射不变性与宇称守恒 .....	271
5.4.4	时间的均匀性与能量守恒 .....	275
5.5	全同粒子系与波函数的交换对称性 .....	276
5.5.1	全同粒子系的交换对称性 .....	276
5.5.2	两个全同粒子组成的体系,Pauli 原理 .....	281
5.5.3	$N$ 个 Fermi 子体系 .....	288
5.5.4	$N$ 个 Bose 子体系 .....	290
	习题 .....	293
<b>第 6 章</b>	<b>中心力场</b> .....	<b>299</b>
6.1	中心力场中粒子运动的一般性质 .....	299
6.1.1	角动量守恒与径向方程 .....	299
6.1.2	Schrödinger 方程的解在 $r \rightarrow 0$ 邻域的行为 .....	303
6.1.3	两体问题化为单体问题 .....	306
6.2	球方势阱 .....	308
6.2.1	无限深球方势阱 .....	308
6.2.2	有限深球方势阱 .....	313
6.3	三维各向同性谐振子 .....	314
6.4	氢原子 .....	322
6.5	Hellmann-Feynman 定理及其在中心力场问题 中的应用 .....	335
6.5.1	Hellmann-Feynman 定理 .....	336
6.5.2	HF 定理在中心力场问题中的应用 .....	340
6.6	二维氢原子与各向同性谐振子,二维与三维中心 力场的关系 .....	345
6.6.1	二维氢原子和类氢离子 .....	345
6.6.2	二维各向同性谐振子 .....	347
6.6.3	三维和二维中心力场的关系 .....	349
6.7	一维氢原子 .....	352
	习题 .....	357
<b>第 7 章</b>	<b>粒子在电磁场中的运动</b> .....	<b>364</b>

7.1	电磁场中荷电粒子的 Schrödinger 方程, 两类动量	364
7.2	正常 Zeeman 效应	369
7.3	Landau 能级	371
7.4	均匀磁场中各向同性荷电谐振子的壳结构	376
7.5	圆环上荷电粒子的能谱与磁通量	379
7.6	超导现象	384
7.6.1	唯象描述	384
7.6.2	Meissner 效应	387
7.6.3	超导环内的磁通量子化	388
7.6.4	Josephson 结	390
	习题	392
<b>第 8 章</b>	<b>自旋</b>	<b>394</b>
8.1	电子自旋	394
8.1.1	提出电子自旋的实验根据与自旋的特点	394
8.1.2	自旋态的描述	396
8.1.3	自旋算符与 Pauli 矩阵	398
8.1.4	电子的内禀磁矩	402
8.2	总角动量	404
8.3	碱金属原子光谱的双线结构与反常 Zeeman 效应	416
8.3.1	碱金属原子光谱的双线结构	416
8.3.2	反常 Zeeman 效应	418
8.4	自旋单态与三重态	422
8.5	原子中的电子壳结构与元素周期律的本质	426
8.6	原子核的壳结构	434
	习题	441
<b>第 9 章</b>	<b>力学量本征值问题的代数解法</b>	<b>450</b>
9.1	谐振子 Hamilton 量的因式分解, 升、降算符	451
9.2	角动量的一般性质	459
9.3	角动量的 Schwinger 表象	467

9.4	两个角动量的耦合,CG 系数 .....	471
	习题 .....	492
<b>第 10 章</b>	<b>定态微扰论 .....</b>	<b>495</b>
10.1	非简并态微扰论 .....	495
10.1.1	一般公式 .....	495
10.1.2	电介质的极化率 .....	500
10.1.3	外电场中的平面转子 .....	504
10.1.4	氢原子的极化率 .....	506
10.1.5	Van der Waals 力 .....	508
10.2	简并态微扰论 .....	510
10.2.1	一级微扰论公式 .....	510
10.2.2	氢原子的 Stark 效应 .....	512
10.2.3	讨论 .....	515
10.2.4	耦合谐振子 .....	518
10.2.5	二能级体系 .....	522
10.2.6	二重简并态的微扰论处理 .....	525
	习题 .....	530
<b>第 11 章</b>	<b>量子跃迁 .....</b>	<b>540</b>
11.1	量子态随时间的演化 .....	540
11.1.1	Hamilton 量不含时的体系 .....	540
11.1.2	Hamilton 量含时的体系, Berry 绝热相 .....	543
11.2	量子跃迁概率, 含时微扰论 .....	547
11.3	常微扰引起的跃迁, Fermi 黄金规则 .....	553
11.4	量子跃迁理论与不含时微扰论的关系 .....	558
11.5	能量-时间不确定度关系 .....	561
11.6	光的吸收与辐射的半经典处理 .....	564
11.6.1	光的吸收与受激辐射 .....	566
11.6.2	自发辐射的 Einstein 理论 .....	569
11.6.3	激光原理简介 .....	573
	习题 .....	576
<b>第 12 章</b>	<b>多粒子体系的近似处理方法 .....</b>	<b>580</b>

12.1	氦原子及类氦离子的微扰论处理	580
12.1.1	基态能量	581
12.1.2	低激发态	583
12.2	变分原理及其应用	588
12.2.1	Schrödinger 方程与变分原理	588
12.2.2	Ritz 变分法	592
12.2.3	Hartree 自洽场, 独立粒子模型	594
12.3	Fermi 气体模型	597
12.3.1	金属中的电子气	597
12.3.2	原子核的 Fermi 气体模型	603
12.3.3	Thomas-Fermi 近似	608
12.4	分子的振动和转动	612
12.4.1	分子的不同激发形式, Born-Oppenheimer 近似	612
12.4.2	双原子分子的转动与振动	614
12.4.3	三原子直线分子的振动	619
12.5	氢分子离子	624
12.6	氢分子与共价键	628
12.6.1	氢分子	628
12.6.2	共价键的量子力学描述	635
	习题	643
<b>第 13 章</b>	<b>散射理论</b>	<b>650</b>
13.1	散射现象的一般描述	650
13.1.1	散射的经典力学描述, 截面	651
13.1.2	散射的量子力学描述, 散射波幅	655
13.2	分波法	660
13.2.1	守恒量的分析	660
13.2.2	分波的散射波幅和相移	661
13.2.3	光学定理	667
13.2.4	非弹性散射的分波描述	669
13.3	低能粒子散射	672
13.3.1	球壳 $\delta$ 势的散射	672
13.3.2	球方势阱的散射	674

13. 3. 3	球方势垒的散射 .....	675
13. 3. 4	低能共振散射, Breit-Wigner 公式 .....	676
13. 3. 5	低能 np 散射 .....	678
13. 4	Lippman-Schwinger 方程, Born 近似 .....	681
13. 4. 1	Green 函数, Lippman-Schwinger 方程 .....	682
13. 4. 2	Born 近似 .....	685
13. 4. 3	Coulomb 散射 .....	689
13. 5	全同粒子的散射 .....	692
13. 5. 1	$\alpha$ 粒子与氧原子核的碰撞 .....	692
13. 5. 2	$\alpha$ - $\alpha$ 散射 .....	692
13. 5. 3	e-e 散射 .....	695
13. 6	自旋 1/2 粒子的散射 .....	698
13. 7	附录: 质心坐标系与实验室坐标系的关系 .....	706
13. 7. 1	散射角的关系 .....	707
13. 7. 2	截面的关系 .....	709
13. 7. 3	能量的关系 .....	710
	习题 .....	711
	<b>数学附录</b> .....	717
	附录一 波包 .....	717
	附录二 $\delta$ 函数 .....	722
	附录三 Hermite 多项式 .....	730
	附录四 Legendre 多项式与球谐函数 .....	734
	附录五 合流超几何函数 .....	742
	附录六 Bessel 函数 .....	744
	附录七 自然单位 .....	752
	附录八 径向方程的解在奇点 $r=0$ 邻域的行为 .....	752
	<b>索引</b> .....	762

# 第 1 章 量子力学的诞生

## 1.1 经典物理学碰到了哪些严重困难?

19 世纪末与 20 世纪初,经典物理学理论(Newton 力学,热力学及统计物理学,电动力学)一方面被认为发展到了相当完善的地步,但另一方面又在生产与科学实验面前遇到了不少严重的困难.下面简述几个主要的困难.

### 1.1.1 黑体辐射问题

冶金高温测量技术及天文学等方面的需要,推动了对热辐射的研究.例如,G. Kirchhoff 定律(辐射吸收与发射率之比的关系,1859), J. Stefan 四次方律(1884)等相继提出.到 19 世纪末,已认识到热辐射与光辐射都是电磁波,开始研究辐射能量在不同频率范围中的分布问题,特别是对黑体(空窖)辐射进行了较深入的理论上和实验上的研究.

完全黑体(空窖)在与热辐射达到平衡时,辐射能量密度  $E_\nu$  随频率  $\nu$  的变化曲线如图 1.1 所示.  $E_\nu d\nu$  表示空窖单位体积中频率在  $(\nu, \nu + d\nu)$  之间的辐射能量. W. Wien (1896) 从热力学普遍理论考虑以及分析实验数据得出的半经验公式为<sup>①</sup>

$$E_\nu d\nu = c_1 \nu^3 \exp[-c_2 \nu T] d\nu \quad (1)$$

$c_1$  与  $c_2$  是两个经验参数,  $T$  为平衡时的温度. 公式与实验曲线符合得不错.

---

<sup>①</sup> W. Wien, *Wied. Ann.*, 58(1896), 662. 根据热力学普遍理论,  $E_\nu(T)$  形式应取  $E_\nu(T) = \nu^3 f(\nu T)$ . 但函数  $f(\nu T)$  的形式不能从普遍理论给出. M. Planck, *Ann. der Phys.*, 1(1900), 719, 文中对 Wien 公式的理论基础作了深入论证.

但后来更精细和更全面的实验表明, Wien 公式并非与所有实验数据都符合得那样好. 几位实验物理学家指出, 在长波波段, Wien 公式与实验有明显偏离. 这促使 Planck 去改进 Wien 公式<sup>①</sup>. 结果得出了一个两参数的公式, 即(有名的 Planck 公式)

$$E_{\nu}d\nu = \frac{c_1 \nu^3 d\nu}{\exp[c_2 \nu T] - 1} \quad (2)$$

与当时已有的几个公式相比, Planck 公式不仅与实验符合得最好, 而且形式也最简单(Wien 公式除外).

与此同时, J. W. Rayleigh (1900), J. H. Jeans (1905)<sup>②</sup>根据经典电动力学和统计物理理论, 得出了一个黑体辐射公式, 即(Rayleigh-Jeans 公式)

$$E_{\nu}d\nu = \frac{8\pi}{c^3} kT \nu^2 d\nu \quad (3)$$

其中  $c$  为光速,  $k (= 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})$  是 Boltzmann 常数. 此公式在低频部分与实验曲线还比较符合. 但当  $\nu \rightarrow \infty$  时,  $E_{\nu} \rightarrow \infty$ , 是发散的, 与实验明显不符(所谓“紫外发散困难”).

不难看出, 当  $\nu \rightarrow \infty$  时, Planck 公式(2)趋于 Wien 公式(1), 而

<sup>①</sup> M. Planck, *Verh. D. Phys. Ges.*, 2(1900), 202, 文中提到了当时已知的黑体辐射公式, 包括 Wien 公式, Thiesen 公式, Lummer-Jahnke 公式, Lummer-Pringsheim 公式. 但文中未提 Rayleigh-Jeans 公式, 详细情况可参阅 F. Hund, *History of Quantum Theory*, chap 2, p. 25. 书中提到实验物理学家 H. Rubens 和 F. Kurlbaum 的工作, 发现低频部分 Wien 公式与实验明显偏离. Planck 听到此结果后, 立即动手找另外的表达式. D. ter Haar, *The Old Quantum Theory*, Part 1, 书中 p. 9 提到 Planck 当时并不知道 Rayleigh-Jeans 公式. 还可参阅 E. U. Condon, *Physics Today*, 1962, No. 10.

<sup>②</sup> Lord Rayleigh, *Phil. Mag.*, 49(1900), 539; *Nature*, 71(1905), 559, 72(1905), 54, 243. J. H. Jeans, *Nature*, 71(1905), 607, 72(1905), 101, 293; *Proc. Roy. Soc.*, 76(1905), 545. Rayleigh 1900 年文中给出  $E_{\nu} \propto \nu^2$ , 公式中前面的因子的正确结果是 1905 年得出的, Jeans 的工作就是纠正了前面的因子. Rayleigh-Jeans 公式的推导, 例如, 参阅王竹溪, *统计物理学导论*(1957), § 41.

当 $\nu \rightarrow 0$ (长波极限), 趋于Rayleigh-Jeans公式( $c\nu/c^2 = 8\pi\nu^3/c^3$ )<sup>①</sup>.

Planck 提出这个公式后, 许多实验物理学家立即用它去分析了当时最精确的实验数据, 发现符合得非常好<sup>②</sup>. 他们认为, 这样简单的一个公式与实验如此符合, 绝非偶然, 在这公式中一定蕴藏着一个非常重要但尚未被人们揭示出的科学原理.

### 1.1.2 光电效应

19世纪末, 由于电气工业的发展, 稀薄气体放电现象开始引起人们注意. J. J. Thomson (1896) 通过气体放电现象及阴极射线的研究发现了电子. 在此之前, H. Hertz (1888) 发现了光电效应, 但对其机制还不清楚. 直到电子发现后, 才认识到这是由于紫外线照射, 大量电子从金属表面逸出现象<sup>③</sup>. 经过实验研究, 发现光电效应呈现下列几个特点:

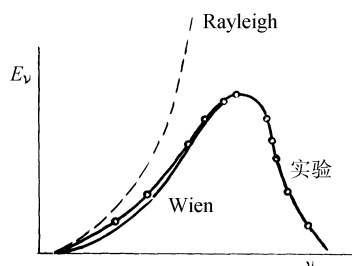


图 1.1

(a) 对于一定的金属材料做成的(表面光洁的)电极, 有一个确定的临界频率 $\nu_0$ . 当照射光频率 $\nu < \nu_0$ 时, 无论光的强度多大, 不会观测到光电子从电极上逸出.

(b) 每个光电子的能量只与照射光的频率 $\nu$ 有关, 而与光强度无关. 光强度只影响到光电流的强度, 即单位时间从金属电极单位面积上逸出的电子的数目.

(c) 当入射光频率 $\nu > \nu_0$ 时, 不管光多微弱, 只要光一照上, 几

<sup>①</sup> A. Einstein, *Ann. der Physik*, 17(1905), 132. 是Einstein在1905年指出, 按经典理论应得到Rayleigh公式, 而它与实验有明显矛盾, 特别是“ultraviolet catastrophe”他注意到在长波和高温极限, Planck公式趋于Rayleigh公式, 即经典理论成立, 而 $T/\nu$ 很小时, 经典理论不正确, 此时Planck公式趋于Wien公式.

<sup>②</sup> 参阅E. U. Condon, *Physics Today* (1962), No. 10, p. 37.

<sup>③</sup> A. Einstein, *Ann. der Physik*, 17(1905), 132 文中, 关于光电效应的实验及分析的资料提到了Lenard的工作. 见P. Lenard, *Ann. der Physik*, 8(1902), 149.



乎立刻( $\approx 10^{-9}$ s)观测到光电子.这与经典电磁理论计算结果很不一致.

以上三个特点,(c)是定量上的问题,而(a)与(b)在原则上无法用经典物理学来解释.

### 1.1.3 原子的线状光谱及其规律

最原始的光谱分析始于Newton(17世纪),但直到19世纪中叶,人们把它应用于生产后才得到迅速发展.例如,R. W. Bunsen, G. Kirchhoff等人开始利用不同元素所特有的标志谱线来做微量元素的成分分析.元素铷(Rb)与铯(Cs)就是根据光谱分析发现的.

由于光谱分析积累了相当丰富的资料,不少人对它们进行了整理与分析<sup>①</sup>.1885年,Balmer发现,氢原子可见光谱线的波数

$\nu = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$ ,  $\lambda$ 为波长)具有下列规律(见图1.2):

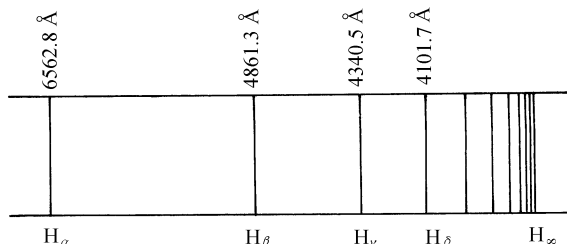


图 1.2 氢原子光谱的 Balmer 线系

<sup>①</sup> 关于19世纪光谱分析的情况,可参阅H. Kayser, *H andbuch d. Spektroskopie*, Bd. 1(1900).对于原子的线状光谱的规律性的探索,除Balmer之外,Rydberg和Ritz也有重要贡献.他们提出了组合规则(combination rule).见J. R. Rydberg, *K. Svenska Vetensk. Ak. Handl.* 23, Nr. 11(1890); *Phil. Mag.*, 29(1890), 331; *Ann. der Physik*, 50(1893), 629. W. Ritz, *Z. Physik.*, 9(1908), 521. Paschen根据组合原则研究氢原子光谱(红外区),得出了Paschen线系, $\tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right)$ ,  $n = 4, 5, 6, \dots$ .

$$\tilde{\nu} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5 \dots \quad (4)$$

$$R = 109677.581 \text{cm}^{-1} \quad (\text{Rydberg 常数})$$

Balmer 公式与观测结果的惊人符合,引起了光谱学家的注意. 紧跟着就有不少人对光谱线波长(波数)的规律进行了大量分析. 例如, Rydberg 对碱金属元素的光谱进行过仔细分析, 发现它们可以分为主(principal)线系、锐(sharp)线系及漫(diffuse)线系等几个线系. 每一线系的各条谱线的波数, 都有与式(4)类似的规律. W. Ritz(1908)的组合规则(combination rule)对此作了更普遍的概括. 按此原则, 每一种原子都有它特有的一系列光谱项  $T(n)$ , 而原子发出的光谱线的波数  $\tilde{\nu}$ , 总可以表成两个光谱项之差, 即

$$\tilde{\nu}_{mn} = T(n) - T(m) \quad (5)$$

其中  $m$  与  $n$  是某些正整数. 显然, 光谱项的数目比光谱线的数目要少得多.

这样, 人们自然会提出以下一系列问题: 原子光谱为什么不是连续分布而是呈分立的线状光谱? 原子的线状光谱产生的机制是什么? 这些谱线的波长(波数)为什么有这样简单的规律? 光谱项的本质又是什么? ...<sup>①</sup>.

#### 1.1.4 原子的稳定性

1895 年 Röntgen 发现了 X 射线. 1896 年 A. H. Becquerel 从铀

---

<sup>①</sup> 值得提到, N. Bohr 在发表他的划时代的三篇论文(1913 年 4 月 5 日)之前, 直到 1913 年 2 月都没有考虑原子线状光谱的规律问题. 到 1913 年 3 月初, 他把论文送给 Rutherford 时, 文章中才有关于氢原子光谱的研究, 并告诉 Rutherford 他已能解释氢原子光谱的规律. 1913 年, H. M. Hansen 自 Göttingen 回到 Copenhagen, 曾经问 Bohr 能否用他的理论解释光谱规律, Bohr 说这可能是极为困难的. Hansen 把 Rydberg 的简单规律告诉了 Bohr. 可见 Bohr 是在很晚的阶段才把光谱规律吸收到他的理论中去. 后来 Bohr 说, 他看到 Balmer 公式后, 一切问题都趋于明朗. 令人惊奇的是, 发现光谱规律的 Rydberg 就在 Lund 大学工作, 与 Copenhagen 近在咫尺, 想必与 Bohr 有经常接触, 而 Bohr 在如此长时间对这方面工作不了解, 未触及此问题, 而这问题正是他的理论解决得最出色的部分(Hund, History of Quantum Theory, p. 70).

盐发现了天然放射性(后来弄清楚,这些天然放射线由 $\alpha$ 、 $\beta$ 及 $\gamma$ 三种射线组成). 1898年, Curie 夫妇发现了放射性元素钋与镭.

电子与放射性的发现揭示出:原子不再是物质组成的永恒不变的最小单位,它们具有复杂的结构,并可互相转化. 原子既然可以放出带负电的 $\beta$ 粒子来,而原子又是中性的,那么原子是怎样由带负电的部分(电子)与带正电的部分结合起来的?这样,原子的内部结构及其运动规律的问题就提到日程上来了.

Thomson (1904)曾经提出如下模型:正电荷均匀分布在原子中(原子大小 $\approx 10^{-8}$  cm),而电子则在原子中作某种有规律的排列. 1911年, Rutherford 用 $\alpha$ 粒子去打击原子,研究碰撞后散射出去的 $\alpha$ 粒子的角分布,并与模型计算值比较,发现Thomson模型无法解释大角度散射. 他提出:原子中正电部分集中在很小区域中( $< 10^{-12}$  cm),原子质量主要集中在正电部分,形成“原子核”,而电子则围绕着它运动(与行星绕太阳系运动很相似),这就是今天众所周知的“原子有核模型”.

但是Rutherford模型也碰到了严重的困难. 首先Rutherford模型中没有一个特征长度<sup>①</sup>. 从19世纪统计物理学研究,人们已了解到原子的大小 $\approx 10^{-8}$  cm. 在Thomson模型中,根据电子排列的空间构形(configuration)的稳定性,可以找到这样一个合理的特征长度. 然而在经典物理学框架中来考虑Rutherford模型,却找不到一个合理的特征长度. 其次,由于电子在原子核外作加速运动,而按经典电动力学,加速运动的带电粒子将不断辐射而丧失能量. 因此,围绕原子核运动的电子,终究会大量丧失能量而“掉到”原子核中去. 这样,原子也就“崩溃”了. 但现实世界表明,原子是稳定地

---

① 根据电子的特性(质量 $m$ , 电荷 $e$ ),在Maxwell电动力学中,可以出现一个特征长度,即 $r_e = e^2/mc^2 \approx 2.8 \times 10^{-13}$  cm,即经典电子半径. 由于 $r_e \ll 10^{-8}$  cm,而且光速 $c$ 出现其中(原子中电子速度 $\ll c$ ),所以, $r_e$ 完全不适合于用来表征原子的大小. 但如把作用量子 $h$ 引进Rutherford模型,根据量纲分析,可以找到下列特征长度,即 $a = \hbar^2/mc^2 \approx 0.53 \times 10^{-8}$  cm(后来人们称之为Bohr半径). 这样,Rutherford模型碰到的第一个困难就解决了.

存在着. 矛盾尖锐地摆在面前, 怎样解决呢?

### 1. 1. 5 固体与分子的比热问题

固体中每个原子在其平衡位置附近作小振动, 可以看成是具有三个自由度的粒子. 按照经典统计力学, 其平均动能与势能均为  $\frac{3}{2}kT$ , 总能量为  $3kT$ . 因此, 一克原子固体物质的平均热能为  $3NkT = 3RT$  ( $N = 6.023 \times 10^{23}$  是 Avogadro 数,  $R = Nk$  称为气体常数). 因此, 固体的定容比热为

$$C_V = 3R \approx 5.958 \text{ cal/K} \text{ ①}$$

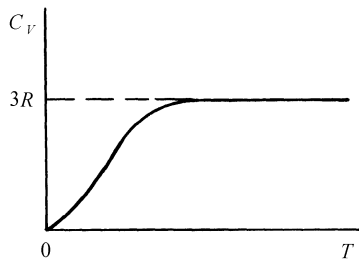


图 1. 3 固体比热

此即 Dulong-Petit 经验定律 (1819). 但后来实验发现, 在极低温下, 固体比热都趋于 0, 如图 1. 3 所示. 这原因是什么? 此外, 若考虑到原子由原子核与若干电子组成, 为什么原子核与电子的这么多自由度对于固体比热都没有贡献? (Boltzmann 佯谬, 1890.)

多原子分子的比热也存在类似的问题. 例如, 双原子分子 ( $N_2, O_2, H_2, CO$  等), 可以认为有 5 个自由度 (三个平动自由度及两个转动自由度), 比热应该为  $\frac{5}{2}R \approx 5 \text{ cal/K}$ . 在常温下, 观测结果

①  $1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$ .

的确与此相近.但在温度低于 60K 后,它们的比热都下降到了 3cal/K 左右.这原因又是什么?

量子理论就是在解决这些生产实践和科学实验同经典物理学的矛盾中逐步建立起来的.

## 1.2 Planck-Einstein 的光量子论

历史上,量子理论是首先在黑体辐射问题上突破的.上节已经提到,由于Wien的黑体辐射公式在低频部分与实验结果有明显偏离,Planck在解决此问题的探索中,提出了(1900年10月19日)一个新的黑体辐射公式(Planck公式).一方面由于Planck公式与实验的惊人符合,另一方面由于公式十分简单,在实验物理学家的鼓励下,Planck进一步去探索这公式所蕴含的更深刻的本质.经过近两个月紧张努力,他发现(1900年12月4日)<sup>①</sup>,如果作下列假设,就可以从理论上推出他找到的黑体辐射的公式<sup>②</sup>.这个假设是:对于一定频率 $\nu$ 的电磁辐射,物体只能以 $h\nu$ 为单位吸收或发射它, $h$ 为一个普适常数.换言之,吸收或发射电磁辐射只能以“量子”方式进行,每个“量子”的能量为

$$\varepsilon = h\nu \quad (1)$$

---

<sup>①</sup> M. Planck, *Verh. D. Phys. Ges.*, 2(1900), 202, 提出黑体辐射公式. M. Planck, *Verh. D. Phys. Ges.*, 2(1900), 237, 提出理论解释,正式论文发表于: M. Planck, *Ann. der Physik*, 4(1901), 553. 他在假设  $\varepsilon = h\nu$  之下,得出了黑体辐射公式

$$E_\nu = \frac{8\pi h^3 \nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp[h\nu/kT] - 1}$$

即  $c_2 = h^3/k$ ,  $c_1 = 8\pi h^3/c^3$ . Planck 本人强调,为要与实验符合, $h$  必须取有限值,而经典物理理论则要求  $h \rightarrow 0$ . Planck 后来写道:“...这个很特别的常数  $h$  的物理意义的阐明,是极困难的理论问题,它的引进导致经典物理理论失效,这比我最初的认识要基本得多...”.但直到 Einstein 引进光子概念之后, $h$  的物理意义及 Planck 理论的基础才搞清楚(D. ter Haar, *Problems in Quantum Mechanics*, pp. 13~14).

<sup>②</sup> Planck 公式的推导可参阅王竹溪,统计物理学导论,§ 42,1957,或 E. T. Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity*, chap. 3,1951; D. ter Haar, *The old Quantum Theory*, chap. 1,1967.

这种吸收或发射电磁辐射能量的不连续性概念,在经典力学中是无法理解的.所以尽管Planck的假设可以解释他的与实验符合得非常好的公式,却并未引起很多人的注意<sup>①</sup>.

首先注意到量子假设有可能解决经典物理学所碰到的其它困难的是A. Einstein<sup>②</sup>.他在1905年用Planck的量子假设去解决光电效应问题,进一步提出了光量子概念<sup>③</sup>,即认为辐射场由光量子组成,每一个光量子的能量与辐射场的频率的关系是

$$E = h\nu \quad (2)$$

并根据狭义相对论以及光子以光速 $c$ 运动的事实得出,光子的动量 $p$ 与能量 $E$ 有如下关系:

$$p = E/c$$

因此,光子的动量 $p$ 与辐射场的波长 $\lambda$ 有下列关系:

$$p = h/\lambda \quad (3)$$

当采用了光量子概念之后,光电效应问题立即迎刃而解.当光量子射到金属表面时,一个光量子的能量可能立即被一个电子吸收.但只当入射光频率足够大,即每一个光量子的能量足够大时,

---

<sup>①</sup> 例如,J. W. Gibbs, *Statistical Mechanics* (1902)及J. H. Jeans, *Kinetic Theory of Gases* (1904)两书均未提及Planck的工作.

<sup>②</sup> A. Einstein, *Ann. der Physik*, 17(1905), 132.在此期刊的同一卷中,Einstein连着发表了三篇划时代的论文.本文是其中第一篇.另外一篇是关于Brown运动,一篇是关于狭义相对论.由于第一篇论文引进光量子概念他得到Nobel物理学奖(不是因为提出狭义相对论).应当提到,不少人常说Einstein 1905年的文章主要是去解释光电效应,但实际情况并非如此.事实上,当时光电效应的测量还没有达到那样高的精度足以指明它与经典行为确切背离(D. ter Haar, *Problems in Quantum Mechanics*, p. 15).关于光电效应的讨论只占文章很小一部分(第8节).文中用了很大篇幅讨论黑体辐射规律不能纳入经典Maxwell理论.第7节讨论荧光现象(Stokes规则,发射光频率低于入射光频率),第9节讨论气体分子在紫外光照射下的游离现象.

<sup>③</sup> 后来所用的“光子”(photon)一词是1926年由G. N. Lewis(*Nature*, 18, Dec. 1926)才提出的.但此概念的实质在Einstein一文中已给出.