

计算机断层成像技术

原理、设计、伪像和进展

(美)Jiang Hsieh 著

张朝宗 郭志平 译
王贤刚 叶 青

科学出版社

北 京

图字:01-2005-5902

内 容 简 介

本书系统介绍了 X 射线 CT 近 30 年来的发展概况和有关的数学、物理基础知识以及最近的临床应用。全书共十一章,其内容新颖,深入浅出,覆盖面广,同时给出了大量参考文献供深入研究的读者参考。

本书虽然着重于医学 CT 的各个方面,但是其基本原理和大部分问题的考虑思路与工业 CT 是完全一致的。因此,本书不仅可供从事有关医学图像研究的人员参考,对从事工业 CT 领域科研和应用的人员,也是一本极有价值的参考书。本书还可用作大专院校相关专业研究生教材。

图书在版编目(CIP)数据

计算机断层成像技术:原理、设计、伪像和进展/(美)谢强(Hsieh J.)著;张朝宗等译. —北京:科学出版社,2006

ISBN 7-03-016547-0

I. 计… II. ①谢…②张… III. 计算机 X 线扫描体层摄影
IV. R814.42

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 142111 号

责任编辑:向小峰 黄 敏 / 责任校对:陈丽珠

责任印制:刘士平 / 封面设计:黄 超

版权所有,违者必究。未经本社许可,数字图书馆不得使用

北京市版权局版权登记号 图字:01-2005-5902

Authorized Chinese-language edition.

Copyright (year) SPIE. All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the Publisher and SPIE.

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 2 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2006 年 2 月第一次印刷 印张:18 1/2

印数:1—2 000 字数:470 000

定价:69.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(科印))

中文版前言

CT 领域的科学技术正在经历日新月异的发展。十六年前,当我刚刚跨进这个领域时,许多人认为 CT 已经是一门非常成熟的技术,不再需要开发和研究。它所需要的是降低成本、提高生产效率和可靠性。历史证明这些人的观点不完全正确。虽然成本、效率和可靠性仍然是 CT 面临的重大挑战,CT 技术的开发和研究比以前任何时候都更加活跃。当这本书的英文版在两年多以前问世时,16 层医用多层螺旋 CT 被认为是尖端产品。然而,在我写这篇前言的今天,这类 CT 机的地位已经被 64 层容积 CT 所取代。当这本中文版和大家真正见面时,我相信新一代产品又会出现。

CT 不仅可以用于医学为人类诊断疾病,它也可以效力于工业来检验核心零件的质量。它还被大量地应用于动物试验去推动生物学和药学发展。它更被安装在机场和港口来保护人身和社会的安全。虽然这些 CT 机的应用、外观和特性大不相同,但是它们的基本原理却是一样的。它们在设计和分析上所面临的问题也大同小异。这本书虽然是基于医学 CT 的原理与开发,但是绝大部分的理论与分析可以同样地用于其他 CT 上。

当我在 1980 年离开北京时,CT 机只存在于寥寥无几的大城市医院里。如今,CT 已经成为大多数医院内的基本诊断工具。CT 的成功与发展是与世界各地华人的贡献分不开的。我非常感谢清华大学的张朝宗教授和王贤刚博士等将本书翻译成中文,以便使更多的华人了解 CT 的发展,并且为新一代 CT 研发做出贡献。我希望这本书可以成为初学者手中去打开 CT 知识的宝库的一把钥匙;我也希望它能作为 CT 工程技术人员的工具来探索 CT 的未来。

谢强 (Jiang Hsieh)
2005 年 11 月 4 日于美国

译者序

从 1971 年第一台临床 CT 设备问世以来,CT 已经成为医院中不可缺少的临床诊断工具和科研手段。近年来,计算机断层成像技术(computed tomography,CT)不断取得巨大进展,出现了高速的多层螺旋 CT 等先进设备。此外,CT 原理(由投影重建图像)还在许多其他领域(特别值得一提的是用于工业无损检测方面)得到了应用。鉴于 CT 是一门新兴的多学科交叉的技术,有不少还涉及比较难懂的理论或数学推导,很难从已有的一两本参考书中找到全面的介绍。因此,广大从事 CT 相关的医务人员、科研工作者和工程技术人员都迫切地希望手头备有一本既从实际考虑又包括系统理论叙述的参考书。

1985 年,科学出版社出版了 G.T.Herman 1980 年所著的《从投影重建图像——CT 理论基础》中文版,此后国内再没有出现全面、系统论述 CT 理论与技术的书籍,多年来该书在国内外一直被当作 CT 的经典书籍。但因出版年代较早,且重点在于论述 CT 图像重建的基础理论,近二十多年的 CT 技术的新发展在该书中没有得到反映;同时有关 CT 构成、设计和许多实际的关键技术问题,如伪像的产生、鉴别和校正等都没有涉及。

2003 年,美国 SPIE 出版社出版了 Jiang Hsieh 所著《Computed Tomography: Principle, Design, Artifacts and Recent Advances》一书可以说是很适时的。它是一本比较全面地论述 CT 理论和各种实践问题的书籍。该书内容几乎涉及了 CT 系统关键技术的各个方面,如 CT 系统构成、设计、图像(包括三维图像)显示技术及伪像校正等。此外该书还用大量篇幅从实用的角度来介绍螺旋 CT、多层螺旋 CT 等近年来的发展,以及心脏及心血管成像等高级 CT 应用。在每一章的后面列出了大量文献,对希望深入研究的读者无疑有着特别的价值。

该书作者谢强(Jiang Hsieh)博士,是通用电器(General Electric, GE)医疗集团首席科学家,1989 年在伊利诺伊理工学院获得电子工程博士学位,在医学成像领域有 18 年的研究经历。他拥有 92 项美国专利,发表了 90 多篇研究论文,在国际光学工程师学会(International Society for Optical Engineering, SPIE)的医学成像会议、北美放射学学会(Radiology Society of North American, RSNA)年会、IEEE 的核科学研讨会和医学成像会议以及 AAPM 暑期学校等许多场合开设过有关 X-CT(X-ray computed tomography)的短期课程。

鉴于 CT 是一门边缘交叉的新兴学科,许多专业术语还没有统一的汉语译法,不同行业或专业人员之间的用语就有不少差别。这给翻译工作带来一些困难。我们对待专业术语不同译法的原则是尽量选用已经广泛流传的用法。如“computed tomography”,本书译作“计算机断层成像”,而没有选用不少书刊上出现的“体层摄影”或“层析成像”等。对不同专业人员习惯用法不同时,尽量考虑该术语出自哪个“原始专业”,如数学、物理、医学等。对于有些应用比较广泛又有相当影响但是科学性或准确性不够的用法,则尽量选用更加合理科学的译法,并希望对今后术语的合理应用产生一些影响。在这里最主要的一个例子是有些书刊把 CT 图像(物体衰减系数分布的图像)称为“密度”图像,并把 CT 数或图像“强度”



与“密度”混淆起来。这种混淆在医用 CT 的应用中一般不会出现,这是因为医用 CT 所检测的“材料”相对比较固定,它们对射线的衰减系数大体与密度同方向增加或减少。但是在工业 CT 的应用中就可能出现衰减系数和材料密度“倒置”的情况。因此本书中凡是相关的术语一概不取“密度”的译法。如“maximum intensity projection (MIP)”译成“最大强度投影”或“最大亮度投影”,而不译成“最大密度投影”。另一个例子是“image”译成“图像”,不译成“影像”;“artifacts”译成“伪像”不译成“伪影”。一则因为“图像处理”是当今一门应用广泛的学科,CT 只是部分地应用该学科的结论或成果;另一方面,传统物理学中“影”和“像”属于不同的范畴,CT 采用“像”的概念更加合理一些。尽管做了不少努力,但是由于多年来不同行业或专业人员之间用语的差别,在一些相对次要的译法上还是采用了“迁就”多数的办法,因此留下了不少不够确切的地方。例如本书中“partial volume effect”选用了大量医学书籍中所用的“部分容积效应”,但事实上“体积”和“容积”在汉语中不是同一概念,从物理上说这里应当是“体积”,本应译为“部分体积效应”。由此引起许多本应译为“体积”的地方都译成了“容积”,只是在那些实在无法“兼容”的地方,就取用物理学名词。例如“voxel”,还是只能译为“体素”。

为了读者查阅方便,在本书最后对原书的术语索引增补了一部分术语,除优先列出本书选用的译法外,也列出了部分常用译法。

本书各章的译者分别是:

张朝宗:前言、第一章(引言)。

叶青:第二章(预备知识)、第三章(图像重建)、第四章(图像表征)、第五章(重要性能参数)、第七章(伪像:形貌、原因和校正)。

郭志平:第六章(CT 扫描机的主要部件)。

王贤刚:第八章(计算机仿真与分析)、第九章(螺旋 CT)、第十章(多层 CT)、第十一章(高级 CT 应用)。

全书校对及最后定稿由张朝宗和郭志平完成。此外,王贤刚负责与原书作者联系;郭志平完成了全书图表中文译稿的制备工作;张朝宗负责全书技术术语译文的选取和词义的甄别,编写了“中英文术语对照表”。

本书译稿虽经译者多次校对和斟酌,毕竟限于译者的见识和水平,必有许多不妥乃至错误存在。望读者不吝赐教,批评指正。

译 者

2005 年 9 月

前 言

近年来,X 射线计算机断层成像(CT)无论在基本技术方面,还是在新的临床应用方面都取得了巨大的发展。在 CT 的各个主要组成部分,如光管、探测器、滑环、数据获取系统和算法等方面,都取得很大进步。自从螺旋 CT 和多层 CT 问世,出现了许多新的临床应用。CT 经过三十多年发展以后,再次成为医学图像领域中最令人兴奋的诊断方法之一。

可以认为,CT 在其发展历史上至少出现了五代商用扫描机。由于下述理由,本书的大部分内容将集中在分析和讨论第三代 CT 扫描机。一方面,第一代和第二代 CT 得到发展的主要原因是当时技术水平的限制,体现了 CT 的历史演变。虽然这些扫描机在临床环境中已经完全被取代,但是在实验室里还可以看到它们。另一方面,通过对第三代 CT 的讨论,也基本上包括了这些扫描机的技术问题。第四代扫描机曾经扮演过重要的角色。对于单层 CT 而言,即便在采用螺旋技术以后,用第四代 CT 代替第三代 CT 都还是可行的。然而随着近来多层 CT 的引入,由于各种技术和经济的原因,第四代扫描机不再是发展的焦点。有些第四代 CT 碰到的技术问题也是第三代 CT 所共有的。另一方面,某些第四代所固有的技术问题在第三代中并没有出现,反之亦然。第五代 CT 通常也称为电子束 CT,是一种专门关注时间分辨的新设备,故而其设计和技术特点明显地和其他类型的 CT 扫描机不同。为了进行比较分析,在适当的地方我们也插入对其他各代扫描机的讨论。

本书共十一章。像其他涉及本课题的书一样,第一章概论用于回顾 CT 技术的发展历史,包括许多研究工作者在计算机时代以前所做的努力以及导致发展到目前我们所知道的 CT 扫描机的那些努力。该章还对 CT 扫描机各代产品的主要差别进行了全面的评述。

由于本书包含了许多技术详细分析和讨论,第二章便对其背景知识进行了概括的回顾。这一章分为数学和基础物理两个部分。我们认为读者已具有微积分、统计学、线性代数 and 基础物理等方面的一般知识,书中对这些内容不再进行详细讨论和推导。对于那些需要对上述专题做深入讨论的读者,该章最后提供了参考文献。

第三章重点讨论图像重建的基本原理。为了使读者更好地理解 CT 图像重建原理,我们在直觉的水平上开始讨论,提供了几种无需对数学公式进行严格推导的方法。接着是傅里叶切片定理的详细推导,该定理是目前大多数商用 CT 采用的重建算法基础。为了便于阐述,我们将先后介绍平行束、扇形束和锥形束的滤波反投影算法。相关的各种解决途径也进行了详细的讨论。我们希望这一章能够帮助读者运用不同的算法,并理解如何选择重建核和反投影方法。为完整起见,本书对迭代重建算法也进行了简短的讨论。我们的目标是提供高水平的叙述和参考材料,使得有兴趣的读者可以更深入地探讨这个课题。

图像重建之后,下一个问题就是如何观察这些图像。第四章首先讨论了传统的 CT 图像显示模式,包括 CT 强度单位的定义以及强度重现过程。然而,由于近年来 CT 技术的发展,传统显示模式遇到越来越严重的挑战。越来越多的射线工作者依赖新的三维工具进行图像诊断和观测。这一章的第二部分内容是论述这些新工具的原理和应用。

由于图像是 CT 扫描机的主要输出,因此,懂得评判所生成图像质量的主要性能参数是



很重要的。这些参数不仅对于 CT 使用者,同时对于 CT 设计者都是重要的。第五章列出了各个主要参数,如空间分辨率、时间分辨率、低对比度分辨率、CT 数准确度、噪声和剂量等。该章的重点是测量这些参数的不同方法和影响这些参数的主要因素。同时讨论了这些测量方法背后的理论和各种测量模体。

大多数人都把 CT 扫描机看成是一个单元。事实上,它是一个由许多部件组成的十分复杂的系统。在第六章里我们要深入到扫描机的内部,仔细研究每一个主要的部件。为了使读者更好地了解不同部件之间是怎么联结的,我们从 CT 扫描机的总体结构框图开始,解释扫描过程中操作的顺序,尔后概括地叙述这些部件的功能,分析它们对 CT 系统的影响并介绍它们的最新发展。

许多因素使得单个部件或者整个系统的运行都远远不是理想的。这些不理想的条件自然会导致图像上出现伪像,也就是不代表实际物体的图像。人们通常并没有意识到 CT 今天能够成为一种可行的医疗设备的真正秘密,既不是第三章讨论的重建算法,也不是第四章介绍的图像显示方法,而是伪像的处理方法。事实上,这是所有 CT 制造商很少公开讨论的技术。第七章我们给出了伪像的一般描述和不同类型。对每一种主要伪像讨论了其起因和可能的校正方法。这些校正步骤是 CT 标定、预处理和后处理的组成部分。因为这个题目的产权特性,只能作一些示意性的介绍。对于那些已经公开的校正方法,本书提供了数学公式以及校正的途径。因为该章放在 CT 技术最新进展的前面,所以有关螺旋 CT 和多层 CT 伪像及其校正的内容没有包括在内。这些内容将在相关的章节内详细讨论。

CT 设计师或物理学家通常都希望系统在建成以前,能够预计一台 CT 系统的性能或者能够理解某种伪像的起因。第八章提供了分析的一般方法。某些仿真和分析方法很简单,属于“信封背面”即可进行的计算,然而这些方法在实践中已被证明也是十分精确和有用的。另一方面,有许多用频谱方法设计出精细的仿真方法适用于比较复杂一些的问题。该章首先详细描述某些方法,尔后讨论选择仿真参数的影响。读完该章以后,读者应当可以构造自己的仿真器,用来回答他们关于 CT 的许多问题。

第九章和第十章论述近年来 CT 的技术进步——螺旋 CT 和多层 CT。详细讨论了每种技术在临床应用上的长处、不同的重建算法、性能建模和伪像等问题。为了易于理解,重建算法按照从易到难的顺序介绍。首先介绍基础的原理和总体思想,然后介绍简单的重建实例,最后介绍复杂一些的算法。这两章为那些已经掌握不太复杂算法的读者提供了足够的细节。鉴于这些技术的性质,重建图像更具各向同性,导致切片方向灵敏度曲线这一重要概念的引出。第九章详细地描述了建模及分析技术,以便不用通过大量实验就可以理解在不同扫描模式下或选择不同参数时切片方向灵敏度曲线的基本特点。

CT 新技术的出现引发了临床应用方面的许多进展。第十一章我们选择了几种重要的临床应用实例来详细讨论。有些应用如心脏病学和荧光成像,需要生理学的门控或者对目前现有算法修改。另外一些应用如灌注、肺癌筛检和结肠成像要求在图像生成以后开发扩展的算法。本书都适时地提供足够的技术细节,使读者对这些应用的原理和操作能做到基本了解。该章最后提供了许多文献供有兴趣的读者进一步研究。

作者首先要向自己的父母 E. R. Gao 博士和 B. Z. Hsieh 博士表达自己的感激,是他们教我懂得了刻苦工作和自律的价值。本书中出现的许多思想、原理、结果和实例都来源于其他的书籍和研究论文,借此机会作者向这些源头表示感谢。作者要感谢密歇根大学的 Jeffrey A. Fessler 教授,他审阅了迭代重建的章节,他富有见解的建议和意见对该章节有



很大帮助。作者还要特别感谢 SPIE 出版社指定的评审专家: Analogic 公司的 Carl Crawford 博士、艾奥瓦大学的 Wang Ge 教授以及匿名评审的另外一位专家。他们非常专业的重要意见使原稿得到了重大改进。作者还应该感激 Robarts 研究所的 Ting-Yim Lee 博士,他提供了有关 CT 灌注法的参考材料;以及伦敦 ImPACT 研究组的 Nick Keat 先生,他提供了 CT 早期发展的历史照片。为了那些有益的讨论、共同的研究课题、突发的灵感和优美的图像,作者要感谢许多目前和过去在 GE Medical System 和 GE Global Research Center 一起工作的同事。很遗憾不可能将他们的名字全部列在这里,那样就似乎在说“某人是 GEMS 的,某人是 GRC 的”。最后特别要感谢作者的夫人 Lily J. Gong,对本书的编写给了无条件的支持;以及孩子 Christopher 和 Matthew,原谅了作者在编写本书期间没有和他们共同度过更多的时间。

作者

2002 年 12 月

目 录

中文版前言

译者序

前言

第一章 引言	(1)
1.1 传统 X 射线断层成像技术	(1)
1.2 计算机断层成像技术的历史	(4)
1.3 CT 扫描机的发展	(9)
第二章 预备知识	(14)
2.1 数学基础	(14)
2.1.1 傅里叶变换和卷积	(14)
2.1.2 随机变量	(17)
2.1.3 线性代数	(18)
2.2 X 射线物理基础	(20)
2.2.1 X 射线的产生	(20)
2.2.2 X 射线与物质的相互作用	(22)
第三章 图像重建	(27)
3.1 简介	(27)
3.2 线积分的测量和数据调理	(28)
3.3 采样几何和正弦图	(31)
3.4 图像重建的几种方法	(33)
3.5 傅里叶切片定理	(36)
3.6 滤波反投影算法	(38)
3.6.1 滤波反投影公式的推导	(41)
3.6.2 计算机实现	(43)
3.6.3 目标重建	(53)
3.7 扇形束重建	(54)
3.7.1 扇形束到平行束的数据重排	(55)
3.7.2 等角采样的重建公式	(57)
3.7.3 等距采样的重建公式	(62)
3.8 锥形束重建	(63)



3.9 迭代重建	(65)
第四章 图像表征	(72)
4.1 CT 图像显示	(72)
4.2 三维可视化	(73)
4.2.1 多平面重构	(74)
4.2.2 最大强度投影和体绘制	(75)
4.2.3 表面绘制	(79)
第五章 重要性能参数	(81)
5.1 高对比度空间分辨率	(81)
5.1.1 平面内分辨率	(81)
5.1.2 切片方向灵敏度曲线	(84)
5.2 低对比度分辨率	(86)
5.3 时间分辨率	(91)
5.4 CT 数准确度和噪声	(96)
5.5 剂量	(98)
5.6 定位扫描的性能	(102)
第六章 CT 扫描机的主要部件	(105)
6.1 系统概述	(105)
6.2 X 光管和高压发生器	(106)
6.3 X 射线探测器和数据获取电子学	(110)
6.4 机架和滑环	(114)
6.5 准直器和过滤器	(115)
6.5.1 准直器	(115)
6.5.2 过滤器	(116)
6.6 重建引擎	(116)
第七章 伪像:形貌、原因和校正	(118)
7.1 什么是伪像	(118)
7.2 伪像的不同形貌	(119)
7.3 与系统设计有关的伪像	(122)
7.3.1 混叠	(122)
7.3.2 部分容积	(129)
7.3.3 散射	(132)
7.3.4 噪声引起的条纹	(134)
7.4 与 X 光管相关的伪像	(136)
7.4.1 偏焦辐射	(136)



7.4.2	管内放电	(139)
7.4.3	光管转子摇摆	(140)
7.5	探测器引起的伪像	(141)
7.5.1	失调、增益、非线性以及辐射损伤	(141)
7.5.2	初始发光和余晖	(143)
7.5.3	探测器响应一致性	(146)
7.6	病人引起的伪像	(150)
7.6.1	病人运动	(150)
7.6.2	射束硬化	(156)
7.6.3	金属物伪像	(163)
7.6.4	不完全投影	(165)
第八章	计算机仿真与分析	(172)
8.1	什么是计算机仿真	(172)
8.2	仿真概述	(173)
8.3	光学仿真	(175)
8.4	物理相关性能的计算机仿真	(182)
第九章	螺旋 CT	(188)
9.1	简介	(188)
9.1.1	临床需求	(188)
9.1.2	螺旋 CT 的关键技术	(191)
9.2	专门术语与重建	(192)
9.2.1	螺旋截距	(192)
9.2.2	基本重建方法	(192)
9.2.3	插值算法和重建平面的选择	(196)
9.3	切片方向灵敏度曲线和噪声	(198)
9.4	螺旋相关的伪像	(203)
9.4.1	高螺距的螺旋伪像	(203)
9.4.2	噪声引起的伪像	(206)
9.4.3	系统位置误差引起的伪像	(209)
9.4.4	物体倾斜引起的伪像	(212)
第十章	多层 CT	(216)
10.1	多层 CT 的需求	(216)
10.2	多层 CT 的探测器配置	(218)
10.3	多层螺旋重建	(221)
10.3.1	插值采样的选择	(223)



10.3.2	重建区域的选择	(226)
10.3.3	不同类别的重建算法	(228)
10.4	多层螺旋伪像	(228)
10.4.1	概述	(228)
10.4.2	多层 CT 的锥形束效应	(229)
10.4.3	插值相关的伪像	(231)
10.4.4	噪声引起的伪像	(232)
10.4.5	多层 CT 的倾斜伪像	(232)
10.4.6	步进-采集模式 SSP 的失真	(234)
10.4.7	多层螺旋和单层螺旋的比较	(236)
第十一章	高级 CT 应用	(240)
11.1	简介	(240)
11.2	心脏成像	(242)
11.2.1	冠状动脉钙化	(242)
11.2.2	冠状动脉成像	(245)
11.3	CT 荧光成像	(252)
11.4	CT 灌注	(257)
11.5	筛检	(261)
11.5.1	肺癌筛检	(261)
11.5.2	CT 结肠成像	(264)
中英文术语对照表		(271)

第一章 引言

根据韦氏大词典^[1]，“tomography”一词源于希腊字“tomos”，意思是：“一种能对单个平面照相，同时去除其他平面结构轮廓的 X 射线照相技术”。这个简明的定义说明了传统照相技术的基本局限性：重叠结构图像的叠加。用传统照相方法，三维的人体沿 X 射线的方向被压缩成了两维的图像，如图 1.1(a)所示。体内所有骨骼结构和组织都重叠在一起，使得感兴趣对象的清晰程度大为下降。图 1.1(b)是一张胸部检查的 X 线片。肋骨、肺和心脏很明显地重叠在一起，这样尽管它有极好的空间分辨率（分辨紧邻的高反差物体的能力），可是只有很差的低反差分辨率（从背景上区分低反差物体的能力）。人们意识到传统照相的这种限制，导致了传统断层成像技术的出现。

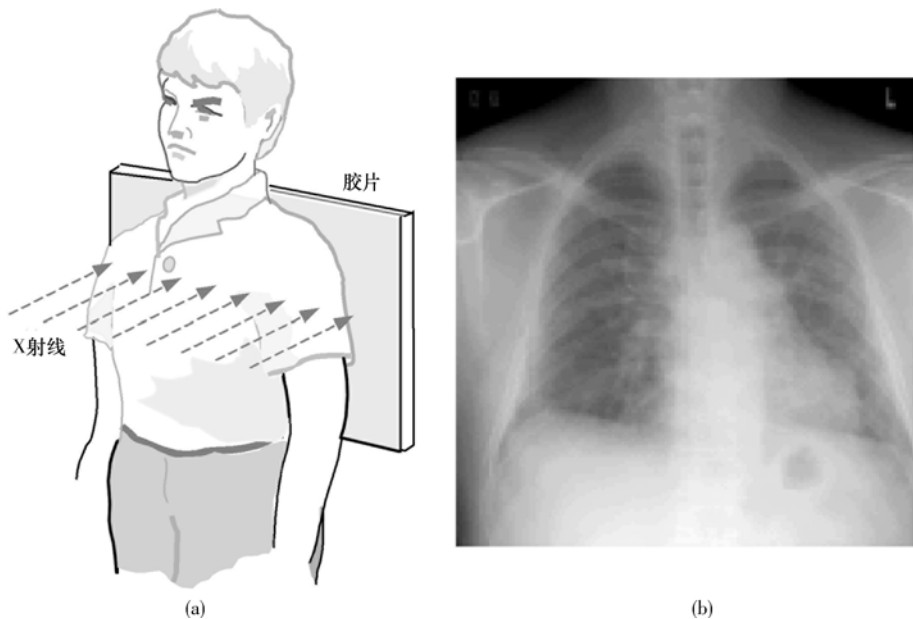


图 1.1 传统 X 射线照相的说明
(a) 照相装置；(b) 一张胸部检查的 X 线片

1.1 传统 X 射线断层成像技术

传统断层成像也称为 planigraphy, stratigraphy, laminography, body section radiography, zonography, noncomputed tomography^[2]。Bocage 是传统断层成像技术的先驱之一^[3]，早在 1921 年 Bocage 描述了这样的设备，能使感兴趣平面以外上下的结构模糊得看不清楚。他的发明主要由 X 光管（即 X 射线管）、X 射线胶片以及确保管子和胶片同步运动的



机械连接机构等部件组成。图 1.2 说明了传统断层成像的原理。为了便于说明,先考虑病人体内两个孤立的点 A 和 B;A 点在焦平面上而 B 点在焦平面以外。A 点和 B 点投射到 X 线胶片上的阴影对应地标注为 A1 和 B1,如图 1.2(a)。这时胶片上生成的图像和传统照相完全没有区别,然后使 X 射线源和 X 线胶片同步地沿相反方向运动(如图所示,X 射线源向左运动而 X 线胶片向右运动)到第二个位置。我们要确保固定点 A 生成的阴影 A2 与 A 点在第一位置生成的阴影 A1 重合。这一点很容易通过设置 X 射线源和 X 线胶片移动的距离,使它们正比于对 A 点相应的距离来实现,如图 1.2(b)。然而固定点 B 在第二位置生成的阴影 B2 与 B1 是不重合的。这就是因为 B 点不在焦平面上,从 B 点到 X 射线源和 B 点到胶片的距离比偏离了对 A 点相应的距离比。当 X 射线源和胶片沿一条直线(自然是相反方向)连续运动时,B 点生成的阴影形成了一个直线段,这个性质对焦平面以外上下的任何点都是适用的。应该注意到不聚焦的那些点生成的阴影强度降低了,这是由于阴影分布到一个扩展了的面积上。而所有焦平面上的点都保持了原来胶片上的图像位置,其阴影仍然是一个点,相应的强度没有减小。

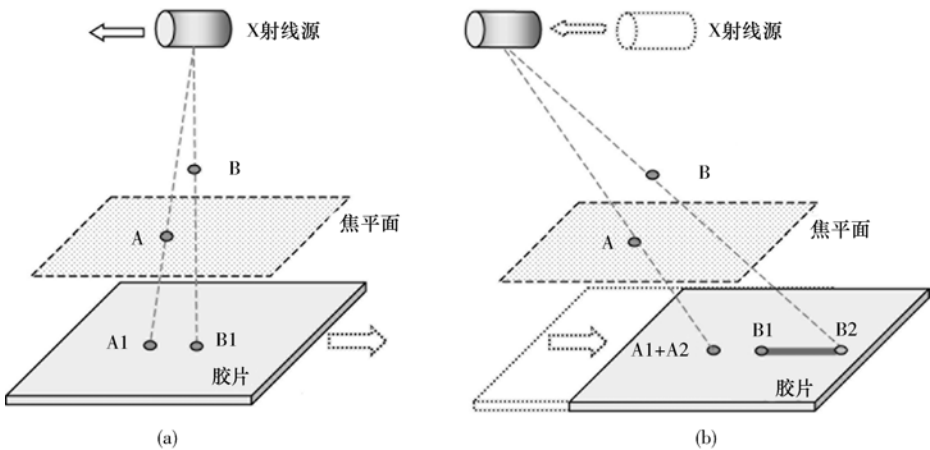


图 1.2 传统断层成像的原理

(a) X 射线源和胶片在第一位置上, A 点和 B 点生成的阴影 A1 和 B1; (b) X 射线源和胶片沿相反方向运动,使 A 点的阴影 A2 与阴影 A1 重合而 B 点的阴影 B2 与 B1 不重合

传统断层成像也存在一些问题。虽然理论上说传统断层成像的焦平面是一个真实的平面,然而紧靠焦平面的那些平面仅有轻微的模糊。如果要使用模糊量大小来评定某一点是否属于焦平面,则基于这样定义的“切片厚度”由“掠过角” α 决定,如图 1.3 所示。事实上切片厚度反比于 $\tan(\alpha/2)$,很明显 α 必须足够大才能得到合理的切片厚度。

传统断层成像的另一个问题是在垂直于 X 射线源和胶片移动的方向几乎没有模糊作用,其结果是只能对平行于 X 射线源运动方向的那些结构起作用,阴影边界的清晰度并没有像要求的那样明显减小,这些结构好像仅仅只是沿着运动方向拉长了。为了部分地弥补沿单一方向运动断层效果的不足,提出了多方向运动的断层成像技术^[2]。这些设备里, X 射线源和胶片同步地按照更加复杂的模式运动,例如圆周的、椭圆的、正弦的、内摆线的或螺旋线的轨迹。图 1.4 表示了一个椭圆运动模式的例子,使焦平面以外的结构



均匀地模糊。多方向运动断层成像的缺点是提高了造价、增加了成像时间和加大了病人所受 X 射线剂量。

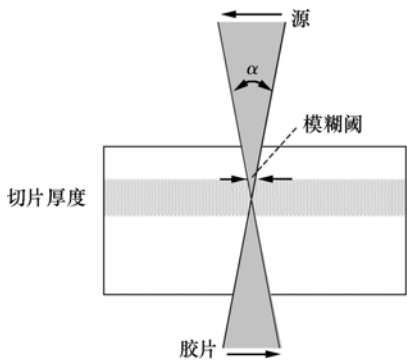


图 1.3 切片厚度是扫描角度的函数

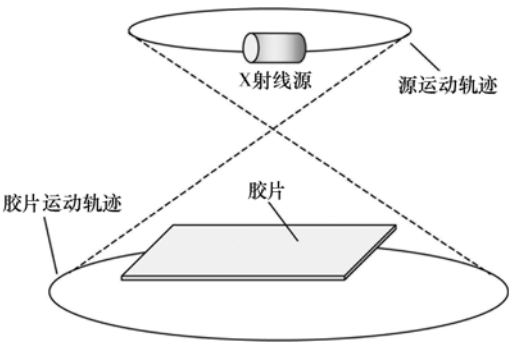


图 1.4 多方向运动断层成像技术

代替基于焦平面平行于病人长轴的设计,横向断层成像(也称为横轴断层或 TAT)定义了一个垂直于病人长轴的相交平面,如图 1.5 所示。这种设备中 X 射线源是静止的,与 X 射线胶片成一个很小的角 θ ,病人和胶片同步地按相同的方向和角速度旋转。由于 X 射线源、病人及胶片之间的相对几何关系不变,断层平面内的所有点的放大倍数是不变的(放大倍数定义为源和胶片阴影间距离与源和断层平面上对应点的距离之比)。

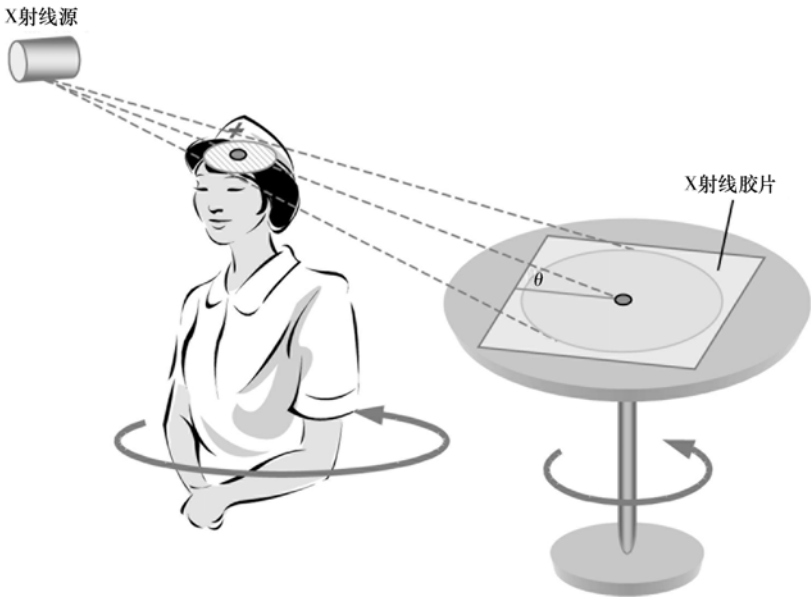


图 1.5 横向断层成像技术的原理图

在成像的过程中,断层平面内的结构保持着良好的聚焦,这是因为平面内的结构始终保持在视野中,并且这些结构生成的阴影位置相对于胶片不发生变化。另一方面,断层平面外的结构并不始终在视野内,而且在扫描过程中它们的阴影在胶片的周围运动,这样,这些阴影就不是那么锐利。严格地说断层平面实际上是一个体,其厚度随射线源的中心射线



和胶片之间的夹角 θ 而减小。因为 θ 受到很多实际因素的限制,断层体积的最小厚度也是有限的。例如 θ 非常小,胶片能探测到的 X 束流强度也极度减少,图像质量将由于量子噪声而变差。

虽然这些断层成像技术在生成感兴趣平面的图像方面取得某种程度的成功,却都有着最基本的限制,即它们并没有增加物体的反差,也不能从根本上去除焦平面以外的其他结构。可以看到传统断层成像技术能使重叠的结构变模糊,焦平面内结构更容易被识别,但是焦平面内不同结构之间的反差并没有得到增强。不仅如此,那些变模糊的重叠的结构又叠加到断层图像上,明显损害了图像的质量。加上病人接受到很大的 X 射线剂量,传统断层成像现在已经很少应用到临床上。

在结束本节之前必须指出,随着近年来数字平板技术的发展,把数字处理技术和传统断层成像的获取数据方法结合起来又引起人们新的兴趣^[4~5]。这种组合技术通常又被称为断层合成(tomosynthesis)。在诸如乳腺癌或肺癌的筛检等某些临床应用中,作为低 X 射线剂量检查的一种选择具有一定潜力。

1.2 计算机断层成像技术的历史

十分值得注意的是从投影重建图像的努力早在 1940 年已经开始^[6]。不用说,这些努力当时没有得到现代计算机技术的帮助。1940 年颁布的专利中, Gabriel Frank 描述了现代断层成像技术的基本思想^[7]。专利中包括了生成正弦图(表示不同投影视角下线性采样的测量数据)的设备图和光学反投影重建图像技术。反投影可以粗略地描述为如下的过程:沿着采样的路径,采样的强度是均匀的,第三章中可以看到关于这个问题的详细讨论。虽然按此方法生成的图像并不清楚,但是专利已经清晰地预想了断层成像设备的基本要求。

21 年以后,洛杉矶市的美国神经科医生 William H. Oldendorf 在非常类似后来用于计算机断层成像原理的基础上进行了一系列实验^[8]。他研究的目的是确定能否通过透射测量的方法鉴别出高密度结构中的内部结构。他的实验装置原理图如图 1.6 所示。模体由 10cm×10cm×4cm 的塑料方块和插在上面的铁钉组成,铁钉处在两个同心圆环上,模拟头颅骨的拱顶。另有一个铁钉和一个铝钉相距 1.5cm 放在离圆心较近的圆环上。模体安放在一辆模型列车上,沿一条轨道以比较慢的速度(88mm/h)用钟表电机拖动。整个设备放在一个旋转台上以 16r/min(转/分钟)的速度旋转,相对于移动旋转速度较快。被准直的碘¹³¹放射源提供一个笔形 γ 射线束照射该模体,并保持 γ 射线束始终穿过旋转中心。信号用碘化钠闪烁晶体和光电倍增管探测。

为了理解测量的性质,首先来考虑一下被测射线束受到调制后的强度。模体中每根钉子每旋转一周都要通过 γ 射线束两次。外围的钉子以 16r/min 的旋转速度引起透射束强度较快的变化形成高频信号,靠近旋转中心钉子的平移引起透射束强度较慢的变化形成低频信号。低频信号可以通过滤波的方法(Oldendorf 应用了一个 30s 时间常数的低通滤波器)从高频信号中分离出来。这次实验仅有一条穿过旋转中心的线能被重建出来。重建其他的线要求模体相对旋转中心做移动,由于完成每次扫描需要 1 个小时,同时没有合适的方法存储数据,没有试图对二维结构进行重建。

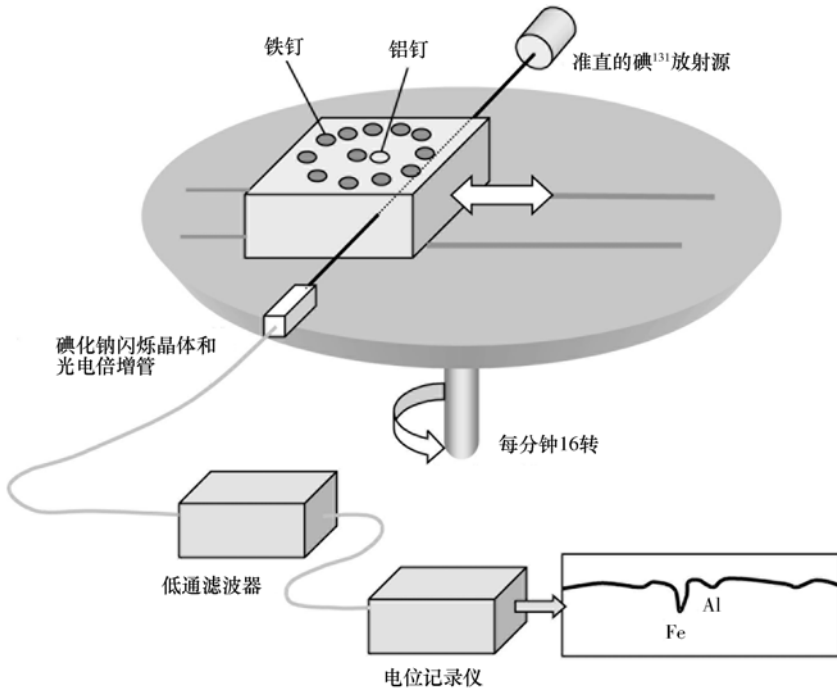


图 1.6 Oldendorf 实验的原理图

1963 年, Kuhl 和 Edward 应用放射性同位素提出了横向断层成像方法。以后该方法进一步发展和改进成为今天的发射计算机断层成像(ECT)^[9]。用两个相对放置的辐射探测器以均匀的步长和角度间隔获取一系列扫描的数据, 在每个角度, 对应探测器的每个线性位置的定位和取向, 胶片通过阴极光管表面时对一窄束光线曝光。这在本质上就是反投影操作的模拟形式。该操作按 15° 的增量重复进行(从而胶片旋转的同时将反投影视线累加)。在以后的实验中胶片被计算机反投影过程替代, 这些努力的不足之处是没有精确的重建技术。

从多个投影数据重建图像的数学公式表示必须回溯到澳大利亚数学家雷当, 1917 年他用数学证明从无限多投影数据可以复制出原来的物体。这个概念在 1956 年首先被 R. N. Bracewell 用于由一系列穿过太阳表面的辐射测量数据绘制太阳微波辐射分布^[10]。1956~1958 年间有若干篇俄罗斯的论文将断层图像重建问题作为雷当反变换问题进行了精确的表述^[11~13]。这些基于电视系统的论文讨论了与具体实现有关的问题并提出了完成重建的方法。虽然这些算法的效率不高, 但却提供了令人满意的性能^[14]。

Allan M. Cormack(科马克)报道了可能是第一台实际建成的计算机断层(CT)扫描机的研究结果^[15]。他的工作可以追溯到 1955 年, 在他辞去自己的医学物理工作(那时他是 Capetown 惟一的核物理学家)以后, 在 Groote Schuur 医院要求他每周花一天半时间从事同位素应用的工作。在分析辐射治疗计划时, Cormack 意识到了了解 X 射线吸收系数在人体内分布的重要性, 他想要重建出组织的吸收系数以提高辐射治疗的精确性。在 1956 年末休假期间, 在 Harvard 大学, 他推导了图像重建的数学理论, 1957 年回到南非后又用实验模拟检验了他的理论。他使用了一个直径 20cm、厚 5cm 的圆盘, 该圆盘的中心是一个直径



1. 13cm 的纯铝圆柱体,四周是一个铝合金圆环。圆盘外面再包上一个橡木圆环。辐射源为准直的 ^{60}Co ,探测器使用了一个盖革计数管。圆盘以 5cm 的步长平移通过 γ 射线形成线扫描,由于圆对称性,圆盘只在一个角度位置做平移扫描(其他角度的线扫描应当是相同的)。应用这样的重建技术计算出了铝和木头的吸收系数。

1963 年他在 Tufts 大学(1957 年他开始到该校物理系工作)用不对称的铝-塑料模体重复了他的试验。这个模体外圈是一个铝圆环象征骨骼,内部填充树脂表示软组织,在树脂内的两个圆盘代表肿瘤。仍然用准直的 γ 射线束作为射线源,在 180° 范围内以 7.5° 的增量做 25 次线性扫描。两次试验的结果分别发表于 1963 年和 1964 年。令人遗憾的是,那时很难进行必要的计算,几乎没有人注意到他的工作。Cormack 在他获得诺贝尔奖的讲演中专门提到:“事实上是毫无反应。最有趣的是来自瑞士雪崩研究中心关于再版的要求,他们说如果能够把探测器和射线源放到山上的雪里,这种方法说不定能用于测定山上的积雪!”

英国 EMI 的中心研究实验室的 Godfrey N. Hounsfield(豪斯费尔德)于 1967 年开始了第一个临床 CT 扫描机的研制。在研究模体识别技术的同时,他和 Cormack 相互独立地得到了可以由测量穿过人体不同方向的 X 射线数据重建人体内部结构的结论^[16]。Hounsfield 的初步计算指出应用这种方法切片内 X 射线吸收系数的测量精度可以达到 0.5%,比起传统射线照相,这差不多改进了上百倍。

第一个实验室扫描机于 1967 年建成,如图 1.7 所示。样品每旋转 1° 做一次线性扫描(在每次线性扫描时样品保持静止)。由于镅源的 γ 射线强度较低,需要九天时间才能完成数据采集,产生一幅图像。与 Cormack 用的重建方法不同,求解 28 000 个联立方程式需要一台计算机计算两个半小时(对此重建技术将在 3.4 节详细讨论)。在应用插值方法、更高强度的 X 光管以及用光电倍增管的闪烁探测器以后,扫描时间减少到 9 个小时,测量精度也从 4% 提高到 0.5%。

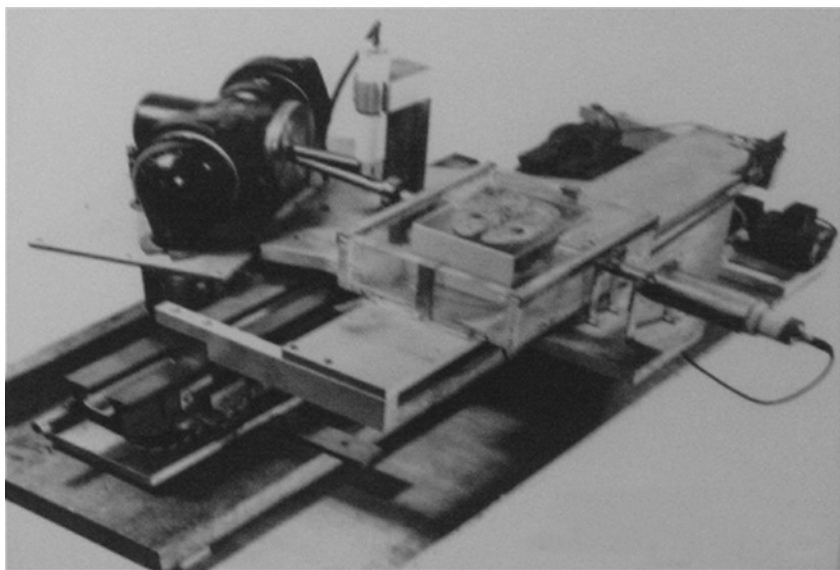


图 1.7 1966 年 Hounsfield 在 EMI 的中心研究实验室进行早期 CT 实验的扫描机,好像一台车床



在进一步改进了数据获取和重建技术后,第一台可供临床应用的 CT 设备于 1971 年 9 月安装在 Atkinson-Morley 医院,4 分半钟即可生成图像。1971 年 11 月 4 日第一次对长了一个很大囊肿的病人做了扫描,图像上可以清晰地看到病灶^[17]。图 1.8 是在第一台临床 CT 设备上做头部扫描的情景,图 1.9(a)显示了使用这台扫描机首次获得的临床头部图像中的一幅。由于他们在计算机断层成像方面所做的开创性工作,1979 年,Cormack 和 Hounsfield 共同获得了诺贝尔生理医学奖。



图 1.8 在第一台临床 CT 扫描机上做病人的头部扫描(照片由 ImPACT 提供并允许复制)

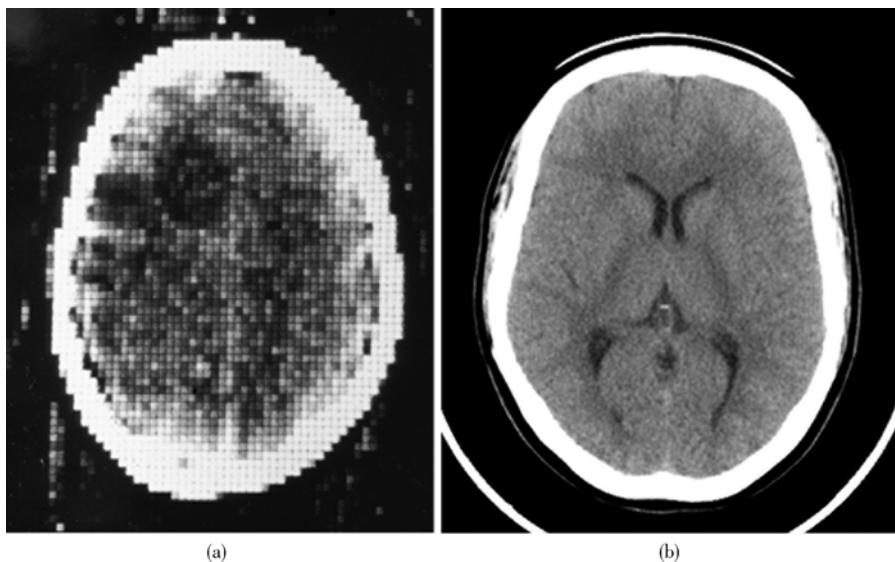


图 1.9 头部 CT 图像比较(图由 ImPACT 提供并允许复制)
(a) 在第一台 CT 扫描机上得到的图像;(b) GE LightSpeed Scanner 2001



值得注意的是,人类并不是这项惊人发明的惟一“受益者”,多年来 CT 扫描被用来扫描树木、动物、工业零件、木乃伊等等以及几乎所有 CT 机架里放得下的任何东西。作为例子,图 1. 10(a) 和 (b) 所示的是扫描动物园中大猫的情景。考虑到 CT 通常又被称为 CAT(计算机辅助断层成像),用 CAT 扫描猫(译者注:猫的英语就是 cat)似乎是颇为合适的。

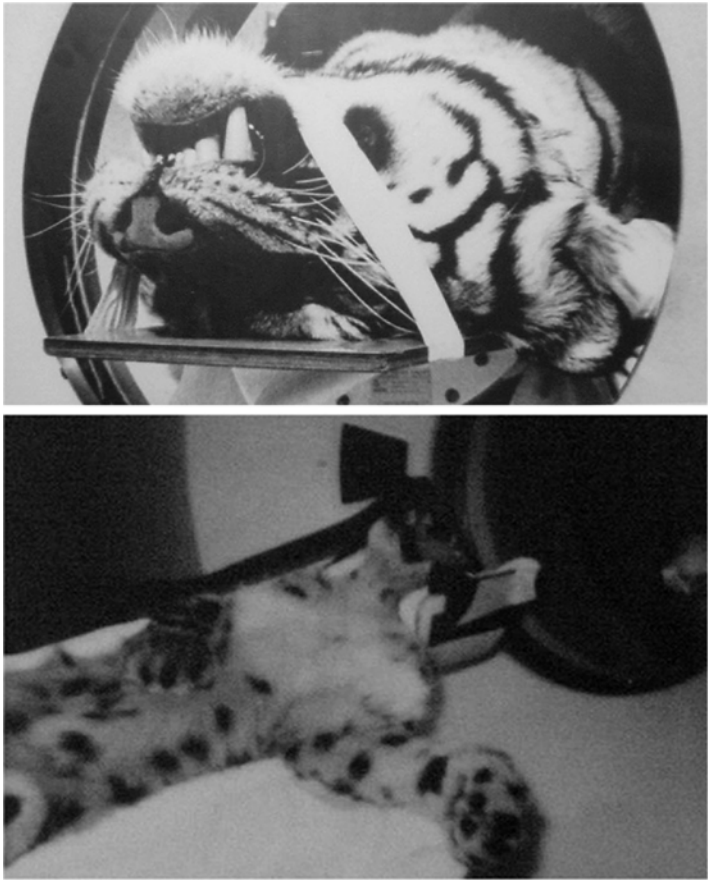


图 1. 10 医用 CT 的其他应用(用 CAT 扫描猫)

自从第一台临床扫描机采用以来,CT 技术取得了巨大的进展。图 1. 9(b)所示用现代扫描机获得的 CT 头部图像说明了这一点,空间分辨率和低噪声分辨能力的提高是显而易见的。另一个简单的说明是获取一个切片所需的时间,这也是评定设备性能的重要标准。为了覆盖整个体积,连续切片时的间隔应当大体上等于切片厚度,单层切片的扫描时间等于实际获取时间加上切片之间的时间间隔,虽然机架运动速度、重建时间或 X 光管功率等参数可以选择,但是每层的扫描时间还是覆盖某一固定体积所需时间最直接的指示。图 1. 11 画出了 CT 设备三十年来报道的扫描时间。为了更清楚地表示,这里使用了对数坐标。对数坐标上的一条直线拟合了用方块表示的采样点,可以注意到扫描时间随年代按指数关系减少,从而增加了体积覆盖速度。拟合直线的斜率大体上等于 1. 34。这张曲线图说明每层的扫描时间在近三十年来以每年 1. 34 倍的速度减少。

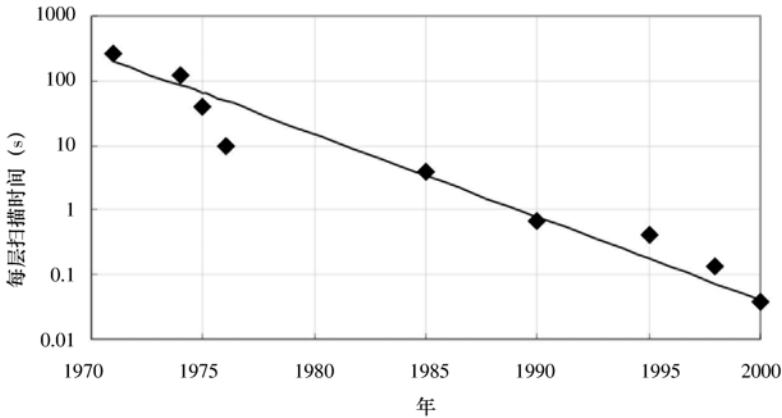


图 1.11 每层扫描时间随时间的变化(不包括 EBCT)
每年以 1.34 的因子按指数规律减少

1.3 CT 扫描机的发展

上一节简单回顾了 CT 的历史。本节将概括地回顾近三十年来 CT 在技术上的进步,作为总体评论将不对各个具体型号之间优缺点做详细的比较,我们将在本书以后的章节中合适的时候对此问题作深入的讨论。例如在第六章中作为伪像分析的部分可以看到许多相关的讨论。

1971 年,在 EMI 建成的扫描机的类型被称为第一代 CT。在第一代扫描机中同一时间内只有一个笔形束被测量。在 EMI 最初的头部扫描机中 X 射线被准直为宽 3mm(沿扫描平面)、长 13mm(垂直于扫描平面)的窄射线束。X 射线源和探测器沿直线平移获取单个的测量数据,当初的扫描机在扫描场内收集 160 个测量数据,完成每次直线测量后,X 射线源和探测器一起旋转 1°到达下一个角位置,开始下一套数据测量,如图 1.12 所示。

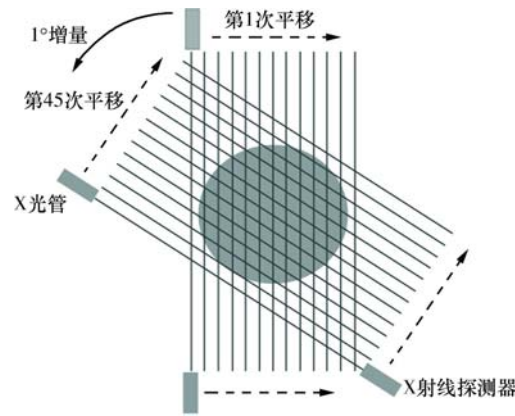


图 1.12 第一代 CT 扫描机的几何条件

在任何瞬间只进行一个单独的测量,X 射线源和探测器沿直线平移覆盖整个对象后,整个仪器旋转 1°重复上述的扫描

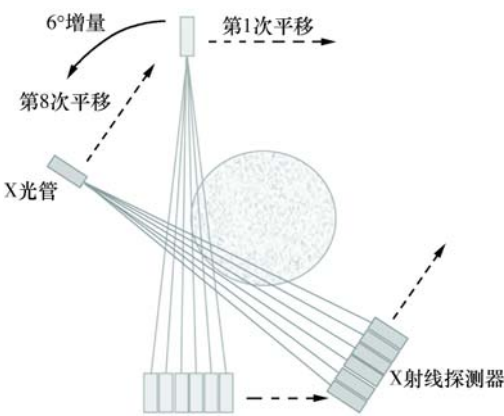


图 1.13 第二代 CT 扫描机的几何条件

在任何瞬间从 6 个不同角度测量,X 射线源和探测器仍然需要直线移动,可是 X 射线源和探测器每次可以旋转 6°



虽然第一代扫描机的临床检查结果还可以接受,但是在长达 4 分半钟的数据获取过程中病人的运动引起的图像质量问题是严重的^[18]。数据获取时间必须减少,这就导致图 1.13 所示第二代设备的出现。虽然仍是一台平移-旋转扫描机,然而由于利用了多个笔形束使所需旋转的步数减少了。图中所示的是一个应用 6 个探测器模块的设计,笔形束之间的角度是 1° ,这样每次移动扫描可以获取 6 个不同角度的投影数据,一次获取投影数据后 X 射线源和探测器可以旋转 6° ,这就意味着数据获取时间减少到原来的 $1/6$ 。在 1975 年末 EMI 推出了一台 30 个探测器的扫描机,能够在 20s 以内完成一次扫描。由于扫描间隔已经落入了多数病人可以屏住气的范围,所以这对于人体扫描是一个重要的里程碑。

最流行的扫描类型是图 1.14 描述的第三代 CT。这种结构将大量探测器布置在以 X 射线源为中心的圆弧上,探测器的尺寸应该足够大使得整个检测对象始终落在探测器的视场内。X 射线源和探测器在整个设备围绕病人旋转时保持相对静止。直线移动的取消显著减少了数据获取时间。

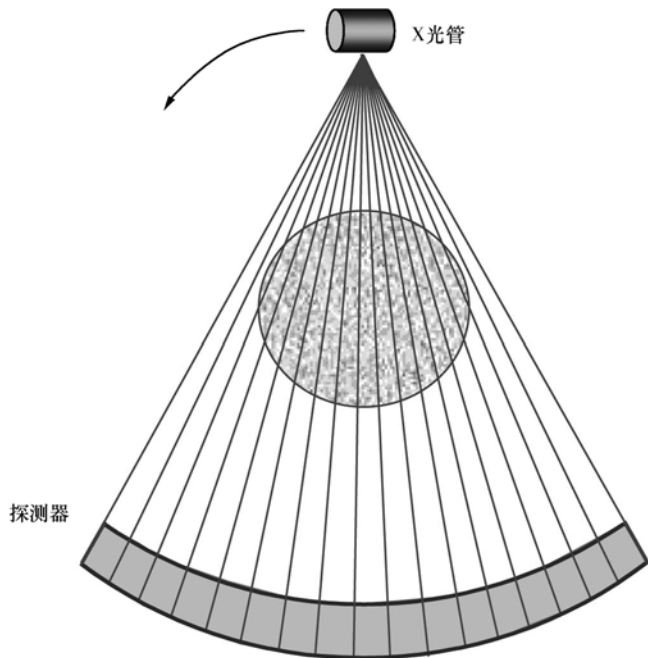


图 1.14 第三代 CT 扫描机的几何条件
在任何瞬间整个对象被 X 射线源照射,X 射线源和探测器在
整个设备围绕病人旋转时保持相对静止

早期的第三代扫描机,X 光管电源和探测器信号都是经过电缆传输的。电缆长度的限制使得在获取相邻的切片数据时机架只能或顺时针或逆时针地旋转,典型重量数百磅的机架的加速和减速过程限制了扫描速度大约每周 2s 左右。近代的机型使用了滑环传输电源和数据,由于机架在连续扫描过程中以恒定速度旋转,扫描时间减少到 0.5s。滑环技术的引入也是螺旋 CT 得以实现的关键(这个课题将单独作为一章)。因为第三代技术内在的优点,几乎目前市场上最新的扫描机都用第三代。

在设计第三代 CT 时若干潜在的技术遭到挑战,如探测器稳定性和采样不足引起的混



叠现象等,导致第四代概念的研究,如图 1.15。这种设计中探测器形成一个闭合的圆环,在整个扫描过程中 X 光管围绕病人旋转,而探测器保持静止。与第三代扫描方式不同,当 X 射线束扫过检测对象时,每个投影仅仅由一个探测器的测量信号形成。其投影形成了以探测器为顶点的扇形,如图 1.15 中阴影部分所示(在第三代扫描方式,每个投影形成一个以 X 射线源为顶点的扇形)。第四代扫描的优点之一是相邻采样的间隔惟一地取决于所用的测量速率。这与第三代扫描正好相反,第三代方式采样间隔是由探测单元尺寸决定的。高一些的采样密度可以消除潜在的混叠伪像。此外,由于所有探测单元在旋转过程中有些位置直接暴露在 X 射线源而没有任何吸收,就可以在扫描过程中对这些探测器动态地重新标定,从而显著地降低了对探测器稳定性的要求。

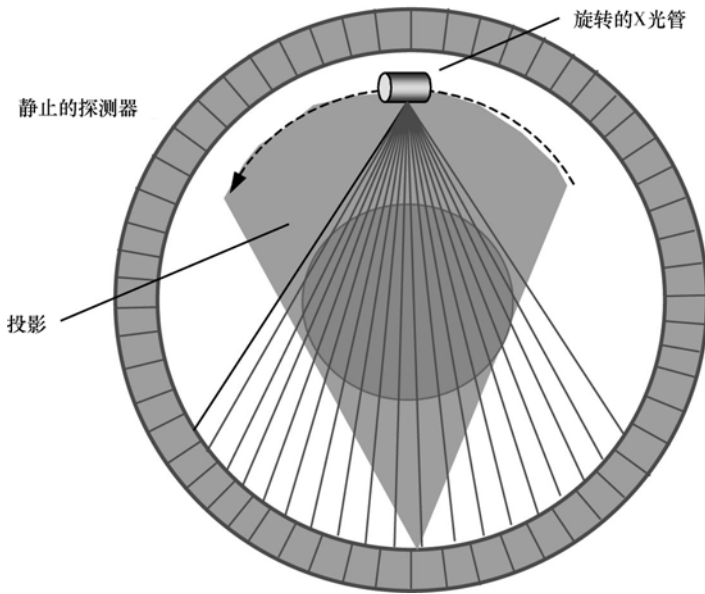


图 1.15 第四代 CT 扫描机的几何条件

在任何瞬间, X 射线源照射到图中由实线表示的 X 射线扇形束内的探测器,实际上一个投影是由单个探测器在一段时间的测量数据组成,如图中扇形阴影区所示

第四代设计的潜在缺点是散射辐射。由于每个探测单元以很大的张角接收 X 线光子,不能用后准直器来实际有效地去除散射影响。虽然可以使用一组参考探测器或软件算法等其他散射校正方案,然而随着多层 CT 或容积 CT 的引入,校正的复杂性可能会显著增加。

更难以克服的困难问题是要求探测器的数量能够形成完整的环。因为探测器要在一个很大的圆周上环绕病人(以保持合理的射线源-病人的间距),探测单元的数量和相关的数数据获取电子电路就要相当大。例如一个现代的单层第四代扫描机要求用 4800 个探测器。对于多层扫描机这个数字还要大得多。从经济和实用两方面考虑,第四代扫描机很可能会逐步被淘汰^[6]。

电子束扫描机,有时也叫做第五代扫描机、EBCT 或 EBT,于 1980 年到 1984 年建造,用于心脏检查^[19]。为了“冻结”心脏运动,采集一套完整的投影数据必须在 20~50ms 内完



成。很明显由于加在 X 光管和探测器上的巨大地球引力,对于传统的第三或第四代类型的扫描机是十分困难的。在电子束扫描机中,射线源的旋转是由电子束扫描运动(代替 X 光管的机械运动)来完成的。图 1.16 是电子束扫描机的简化原理图。底部的圆弧(210°)代表多靶迹的阳极。高速电子束由精心设计的线圈聚焦并控制其偏转沿靶环扫描,类似一个阴极光管。整个装置密封在真空中。扇形 X 射线束被准直到一组探测器,用顶部 216°的圆弧表示。探测器环和靶环相互错开不共平面,其搭接部分形成一个空间。当使用多重靶迹和探测器环时,可以在病人长轴方向覆盖 8cm 的长度用于心脏扫描。因为系统没有机械部件的运动,扫描时间可以达到 50ms。然而考虑到噪声问题,常常用多次扫描平均后得到最后的图像。关于电子束扫描机更详细的介绍可以查看参考文献 20。

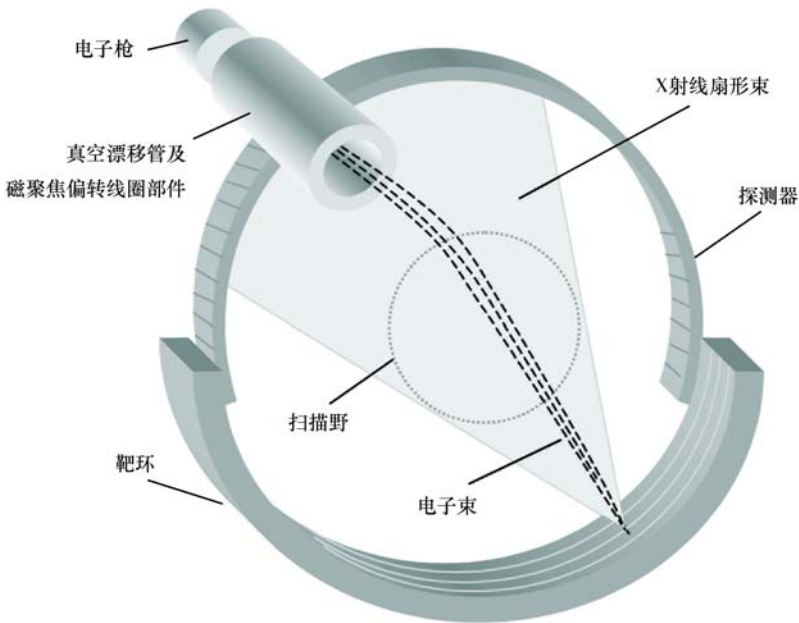


图 1.16 电子束扫描机的几何条件

参 考 文 献

- [1] Webster's New World Dictionary of the American Language, ed. D. B. Guralnik, 2nd college edition, William Collins and World Publishing Co., Cleveland (1974).
- [2] C. L. Morgan, *Basic Principles of Computed Tomography*, University Park Press, Baltimore (1983).
- [3] A. E. M. Bocage, Procédé et dispositifs de radiographie sur plaque en mouvement. French patent 536, 464.
- [4] R. J. Warp and J. T. Dobbins III, "Applications of matrix inversion tomosynthesis," *Proceedings of SPIE*, **3977**, (2000).
- [5] G. M. Stevens, R. Fahrig, and N. J. Pelc, "Filtered backprojection for modifying the impulse response of circular tomosynthesis," *Med Phys*, **28**(3), pp. 372 – 380 (2001).
- [6] L. W. Goldman, "Principles of CT and the evolution of CT technology," in *Categorical Course in Diagnostic Radiology Physics: CT and US Crosssectional Imaging*, ed. L. W. Goldman and J. B. Fowlkes, RSNA, Oak Brook (2000).



- [7] S. Webb, "Historical experiments predating commercially available computed tomography," *Br. J. Rad.* , **65**, pp. 835 – 837 (1992).
- [8] W. H. Oldendorf, "Isolated flying spot detection of radiodensity discontinuities: displaying the internal structural pattern of a complex object," *IEEE Trans. Biomed. Elect.* , **8**, pp. 68 – 72 (1961).
- [9] D. E. Kuhl and R. Q. Edwards, "Reorganizing data from transverse section scans of the brain using digital processing," *Radiology*, **91**, pp. 975 – 983 (1968).
- [10] R. N. Bracewell, "Strip integration in radiation astronomy," *Australian Journal of Physics*, **9**, pp. 198 – 217 (1956).
- [11] S. I. Tetelbaum, "About the problem of improvement of images obtained with the help of optical and analog instruments," *Bull Kiev Polytech Inst.* , **21**, pp. 222 (1956).
- [12] S. I. Tetelbaum, "About a method of obtaining volume images with the help of x-rays," *Bull Kiev Polytech Inst.* , **22**, pp. 154 – 160 (1957).
- [13] B. I. Korenblyum, S. I. Tetelbaum, and A. A. Tyutin, "About one scheme of tomography," *Bull Inst. Higher Educ. Radiophys.* , **1**, pp. 151 – 157 (1958).
- [14] H. H. Barrett, W. G. Hawkins, M. L. G. Joy, "Historical note on computed tomography (letter)," *Radiology*, **147**, pp. 172 (1983).
- [15] A. M. Cormack, "Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications," *J. Appl. Phys.* , **34**, pp. 2722 – 2727 (1963).
- [16] N. Hounsfield, "Historical notes on computerized axial tomography," *J. Can. Assn. Rad.* , **27**, pp. 135 – 142 (1976).
- [17] J. Ambrose, "A brief review of the EMI scanner," *Proc. Br. Inst. Radiol.* , **48**, pp. 605 – 606 (1975).
- [18] D. Schellinger, G. Di Chiro, S. Axelbaum, H. L. Twigg, and R. S. Ledley, "Early clinical experience with the ACTA scanner," *Radiology*, **114**, pp. 257 – 261 (1975).
- [19] D. P. Boyd, R. G. Gould, J. R. Quinn, R. Sparks, J. H. Stanley, and W. B. Herrmannsfeldt, "A proposed dynamic cardiac 3-D densitometer for early detection and evaluation of heart disease," *IEEE Trans. Nucl. Sci.* , **26**, pp. 2724 – 2727 (1979).
- [20] C. H. McCollough, "Principles and performance of electron beam CT," in *Medical CT and Ultrasound: Current Technology and Applications*, ed. L. W. Goldman and J. B. Fowlkes, Advanced Medical Publishing, Madison, WI, pp. 487 – 518 (1995).

第二章 预备知识

本章涵盖了两个主题:数学基础和 X 射线物理基础。目的是对本书用到的重要数学工具和 X 射线物理背景知识提供一般性回顾。本章主要作用是帮助复习以前学过的知识。对于以前没有接触过这些话题的读者,在本章结尾给出了推荐的参考材料清单,以便进行深入的学习。

虽然这些内容也可以在以后碰到时放到相应的章节,但是其中很多内容在书中多次出现在不同的地方。考虑到这些内容分布在不同章节,还是在此给读者提供了一个方便快捷的参考。

2.1 数学基础

2.1.1 傅里叶变换和卷积

函数 $f(x)$ 的一维傅里叶变换定义为

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi ux} dx, \quad (2.1)$$

其中 $j = \sqrt{-1}$ 。在该等式中, $e^{-j2\pi ux} = \cos 2\pi ux - j \sin 2\pi ux$ 。将该表达式代入等式 (2.1), 一维傅里叶变换也可以表达为

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos 2\pi ux dx - j \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin 2\pi ux dx. \quad (2.2)$$

当 $f(x)$ 为实数, 等式 (2.2) 的实部是频率 u 的偶函数, 虚部是频率 u 的奇函数。基于复共轭的定义, 任何实函数的傅里叶变换具有以下性质:

$$F(-u) = F^*(u), \quad (2.3)$$

其中 $*$ 表示复共轭。该性质经常称为厄米特 (Hermitian) 对称性。因为被测量 CT 投影 $p(x)$ 总是一个实函数, 所以其傅里叶变换总具有厄米特对称性。当 $f(x)$ 是 x 的实偶函数时, 发生一个有趣的特殊情形, 可以证明傅里叶变换 $F(u)$ 也是 u 的实偶函数。

傅里叶逆变换定义为

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{j2\pi ux} du. \quad (2.4)$$

可以看到等式 (2.1) 和 (2.4) 形成一对变换。从这些定义, 可以容易地得到一维傅里叶变换对的几个性质。关于细节, 感兴趣读者可以参考几个教材^[1~3]。下面我们给出这些性质, 不加证明:

(1) 线性: 若 $f(x) = af_1(x) + bf_2(x)$, 则 $F(u) = aF_1(u) + bF_2(u)$ 。这里 $F_1(u)$ 和 $F_2(u)$ 分别是 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的傅里叶变换。该性质表明两个函数的线性组合导致它们傅里叶变换的线性组合。

(2) 尺度变换: $f(ax)$ 傅里叶变换为 $(1/a)F(u/a)$ 。该性质说明一个函数尺度的扩展导



致频率的压缩和幅值的放大。一个简单例子在图 2 1 中显示。

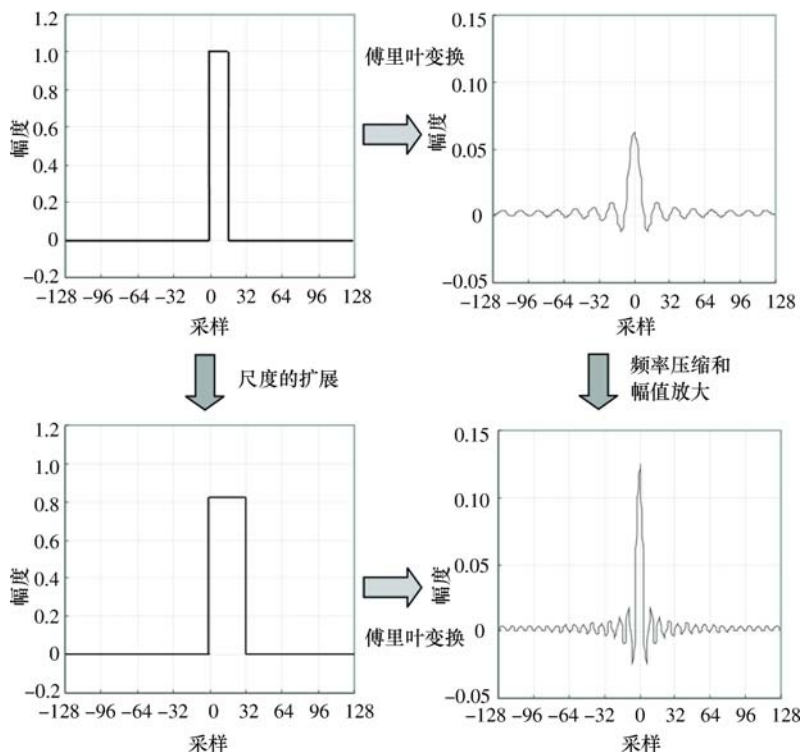


图 2.1 空间域中初始函数尺度的扩展导致频率域中频率的压缩和幅值的放大

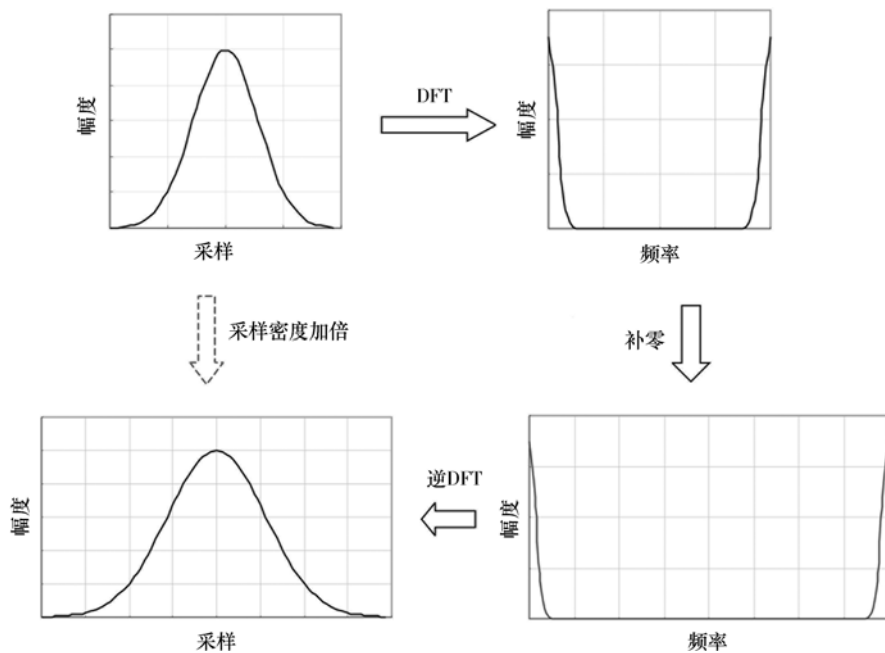


图 2.2 通过在频率域中补零,使空间域中采样密度加倍的图解



在傅里叶变换的离散实现(称为离散傅里叶变换或 DFT)时,一种经常用来增大空间域(或时间域)信号采样密度的技术就是在傅里叶域中补零。具体过程如下。首先执行原始信号的傅里叶变换。原始信号包含 N 次采样时,它相应的 DFT 也包含 N 次采样。如果需要把原始采样密度提高到原来的 K 倍,在进行傅里叶逆变换前,我们对傅里叶变换补 $(K - 1)N$ 次零,这样原始信号就扩大为 KN 次采样,如图 2.2 所示。

(3) 位移性质: $f(x - x_0)$ 的傅里叶变换为 $e^{-j2\pi ux_0} F(u)$ 。这表明,空间域中函数的位移等价于傅里叶域中的相移。该性质在数据重采样或插值时相当有效。它经常是空间域插值的首选插值方法。图 2.3 显示了一个将原始数据平移了 3.2 个采样间隔的例子。

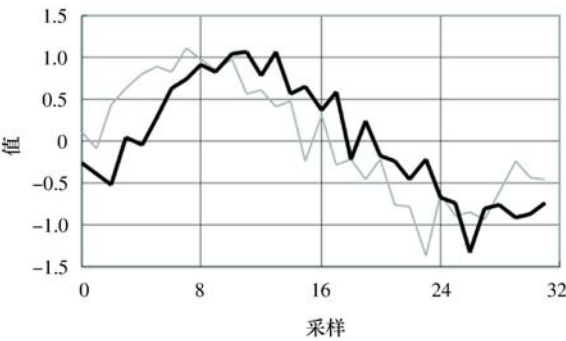


图 2.3 在傅里叶域中伴随相移的数据重采样
细灰线:原始采样;粗黑线:平移了 3.2 个采样间隔

(4) 微分: $f(x)$ 的微分 $df(x)/dx$ 的傅里叶变换,是 $j2\pi uF(u)$ 。

(5) 能量守恒: $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |F(u)|^2 du$

傅里叶变换的另一有用性质是它在卷积过程的应用。两个函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的卷积定义为

$$g(x) = f_1(x) * f_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x') f_2(x - x') dx'. \tag{2.5}$$

概念上,卷积运算可通过一系列运算来实现。我们首先在 $x' = 0$ 处翻转函数 $f_2(x')$,得到函数 $f_2(-x')$,如图 2.4 所示。然后函数沿 x 轴连续平移数量 x ,得到 $f_2(x - x')$ 。两个函数乘积 $f_1(x') f_2(x - x')$ 下面的面积指定为两个函数在位置 x 的卷积。

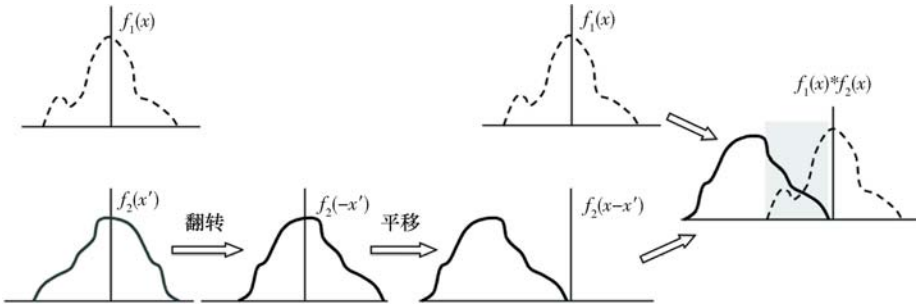


图 2.4 函数 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$ 卷积过程图解
 $f_2(x)$ 首先翻转,并相对于 x 轴平移。最终卷积表示两个函数乘积下面的面积



如果对等式(2.5)进行傅里叶变换,可得到

$$G(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x') f_2(x-x') dx' \right] e^{-j2\pi ux} dx = F_1(u) F_2(u). \quad (2.6)$$

等式(2.6)说明了,两个函数卷积的傅里叶变换,等于两个函数各自傅里叶变换的乘积。

如果原始空间域函数 $f(x, y)$ 是二维的,通过在第二维中包含傅里叶变换,傅里叶变换可以容易地推广到二维:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy. \quad (2.7)$$

傅里叶逆变换可以用类似的方式定义:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv. \quad (2.8)$$

一维傅里叶变换的所有性质都可以推广到二维情形。

2.1.2 随机变量

对于随机变量 x' , 它的累积分布函数(cumulative distributive function) $P(x)$ 定义如下,它在每一点 x 的值等于 x' 的随机观测结果小于或等于 x 的概率。数学上表达为:

$$\Pr\{x' \leq x\} = P(x). \quad (2.9)$$

概率密度函数 $p(x)$ 定义为

$$p(x) = \frac{dP(x)}{dx}. \quad (2.10)$$

显然,累积分布函数 $P(x)$ 就是概率密度函数 $p(x)$ 从 $-\infty$ 到 x 的积分:

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x') dx'. \quad (2.11)$$

随机变量 x' 落在任意区间 a 和 b 之间的概率是概率密度函数 $p(x)$ 从 a 到 b 下面的面积:

$$\Pr\{a < x' \leq b\} = \int_a^b p(x) dx = P(b) - P(a). \quad (2.12)$$

图形表示如图 2.5。概率密度函数 $p(x)$ 下面的阴影面积(左图)等于累积分布函数上两点之差(右图)。因为随机观测 x 总能得到一个值,故

$$P(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1.$$

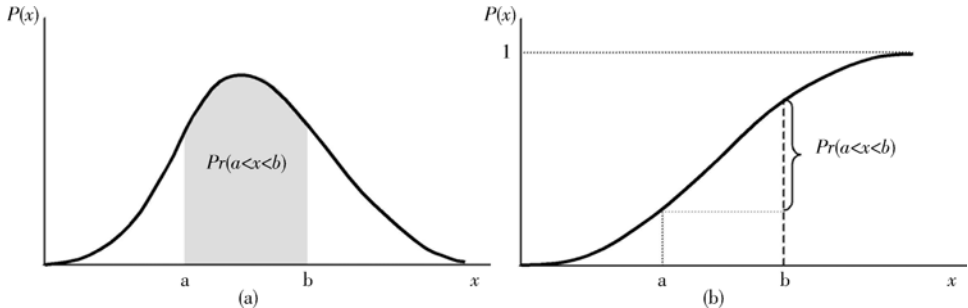


图 2.5 图解(a) 用概率密度函数 $p(x)$ 表示随机变量 x 落在区间 a 和 b 之间的概率;

(b) 累积分布函数 $P(x)$



随机变量的期望值或均值 $\bar{x}$ 的定义是

$$E(x) = \bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx. \quad (2.13)$$

随机变量的方差 σ^2 的定义是概率密度函数相对于均值的二次矩:

$$\sigma^2 = E(x - \bar{x})^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx. \quad (2.14)$$

σ 通常称为 x 的标准差。一个广泛使用的分布函数是正态分布(也称为高斯分布),它的概率密度函数为

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad (2.15)$$

其中 μ 为均值。该分布 in 应用和理论统计中都具有特别的重要性。

对于与 X 光子有关的统计,经常用到泊松分布。与前面的讨论不同,这里泊松分布是一个离散分布,其变量只在非负的离散整数上取值。例如,在 X 光子统计中,泊松分布代表在一个固定时间间隔内观察到 x 个光子的概率。分布表示为

$$\text{Pr}(x) = \frac{m^x e^{-m}}{x!}, \text{ 其中 } x = 0, 1, 2, \dots \quad (2.16)$$

可以得出,泊松分布的均值和方差等于 m 。要了解这个主题的详细论述,感兴趣读者可以参考文献 4~6。

2.1.3 线性代数

一个 $m \times n$ 的矩阵 A 是一个 m 行 n 列排列的矩形数组:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

矩阵 A 的转置用 A^T 表示,是一个 $n \times m$ 矩阵,通过依次把 A 的行写为列而得到:

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

矩阵的一个特例是方阵($m = n$)。方阵在医学成像中有广泛应用。例如,大多数 CT 图像以 512×512 个像素重建,并可用一个方阵表示。

对角矩阵是一个非对角线元素都为 0 的方阵:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

对于一个对角矩阵,如果 $a_{ii} = 1 (i = 1, 2, \dots, n)$,该矩阵称为单位矩阵或幺矩阵,通常用 I_n 表示。