# 算学宝鉴校注

〔明〕王文素／原著

刘五然 等／校注

科学出版社
www.sciencep.com

# 算学宝鉴校注

〔明〕王文素　/原著
刘五然　郭　伟　/校注
潘有发　王希良

科学出版社
北　京

## 内 容 简 介

《算学宝鉴》42 卷,明王文素撰。其内容涉及各种乘除捷法、口诀及比例和比例分配、各种算术难题、盈亏算法、面积、体积、勾股测望、开方、高次方程、线性方程组、高阶等差级数求和,以及一次同余方程组、百鸡术等不定问题解法等中国传统数学的各个方面。它是我国较早的以珠算盘为主要计算工具的著作,也是清《数理精蕴》以前篇幅最大的一部数学著作。全书术、法、草、图详明,是了解明代数学的珍贵史料,许多方法和思想对今天的数学研究和数学教学也有启迪作用。校注者对全书详加标点,对抄本中的讹脱舛误进行校勘,同时引经据典,对其中的典故进行注解,还运用现代数学知识和符号对其数学内容加以阐释。

本书适宜于中国数学史、珠算史和明史研究工作者,中小学数学教师及文化史爱好者参考、阅读。

**图书在版编目(CIP)数据**

算学宝鉴校注/刘五然等校注. —北京:科学出版社,2008

ISBN 978-7-03-021925-1

Ⅰ. 算… Ⅱ. 刘… Ⅲ. ①古典数学 - 中国 - 明代②算学宝鉴 - 注释 Ⅳ. O112

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 066598 号

责任编辑:胡升华 郭勇斌 / 责任校对:包志虹

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:张 放

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 8 月第 一 版 开本:787 × 1092 1/16

2008 年 8 月第一次印刷 印张:37

印数:1—2 000 字数:805 000

**定价:128.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换〈科印〉)

# 算学宝鉴校注

## 跋文後記

# 序　一

明代200多年间，流传下来的数学著作多矣，但像王文素《新集通证古今算学宝鉴》（以下简称《算学宝鉴》）这样的著作是绝无仅有的。它是明代一部杰出的数学著作，水平居明代的数学作品之冠。但遗憾的是它没有出版，目前所见乃是一部抄本，还有一个该抄本的影印本。可以设想：该书当时如出版流传，明代数学水平必会上一个台阶。

这部长达42卷的大作，从内容到文字使阅读者倍感困难。在这种情况下，注释出版是绝对合适的。这书虽已有400多年的历史，失去当时传播数学的意义，但在今天却有重要的历史价值。

《算学宝鉴》几乎包括当时已有的全部数学知识。从中国传统数学观点来看，其内容主要是计算问题，是以计算为中心的著作。正因为如此，书中涉及其他明代初期数学著作中极少提及的珠算内容。但是该书不是珠算专著。这部著作绝对不是像“白水”一样的作品，而是“新集通证古今”的大作，特别是在计算方面创作很多，例如，有人统计约有八九项成就，其中“表算”他处不见，用于解方程等很快捷，是其创造之一。

书中有大量诗歌、口诀，或是沿用前人旧作，或是新编，对于传播数学知识大有好处。不过单独的诗歌、口诀，不太好理解，应有辅助性解释、说明。

这部抄本《算学宝鉴》中有不少错误和不好理解之处，幸有现在摆在读者面前的这部校证本《算学宝鉴》，做了较详细的注释，对书中之错误和难懂之处，都给予了改正和细致的解释，使读者可较容易地清楚其数学内容。有的注释很长，有点像三国时刘徽注《九章算术》“割圆术”的注。还有一些例子，也很长很详细，对读者来说自然很方便。

《算学宝鉴》的内容十分丰富，我们今天学习研读它，不仅能了解古人的数学知识，而且还可窥见400多年前王文素数学修养之深厚和闪烁的创作精神。这是今人应当向王文素学习之处。虽然是历史，但却有启发我们今人奋发向上的作用。我希望读此书之读者抓住其精神实质，开拓前进，创造出新的数学内容。是为序。

李　迪

丙戌年（肖狗）七月二十一日

（公元2006年8月14日）于寓所

# 序　二

刘五然、郭伟、潘有发、王希良等先生，穷数年努力，筚路蓝缕，披览群书，旁征博引，专心致志，完成《算学宝鉴》校注，付梓面世，为中国数学史和珠算史做了一件大好事，值得庆贺。

《算学宝鉴》，全名《新集通证古今算学宝鉴》，42 卷，明中叶数学家王文素撰。初稿完成于正德八年（1513），后又加增补，嘉靖元年（1522）定稿，两年后撰自序。全书 1267 问，是明代一部相当重要的，也是清《数理精蕴》问世前中国篇幅最大的一部数学著作。然而 470 多年间，只有抄本流传。到 20 世纪，只存一孤本，藏国家图书馆。因此，中国数学史界长期以来对此书重视不够，甚至存在许多误解，笔者也是不甚了了。1992 年，笔者主编《中国科学技术典籍通汇• 数学卷》，在国家图书馆支持下，影印了此抄本，编入第二册[①]，由河南教育出版社于次年出版，是为此书的第一次出版。

为了了解《算学宝鉴》在中国数学史上的地位，需要简要回顾一下中国传统数学发展的历程。

数学是中国传统科学中最为发达的学科之一，自公元前 3 世纪到 14 世纪初领先于世界先进水平约 1700 余年，是这一时期世界数学发展的主流。

中国有文字记载的历史相当早，《周髀算经》载商高答周公问[②]，反映了我们的先民公元前 11 世纪在测天量地和计算方面已经达到相当高的水平。然而夏、商、西周三代没有数学著作流传到今天，数学发展的全面情形不十分清楚，从散见于文史典籍的零星记载，仅可知其端倪。创造当时世界上最方便的记数制度——十进位制记数法和当时最先进的计算工具——算筹，无疑是这一时期的成就。中国传统数学长于计算，与古希腊数学具有不同的形态，应该说与此有密不可分的关系。

春秋、战国、秦、汉奠定了中国作为一个统一国家在体制、事功、疆域、物质文明和思想文化等方面的基础，奠定了中华民族的文化心理结构，也奠定了中国传统数学的基础。平王东迁，西周灭亡，开始了春秋时期（公元前 770 ~ 前 476），夏、商、西周以来的封建宗族制度逐渐解体，社会开始了大变革。当时礼崩乐坏，畴人四散，学术下移，私学出现，百家争鸣，是思想界非常活跃的时期，也是数学大发展的时期。《左传》关于楚芳艾在公元前 598 年[③]和晋士弥牟在公元前 511 年[④]两次筑城的记载，虽未列出算式，却说明在规划筑城工程、分配工作量、组织施工及其后勤供应时必须用到粟米、衰分、体积、商功、测望甚至均输等问题的算法，而且计算相当准确。《周髀算经》记载的公元前 5 世纪

① 〔明〕王文素，《新集通证古今算学宝鉴》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇• 数学卷》，第 2 册，郑州：河南教育出版社，1993 年，第 337 ~ 971 页。

② 〔西汉〕《周髀算经》，刘钝、郭书春点校，见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》，沈阳：辽宁教育出版社，1998 年，第 1 ~ 4 页。繁体字修订本，台北：九章出版社，2001 年，第 33 ~ 36 页。

③ 《春秋左氏传• 宣公十一年》，《十三经注疏》，清阮元刻，中华书局影印，1980 年，第 1875 页下。

④ 《春秋左氏传• 昭公三十二年》，《十三经注疏》，清院元刻，中华书局影印，1980 年，第 2128 页上。

数学家陈子在答荣方问[①]时说数学具有“类以合类”的特点，这是对春秋以前数学的总结，当然它也规范了后来中国传统数学的形式与特点[②]。《算数书》[③]、《周髀算经》、《九章算术》[④] 主要反映了先秦的数学成果，表明春秋、战国（公元前 475 ~ 前 221）时期，中国传统数学达到第一个高潮，而西汉编定《周髀算经》、《九章算术》，是这个高潮的总结。中国数学在分数四则运算、比例和比例分配算法、盈不足算法、开平方法与开立方法、线性方程组解法、正负数加减法则、解勾股形和勾股数组等方面走在了世界的前面，有的超前其他文化传统数百年，甚至上千年。《九章算术》奠定了中国传统数学的基本框架，具有理论密切联系实际的风格，长于计算，并且算法具有构造性、机械化的特点，不仅影响了此后约 2000 年间中国和东方的数学发展，而且标志着中国（还有后来的印度和阿拉伯地区）取代地中海沿岸的古希腊成为世界数学研究的中心，标志着以研究数量关系为主，以归纳逻辑与演绎逻辑相结合的算法倾向取代以研究空间形式为主，以演绎逻辑的公理化倾向成为世界数学发展的主流。

东汉末年和魏晋南北朝，庄园农奴制占据经济政治舞台的中心，思想界以谈“三玄”（《周易》、《老子》、《庄子》）为主的辩难之风取代了繁琐的两汉经学，中国社会进入一个新的历史阶段。在思想界辩难之风和墨家思想的影响下，魏刘徽撰《九章算术注》（263）。他“析理以辞，解体用图”，提出了许多严格的数学定义，以演绎逻辑为主要方法全面证明了《九章算术》的算法，奠定了中国传统数学的理论基础。他发展了《九章算术》的率概念，归纳总结了《九章算术》的各种算法，梳理了他们的关系，提出率是“算之纲纪”。他对圆面积公式和刘徽原理[⑤]的证明，在世界数学史上首次将极限思想和无穷小分割方法引入数学证明，其圆割术和“求微数”的思想奠定了中国的圆周率计算领先世界数坛千余年的基础，而解决多面体体积理论的刘徽原理实际上涉及 20 世纪数学大师希尔伯特（1862 ~ 1943）的第三问题（1900）所谈及的内容[⑥]。刘徽的《海岛算经》[⑦] 将以重差术为主的中国测望技术发展得相当完善，以致在明末西方测望方法传入之前，1300 年间没有大的改进[⑧]。中国数学进入了第二个高潮。南朝祖冲之的《缀术》是一部更高深

① 〔西汉〕《周髀算经》，刘钝、郭书春点校，见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》，沈阳：辽宁教育出版社，1998 年，第 5 ~ 7 页。繁体字修订本，台北：九章出版社，2001 年，第 37 ~ 39 页。席泽宗、陈贞一认为陈子生活在公元前 5 世纪。

② 郭书春，关于《算经十书》，见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》，繁体字修订本，台北：九章出版社，2001 年，第 4 页。

③ 郭书春，《〈算数书〉校勘》，《中国科技史料》，第 22 卷，第 3 期，2001 年。

④ 〔西汉〕《九章算术》，见：汇校《九章算术》增补版，辽宁教育出版社、台湾九章出版社联合出版，2004 年。

⑤ 刘徽原理是：将一长方体斜解成两楔形体，称为堑堵。将一堑堵斜解成一阳马（直角四棱锥）与一鳖臑（四面均为勾股形的四面体），则阳马与鳖臑的体积之比恒为 2∶1。这是刘徽多面体体积理论的基础。见：郭书春，刘徽的体积理论，1980 年在第一届全国科学史大会的报告，载《科学史集刊》，第 11 集，北京：地质出版社，1984 年，第 47 ~ 62 页。

⑥ David Hilbert（希尔伯特），Mathematical Problems：Lecture Delivered Before the International Congress of Mathematicians at Paris in 1990。见：Bulletin of American Mathematical Society，Vol 8，437 ~ 479，Mary F. Winson 译自 Göttinger Nachrichten（1990），253 ~ 297。此文被李文林、袁向东译为中文：《数学问题——在 1900 年巴黎国际数学家大会上的讲演》，《数学史译文集》，上海：上海科学技术出版社，1981 年，第 60 ~ 84 页。

⑦ 刘徽，《海岛算经》，李淳风等注释，郭书春点校。见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》，台北：九章出版社，2001 年，第 245 ~ 255 页。

⑧ 郭书春，《古代世界数学泰斗刘徽》，济南：山东科学技术出版社，1992 年。台北：明文书局，1995 年。

的著作，可惜隋唐算学馆的学官“莫能究其深奥，是故废而不理”[①]，遂失传。目前我们知道的只是祖冲之（429～500）父子在刘徽工作的基础上完成的两项成就：将圆周率精确到8位有效数字，并提出密率$\frac{355}{113}$；他和他的儿子提出祖暅之原理（等价于西方的卡瓦列利原理），彻底解决了球体积问题。这一时期还提出了一次同余方程组解法（《孙子算经》[②]，约公元400年）、百鸡术（《张丘建算经》[③]，6世纪）等新的研究方向。隋唐设算学馆，唐初王孝通撰《缉古算经》[④]，李淳风（602～670）等整理十部算经（清中叶始称为《算经十书》），是个贡献。然而，隋唐数学远远落后于魏晋南北朝，除历法制定中的内插法外，几无创造。

自唐中叶起，随着农业、手工业和商业的大发展，中国的经济、政治出现许多新的因素，到宋元时期，发展得更加成熟，同时，思想界还比较宽松。中国古代科学技术发展到一个新的高峰。北宋贾宪撰《黄帝九章算经细草》[⑤]（11世纪上叶），进一步抽象《九章算术》的算法，创造“开方作法本源”即贾宪三角及“增乘开方法”，开创了宋元数学的高潮。13世纪是中国传到今天的重要数学著作最多的时期。当时有南北两个数学中心。南宋秦九韶（约1202～约1261）撰《数书九章》[⑥]（1247），提出“大衍总数术”，完善了一次同余方程组解法，并把以增乘开方法为主导的高次方程数值解法发展到十分完备的程度。南宋杨辉撰《详解九章算法》[⑦]（1261）、《杨辉算法》[⑧]（1274～1275）等，在垛积术、改进乘除捷算法等方面有成绩。金元统治下的北方数学中心则发展了列高次方程的方法“天元术”，解二元、三元高次方程组的“二元术”、“三元术”，勾股容圆知识和垛积术。金元李冶（1192～1279）撰《测圆海经》[⑨]（1248）、《益古演段》[⑩]（1259），前者集前此勾股容圆知识之大成，同时完善了设未知数列方程的方法“天元术”。元统一中国之后的朱世杰集两个数学中心的长处，在数学造诣上达到了新的高度。他撰《算学启蒙》[⑪]

---

① 〔唐〕魏征等，《隋书·律历志上》，北京：中华书局，1973年，第388页。此为李淳风撰。

② 《孙子算经》，郭书春点校，见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》，台北：九章出版社，2001年，第257～291页。

③ 〔北魏〕张丘建，《张丘建算经》，李淳风等注释，郭书春点校，见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》。台北：九章出版社，2001年，第293～348页。

④ 〔唐〕王孝通，《缉古算经》，郭书春点校，见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》，台北：九章出版社，2001年，第413～435页。

⑤ 〔北宋〕贾宪，《黄帝九章算经细草》，约有三分之二尚存于杨辉《详解九章算法》中，见：郭书春，贾宪《黄帝九章算经细草》初探，《自然科学史研究》，第7卷，第4期，1988年，第328～334页。

⑥ 〔南宋〕秦九韶，《数书九章》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第1册，郑州：河南教育出版社，1993年，第439～645页。

⑦ 〔南宋〕杨辉，《详解九章算法》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第1册，郑州：河南教育出版社，1993年，第949～1043页。

⑧ 〔南宋〕杨辉，《杨辉算法》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第1册，郑州：河南教育出版社，1993年，第1047～1117页。

⑨ 〔元〕李冶，《测圆海镜》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第1册，郑州：河南教育出版社，1993年，第729～869页。

⑩ 〔元〕李冶，《益古演段》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第1册，郑州：河南教育出版社，1993年，第873～941页。

⑪ 〔元〕朱世杰，《算学启蒙》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第1册，郑州：河南教育出版社，1993年，第1123～1200页。

(1299)、《四元玉鉴》[①] (1303)，提出“四元术”，即多元高次方程组解法，并在沈括(1031～1095)、杨辉(13世纪)、王恂(1235～1281)、郭守敬(1231～1316)等的基础上将高阶等差级数求和问题和高次招差法发展到相当完备的程度。《四元玉鉴》是中国传统数学现存水平最高的著作。这些成就大多超前其他文化传统几个世纪，有的是欧洲17、18、19世纪的数学大师们才解决的。同时，自唐中叶起适应商业发展的需要，人们开始改进筹算的乘除法，创造若干捷算法，并编成口诀。口诀的诞生并日趋完美，导致了新的矛盾：嘴诵口诀很快，而手摆算筹很慢，得心无法应手。使用新的计算工具成为迫切需要，最迟在南宋人们创造了珠算盘。这是中国计算工具的重大改革。

可是，在《四元玉鉴》之后，中国高深的数学研究停滞不前，甚至落后于宋元。明代研究数学的人不见得比前朝少，然而明代数学家都看不懂宋元的增乘开方法、天元术、四元术、大衍总数术等重要成就。顾应祥是明代大数学家，他研究《测圆海镜》，著《测圆海镜分类释术》[②]，看不懂其中的天元术，谓天元术无下手之处，将天元术尽行删去，买椟还珠，贻千古不知而作之讥。汉魏南北朝宋元的重要数学著作，除了数理天文著作《周髀算经》、被视为术数著作的《数术记遗》外，不仅没有新的刻本，反而大都失传。阿拉伯和西方数学先后超过了中国，我国失去了数学大国、强国的地位。另一方面，珠算术不断改进、普及，最终取代了算筹，使用了几千年的算筹在明代走进了历史博物馆。珠算至今在中国、日本和东南亚地区人们的生产、生活中发挥着有益的作用。

王文素的《算学宝鉴》诞生在中国高深的数学衰替而珠算正在普及的大背景下，当然具备时代的特点。首先，《算学宝鉴》广泛地使用了珠算，对珠算的普及和发展作出了贡献。其次，它与明代的其他数学著作一样，开方时不使用增乘开方法，而是使用贾宪以前的立成释锁法，列方程时没有使用天元术，就所达到的数学水平而言，它无疑是低于宋元数学著作的。第三，明代数学著作的编纂上缺乏创新，大量著作一反宋元数学著作在分类上的独创，回复到传统的“九数”格局，这些著作的标题中大都含有“九章”二字。《算学宝鉴》的标题中虽没有“九章”，其分类却也依从“九数”。因此，数学史界常常将它与吴敬的《九章算法比类大全》[③] (1450)相提并论[④]。

实际上，《算学宝鉴》与《九章算法比类大全》有着相当大的区别。首先，在算法的严谨性上两者根本不同。比如，《九章算法比类大全》的船田、四不等田、六角田、椭核田、锭田等的求积法，以及“方田桑生中央”题的算法，或不顾杨辉的批评，仍旧沿袭

① 〔元〕朱世杰，《四元玉鉴》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第1册，郑州：河南教育出版社，1993年，第1205～1280页。又，汉英对照《四元玉鉴》(Jade Mirror of the Four Unknowns)(朱世杰著，郭书春今译，陈在新英译，郭金海整理)，沈阳：辽宁教育出版社，2006年。

② 〔明〕顾应详，《测圆海镜分类释术》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第2册，郑州：河南教育出版社，1993年，第995～1078页。

③ 〔明〕吴敬，《九章算法比类大全》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第2册，郑州：河南教育出版社，1993年，第5～333页。

④ 钱宗琮主编，《中国数学史》，北京：科学出版社，1964年，第138页。收入郭书春、刘钝主编，《李俨钱宝琮科学史全集》，第5卷，沈阳：辽宁教育出版社，1998年，第153页。

《五曹算经》[①]、《算法全能集》[②]、《详明算法》[③] 等的错误，或自己犯了数理上的错误。《九章算法比类大全》有的错误可笑到不顾起码常识的地步。《算学宝鉴》都批评了《九章算法比类大全》的错误，提出了正确的算法。而对弧田，刘徽批评了《九章算术》的错误，依据割圆术的极限思想提出了计算弧田密率的方法，理论贡献极大，然而实际应用起来则相当繁琐。王文素也认识到《九章算术》以来弧田算法的粗疏，他根据弧田的弦与矢不同的比率，给弦与矢之积不同的系数，以计算其面积。这是比较精确而又可行的算法[④]。算法正确是数学著作的生命线。与《九章算法比类大全》有大量不讲算理的错误不同，《算学宝鉴》绝大多数算法都是正确的，错误极少。其次，在追求推理论证上两者也是不同的。《九章算法比类大全》没有推理和论证，出现大量算法错误盖源于此。《算学宝鉴》的主要算法都有推理和论证，这就是为什么其书名冠有“通证”二字。可以说，《算学宝鉴》的错误很少，是因为它在提出或引用正确算法，或纠正《九章算法比类大全》的错误时大都依据正确的推理。比如，在面积问题中，《算学宝鉴》着重使用了传统的出入相补原理。应该说，《算学宝鉴》继承了《杨辉算法》，并通过《杨辉算法》或多或少间接地继承了刘徽推理严谨的传统。

中国古代传统数学重视实际应用，以数学理论密切联系实际为其特点，以解决人们生产生活中的数学问题为主要目的。笔者认为，不能因此对中国传统数学一概而论。上面讲的《九章算法比类大全》和《算学宝鉴》的算法是否严谨，有没有推理论证方面的区别，在明代以前的著作中就存在。或者说，两者的区别是因为继承了中国传统数学著作中不同的倾向造成的。比如说，《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《张丘建算经》、《缉古算经》、《黄帝九章算经细草》、《数书九章》、《测圆海镜》、《详解九章算法》、《杨辉算法》、《算学启蒙》、《四元玉鉴》等都是算法严谨的著作，错误比较少。而《五曹算经》、《算法全能集》、《详明算法》等的错误比较多。刘徽的《九章算术注》和《海岛算经》、《黄帝九章算经细草》、《详解九章算法》、《杨辉算法》等都有推理和论证。此外，中国古代数学著作在内容的高深、术文的抽象性等方面也不同。就数学内容的高深程度而言，《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《黄帝九章算经细草》、《数书九章》、《测圆海镜》、《详解九章算法》、《算学启蒙》、《四元玉鉴》等是高深的著作，《孙子算经》、《张丘建算经》、《五曹算经》、《夏侯阳算经》、《杨辉算法》、《算法全能集》、《详明算法》等是普及性的著作。就数学表达方式的抽象性而言，也有不同的分野。《九章算术》的主体部分的术文大都是抽象性非常高的公式、算法，而《孙子算经》、《五曹算经》、《夏侯阳算经》等的术文都是具体问题的演算细草。

实际上，中国古代是存在纯数学、也就是为数学而数学的活动的。对实际应用来

---

① 〔北周〕甄鸾，《五曹算经》，李淳风等注释，郭书春点校，见：郭书春、刘钝点校，《算经十书》，台北：九章出版社，2001 年，第 349 ~ 372 页。

② 〔元〕贾亨，《算法全能集》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇· 数学卷》，第 1 册，郑州：河南教育出版社，1993 年，第 1319 ~ 1346 页。

③ 〔元〕安止斋，《详明算法》，郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇· 数学卷》，第 1 册，郑州：河南教育出版社，1993 年，第 1349 ~ 1397 页。

④ 郭书春，从而积问题看《算学宝鉴》在中国传统数学中的地位，《汉学研究》（台北），第 18 卷，第 2 期，2000 年，第 197 ~ 221 页。

说，《九章算术》和许多算书提出的公式、算法，只要无数次的应用说明它们正确就够了，不在数学上证明之，根本不影响它们的应用。刘徽的《九章算术注》对《九章算术》的公式、算法进行了全面证明，并在证明中追求逻辑的正确，推理的明晰，这显然是纯数学的活动。因此，起码就以上这几个方面说，中国古代数学实际上存在着民间数学和数学家的数学的分野。《九章算术》及其刘徽注、《海岛算经》、《黄帝九章算经细草》、《数书九章》、《测圆海镜》、《杨辉算法》、《四元玉鉴》等是数学家的数学，而《孙子算经》、《五曹算经》、《夏侯阳算经》、《算法全能集》、《详明算法》等显然是民间数学著作。从这个意义上说，明朝吴敬的《九章算法比类大全》、程大位的《算法统宗》等显然是民间数学，而王文素的《算学宝鉴》应该是数学家的数学。它的内容博大精详，在明代数学中应该占有非常重要的地位。

对《算学宝鉴》的研究目前刚刚开始，它的成就还应进一步挖掘。然而，国家图书馆所藏抄本及其《中国科学技术典籍通汇• 数学卷》的影印本没有标点，有些中国传统数学的术语与今天不同，有些典故、用语今人也感到生疏。由于这些原因，广大读者阅读起来比较困难。刘五然等先生对全书用现代标点句读，对抄本中的讹脱舛误进行校勘，同时引经据典，对其中的典故进行注解，还运用现代数学知识和符号对其数学内容加以阐释，使有中等文化程度的读者便可捧读。王文素的故乡山西省汾阳市的各级领导对整理此书很重视，郭伟先生为此书的出版更是多方奔走。他们有功于先贤，也有功于今之数学史和珠算史研究，作为一个数学史工作者，我对他们表示感谢。在“一切向钱看”的思潮泛滥，浮躁情绪弥漫学术界的时候，他们不求名、不求利默默奉献的精神更是难能可贵，值得表彰的。

郭书春

2006 年 8 月

# 序　三

王文素的《算学宝鉴》是明代数学巨著。篇幅之大，算法之富，学术水平之高，是明代算书中无可超过者。

王文素，字尚彬，山西汾阳人。明代成化年间（1465～1487）随父王林到河北饶阳经商，遂定居于此。《算学宝鉴》就是在饶阳写成的。他“自幼颖悟，涉猎书史，诸子百家，无不知者”，尤其对数学有特殊兴趣。手不释卷，孜孜以求，尽心 30 余年，年近六旬，虽精神不佳，眼目昏花，最终完成了这一巨著，成为旷世算家。因财力匮乏，难以刻印，甚为戚忧。有好算者杜瑾（字良玉）愿捐资付梓，但是否实现，尚为疑问。今所传者唯北京图书馆所藏一抄本而已。

首先将《算学宝鉴》介绍世人者为中算史专家李俨先生（1892～1963），其连续刊登于《西京日报》（1935～1936）之《中算书录》，篇末突出介绍了新发现之《算学宝鉴》。其中云：“最近由国立北平图书馆于旧书肆中发现。此书 400 年来各收藏家及公私书目未经著录。”“其集算诗深叹不遇知音，今时隔四百余年，全书再现于世，亦异数也。”为示珍重，他将书中序言、集算诗及目录，悉数录入。李俨先生虽介绍此书，引起世人注意。但书藏深处，且为珍本，外人不易观览，故直到 20 世纪 60 年代，未有人做深入研究。钱宝琮先生主编的《中国数学史》（1964）中只一笔带过，未做专门介绍，可为明证。且误认为是“主要介绍筹算方法的书，但也提到算盘这个计算工具”。余介石先生（1901～1968）晚年致力于珠算史研究，颇有新的创见。他于 1966 年春，据北京图书馆所藏《算学宝鉴》节抄一至六卷，用蝇头小字，密行刻写，油印成册，分送珠算工作者，其精神甚为感人。但他亦认为王文素之开方术用筹计算，可见，他也未对全书进行研究。

我在 1976 年开始专力于珠算史研究，对中国数学史中一重要问题，即珠算何时取代筹算，尝殚精竭虑，想得出一个准确的结论。由于明代珠算古籍《盘珠算法》、《数学通轨》、《一鸿算法》之相继发现，向之所谓自《算法统宗》出版后，珠算始代替筹算之论，已不能成立。故何书为我国最早之珠算书，实有深入探讨之必要。据统计明代的传统数学书近 80 种，存于今者只有 10 多种。而年代最早的为吴敬《九章算法比类大全》（1450）和王文素《算学宝鉴》（1522）。我经过一番研究，得出吴敬书为珠筹合用书，而王文素书则纯粹是珠算书的结论，并写成《关于我国筹算转变为珠算的时代问题》一文，于 1987 年 8 月 8 日在日本群马大学召开的“汉字文化圈国际数学史学术讨论会”上发表。后又对王文素的开方术做进一步研究，始知王文素的开高次方及解高次方程均在算盘上进行演算。他是珠算开方及解方程的创始者，而且有许多创造性工作：①建立了完整的珠算算法程序，使传统的立成开方法达到了最高水平，后来的任何一个珠算家均望尘莫及；②提出了增乘求廉法（我们可称之为王文素求廉法）；③创造表上作业法；④最早提出珠

笔结合的算法；⑤提出了直角贾宪三角，以便同类项合并（参看拙作《算学宝鉴开方术研究》[①]）。在此基础上，通过对明代算书的综合研究，最终得出《算学宝鉴》是我国第一部珠算书的结论。

此一结论的成立，无可辩驳地显现出此书的历史价值：①王文素对珠算算法的各个方面均有创造，是历史上第一位对珠算发展有巨大贡献者；②此书的学术水平高于任何一本明代珠算书，故明代的数学水平应以此书为准来衡量；③此书的出现，宣告了我国古代筹算历史的结束，开始了珠算全面代替筹算的新时代。

1993 年 6 月，河南教育出版社出版了郭书春先生主编的《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，此中收入了《算学宝鉴》，使更多的人能阅读这部淹没了 400 多年的名著。我基于上述认识，便于 1997 年 2 月 3 日提出“关于研究王文素和《算学宝鉴》的倡议”（载《珠算》1997 年第 3 期），以便掀起一个研究王文素《算学宝鉴》的高潮。倡议内容有三项：①召开一次研究《算学宝鉴》的学术讨论会；②出版《算学宝鉴》校正本；③建立以王文素命名的珠算博物馆。由于山西省政府、汾阳市政府及省、市珠算协会对此方文化建设的高度重视，倡议中的①、③两项早已实现，今第②项亦即将实现，我快何如之。

我希望此书出版后，数学史界、珠算史界掀起一个研究王文素及其著作的更大高潮，打破对明代数学研究的寂沉现象。通过研究，会对明代数学有一个新的认识，也会对珠算学术的研究有极大推动，对弘扬中华珠算文化具有不可估量的促进作用。因此本书出版，甚有价值，故乐而为之序。

李培业

2006 年 12 月 24 日

于西安曲江春晓苑

① 李培业，《算学宝鉴开方术研究》，见：《王文素与算学宝鉴研究》，山西人民出版社，2002 年，第 65 页。

# 前　言

只有手抄孤本传世的明王文素著《新集通证古今算学宝鉴》（简称《算学宝鉴》）被尘封400多年后，1993年由郭书春主编的《中国科学技术典籍通汇·数学卷》将其影印出版[①]。任继愈在《中国科学技术典籍通汇》的总序中写到：《中国科学技术典籍通汇》“可以看作是为中外不易见到原书的科学史研究者，提供的一套比较完备的必读书……现在还没有力量出版供普通读者阅读的点校注释本或附有译文的普及本，那是一项更浩大的工程。不过，有了现在这部《通汇》，等于打下了基础。”[②] 正是在这样的基础上，经过10多年的努力，《算学宝鉴》的点校注释本终于付梓。

## 一、关于王文素

王文素，字尚彬，山西汾阳人。自幼颖悟，涉猎书史，诸子百家，无不知者。尤长于算学，以一生之精力，于明嘉靖三年（1524）完成《算学宝鉴》。依其《集算诗》“身似漂蓬近六旬”推之，他约生于1465年，卒年不详。

明末徐光启云：“算术之学，特废于今世数百年间尔。废之源有二：其一为名理之儒，土苴天下之实事；其一为妖妄之术，谬言数有神理。”[③] 这是对中国古典数学传承中的一段重要论述。

数学史家李俨说：“自明初至清初约当公元1367年迄1750年，前后约400年，是称中算沉寂时期。”[④] 李约瑟博士则说：在明代理学的统治下，“数学又一次被幽禁在地方衙门的后院”[⑤]。

明代的社会环境“致使传统数学濒于灭绝”[⑥]。王文素在《算学宝鉴·自序》中大声疾呼：算学“是乃普天之下，公私之间，不可一日而阙者也，……上古圣贤犹且重之，况今之常人岂可以为六艺之末而忽之乎！”他要为算学正名，且称：“六艺科中算属尊。”正是有这样的信念，有中华民族积千年的数学底蕴，有在民间没有泯灭的数学情结，使王文素留心算学，手不释卷30余年，成为沉寂中崛起的代表，同时也成就了《算学宝鉴》。

对王文素数学思想影响较大的数学家主要是杨辉。《算学宝鉴》提及杨辉其名其书者凡60余次，很多题、法均出于此。在诸多算法上不仅是继承了杨辉，且有所发展。

---

① 郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第二册，沈阳：辽宁教育出版社，1993年，第337～971页。

② 郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第一册，沈阳：辽宁教育出版社，1993年，第3页。

③ 徐光启，刻同文算指序，见：郭书春主编，《中国科学技术典籍通汇·数学卷》，第四册，沈阳：辽宁教育出版社，1993年，第77页。

④ 李俨，《中国算学史》，北京：商务印书馆，1998年，第142页。

⑤ 李约瑟，《中国科学技术史》，第三卷，北京：科学出版社，1978年，第343页。

⑥ 吴文俊，《中国数学史大系·序》，北京：北京师范大学出版社，1998年，第1页。

王文素深得杨辉“乘除通变”之三昧，且多有创新。他对数的理解、通变、运用，确实达到精熟的程度。他将古今简捷算法归纳整理，将巧算法融入其中，举以实例，其法贯穿全书，精彩之例不胜枚举。

王文素学习、继承是有原则的，即汲取真理，纠正错误，摒弃糟粕。他对错误毫不留情，直言：“且杨辉尚未明之，况吴、夏辈乎?”这与他《自序》中之“才论数题，即有二病，不足称也”，是前后呼应的。不管是前辈的杨辉抑或同朝之吴敬、夏源泽、金来朋，是师是友，有错即不苟同，治学之严谨，可见一斑。

王文素以他深钻细研的治学精神和通证古今的魄力，以艰苦卓绝的劳动和“超出人表”的水平，为我们留下了一部代表明代数学中兴的巨著，也为后学者留下了宝贵的精神财富，因而得到“数算中之纯粹而精者”的赞誉和明代“数学巨匠”的桂冠是当之无愧的。

王文素的《集算诗》是他留给我们的又一宝贵财富。他在诗中有对学算者的循循善诱，有对欲钻研数学者的谆谆告诫，有他研究的成果，有他成功的喜悦，也有他的悲哀。《集算诗》八首是他真实的心声，是我们了解王文素不可多得的史料。这是一位数学家的诗，也是祖国诗的海洋中的珍品。

## 二、关于《算学宝鉴》

《算学宝鉴》现存 42 卷，分 12 本，计 203 条，其中 4 条无内容，实存 199 条，不算重复的两诀，实存 350 诀，连同校补的 7 问，实存 1233 问，凡 43 万余言。

### （一）《算学宝鉴》的重要贡献

《算学宝鉴》是明代相当重要的数学著作，也是清《数理精蕴》问世前中国篇幅最大的一部数学巨著。

**1. 通证古今，正本清源**

在《算学宝鉴》中，王文素对当时他所能见到的数学著作及民间算法、算题，特别是宋杨辉的著作，元安止斋的《详明算法》，明夏源泽的《指明算法》，明吴敬的《九章算法比类大全》等书所列题例，均能“留心通证”，明确指出原书之谬，且指出谬之所在，此类范例贯穿全书始终。在“通证”的同时，该书非常注重“新集”。因该书有“通证”的水平和毅力，有“新集”的能力和魄力，才有通证纠误，删繁理乱，去伪存真，补缺续断，承前启后，正本清源的结果。

**2. 有所创新，有所前进**

王文素对前人的成果不是盲目地承接，而是批判地继承。在此基础上，有很多创新和发展。王文素的解题过程是先有“术”、“法”，后有“草”，很多内容承自杨辉。

王文素演段的术、图当主要从杨辉算法传承且有所发展。

刘徽创造的互乘相消法消元，在方程术中是个进步。贾宪、秦九韶、杨辉等娴熟地使用这种方法。王文素在《算学宝鉴》卷二十六之“方程”条有“正负方程识者稀，互乘相减看余谁。……或加或减随题变，此是方程妙用机”之诀，诀后有“通证解曰”，且有图解，还举出各种题例加以说明。王文素的术、法讲解详细，图草详明，井然有序。

剪管术，即《孙子算经》中的“物不知数”，亦即现今的一次同余式。我国系统地论述一次同余式组解法的著作是秦九韶的《数书九章》（1247）。赵擎寰教授认为：王文素在其《算学宝鉴》中，“经他独立钻研，悟到秦氏‘大衍求一术’的精髓，得出一次同余式组的解法，与德国数学大师高斯于公元 1801 年的所著《算术研究》中发表的一次同余式组的解法思路相同。时隔 270 多年，不谋而合”[①]。

王文素对纵横图的研究在明代当属最高水平。他继承了杨辉对纵横图研究的成果，且有所创新。他将杨辉 72 子连环图（摆 9 环，借为 13 环），发展为 128 子连环图（摆 16 环，借为 25 环），且将排列顺序安排得更加简洁明了，其规律让人一目了然。“求等如条鼠尾绳，根稍搭配便相停”，按此法，理论上我们可以编制出更大的或变形的及三维的连环图。

《算学宝鉴》关于各种面积的计算，各种体积的计算，作为基础知识占了一定篇幅。有关等差数列、堆垛、算箭及众率分身即不定方程组问题等内容，也占了相当的篇幅。有对前人成果的继承，有通证纠误，也有新集创新。如他将“百鸡问题”这一中国数学史上最早出现的不定方程问题给出一套完整的“互乘对减”解法，并新增了三、四、五、七率题，称为“众率分身”，言“虽十率以上亦可求之”。

《算学宝鉴》第 39 ~ 42 卷重点介绍了一元高次方程数值解法。王文素设计了科学的“算表”，编制了一整套程序，将繁杂的一元高次方程数值解法简化、规范化、标准化。我们将这一算法称为“王文素表算法”或“王氏表算法”。

王文素首先将贾宪“开方作法本源图”从等腰三角形改进为直角三角形，使之演进为既能“生廉”又能将逐步运算数字直接填入表格内的“算表”，这无疑是一大创新和一大进步，我们称之为“王文素三角形”或“王氏三角形”。该“王氏三角形”在《算学宝鉴》成书之前的中外算书中，迄今未见有相同形式。王文素用之“生廉”时，有“乃雁斜排六等隅算”的绝妙形容，还有“隅算生廉乘旧甲，加乘到顶莫乘隅”这样既讲算法又交代注意事项的歌诀。同时，还有分散的“求乙图”、“求丙图”等叠加在一起便是完整的、通用的解一元高次方程的算表。

王文素用他发明的“表算法”，以科学、规范的程序求出：

$$x^9+25x^8+235x^7+1035x^6+2160x^5+1728x^4=27\ 993\ 600\ 000,\ x=12$$

《算学宝鉴》中一元高次方程数值解的图表及详草，清晰地展现了王文素将高深算法简易化并设计出一整套科学、规范的程序且能在算表上运作的功力，也是他解方程理论、计算程序、计算工具的综合驾驭能力的高度表现。

郭书春教授在《汇校九章算术》增补版前言中说：“《九章算术》及其刘徽注具有鲜明的机械化、程序化和构造性的特点，他们的思想和方法对现代数学研究和教学仍有启迪作用。当代中国数学泰斗吴文俊先生受其启发，开创了数学机械化研究的新方向，取得了举世瞩目的重大成就。”

王文素在《算学宝鉴》中诸多的“术”、“诀”，特别是一元高次方程求解方法规范总结出的“王氏表算法”，从其程序化求解的巧妙设计来看，是明代数学中“机械化、程序

① 赵擎寰，明王文素《算学宝鉴》浅析，《王文素与算学宝鉴研究》，太原：山西人民出版社，2002 年，第 40 页。

化和构造性的特点”的代表。

《算学宝鉴》成书后一直没有刊刻，人们对之了解不多，常常与《九章算法比类大全》相提并论，或者认为“从朱世杰到明程大位的三个世纪，没有重要的创作”[①]。事实是，无论是从数学问题和方法的深度、广度，还是算法的严谨性上，《算学宝鉴》都比《九章算法比类大全》、《算法统综》高得多，是不可同日而语的。中国数学史界和珠算界对《算学宝鉴》这一宝藏的挖掘、认识正方兴未艾，才刚开始。

## （二）《算学宝鉴》的主要特点

**1.《算学宝鉴》滋生于特殊的土壤**

在明代，珠算已经普及，对珠算的研究应用方面，王文素当是精者。

宋元以来流传的朗朗上口的算法歌诀及各种简捷算法，使珠算的特长得以更好地发挥。王文素继承发展了杨辉的“乘除通变”、“乘除捷法”，引用改进了诸多算学书中的算法歌诀，而且创编了很多更适合珠算应用的算法。

从王文素很多例题的运算过程可知，他用的是上二下五珠算盘。他总结出诸多的简捷算法，有“始立盘中定数真”的“盘中定位”法；有“众九相乘，用子甚多，算盘子少，乘则不便，……视之久矣，忽得此法”的“众九相乘法”；有适用于“加乘法”、“减除法”定位的“加减身中定最玄”的诀、解及草。对数位冗繁者，王文素总结了“截法实乘”；对冗繁的乘除运算，王文素还总结了“悬空定位”法，等等。很多方法都是为珠算“量身定做”的。《算学宝鉴》中的很多简算法至今还在应用。

从王文素开平方、开立方、带从开平方、开立方运算细草的布数、运算过程可知，他是在算盘上直接进行这些较简单的运算的。在开带从方的细草中，是将初商甲“置于积上”，“置于积下”，这里的“上”、“下”与盘中定位法中的“乘寻根下为法首，除寻法首上为根”的“上”、“下”是一致的。当隅为“负一”时，王文素曰：“凡负隅是一者，不用亦可，故前多略之。”在筹算法中，“负一”是要标明的，只有珠算运算中，“负一”才能“不用亦可”。总之，王文素开带从方从布数、口诀、运算过程的细草中可知，确是用珠算完成的。过去人们将用珠算开方归功于程大位，后来又说比程大位早几年的朱载堉就会用珠算开方。现在看来，王文素才是珠算开方的第一人。

对于繁杂的开高次方直至一元高次方程数值解，王文素将“表算法”与珠算实现了完美的结合，使之相辅相成，相得益彰。

可以这样讲，《算学宝鉴》从最简单的加减乘除运算，直至一元九次方程数值求解，均可以依王文素的办法用珠算来完成。《算学宝鉴》是诞生在明代珠算大普及这一特殊土壤上的数学著作已是不争的事实。《算学宝鉴》被中国珠算史专家李培业教授称为“我国第一部珠算书”[②]。

**2. 执简驭繁是《算学宝鉴》的一大特色**

《算学宝鉴》对很多高深的算学知识执简驭繁，以通俗的歌诀、简单地讲解，使人便于掌握和使用。

---

① 梁宗巨，《世界数学史简编》，沈阳：辽宁人民出版社，1980 年，第 444 页。

② 李培业，我国第一部珠算书——算学宝鉴，《珠算》，1997 年，第 1 页。

王文素继承前人堆垛、算筹方面的成果，用歌诀总结出长平直垛、三角垛、四角垛等计算法则，首次提出三角筹问题。特别是他的歌诀中的“圆六方八三角九”及“圆者，必要六而围一，每层递加六个，此一定之数，万无一失者也。方者……三角者……学者可知”的讲解，将算筹问题说得一清二楚。“圆六方八三角九”的歌诀不知始自何时、出自何人，王文素信手拈来还是自己所编，不得而知，只知该歌诀至今还在广泛使用。

如一元高次方程数值解法，即使现在也仍然是一门不太普及的学问。王文素不仅设计出了算表，还编出了口诀，像剥茧抽丝一样，将深奥的数学运算以规范化的程序，严谨的运算步骤，化繁为简，每一步运算都很简单且有规律，一旦掌握要领，便可举一反三，着实令人叫绝。

## 三、关于点校注释

对《算学宝鉴》的点校既要保持原著原貌，又要便于今人阅读，且有利于研究。经征询各方专家学者意见，采取了“规范标点，存真复原，原图扫描，简体横排”的总方案，采用了“注释在卷后，校改在文中”的方法。

《算学宝鉴》抄本为繁体字竖写，无标点，为了便于读者阅读，我们使用规范符号对全书标点，并采用简体横排。对其中之异体字，如“逃”作“迯”、“稗”作“粺”，“睹”作“覩”，“丝”作“糸”等，均按中国文化部、文字改革委员会 1955 年联合发布的《第一批异体字整理表》处理。

关于校勘和注释的问题，简要说明如下：

### （一）力图存真复原

《算学宝鉴》手抄本重复、脱漏、错讹极为严重。我们的校勘本着“存真复原”的原则，针对具体情况，分别处理。

**1. 纠正错简，删削重复**

为了便于阅读，新编目录。原总目录、诗词目录影印。原抄本还有各“本”目录，录之则重复，故删除未录。

在丑本之末、寅本之前有一段提要性质的 176 字，属全书大纲，显系错简。我们将其移至卷首，名之曰：“新集通证古今算学宝鉴提要。”

第 30 卷末抄有“勾股较”一题一诀及“损乘法”歌诀，系错简，分别移入第 28 卷“勾股较”条下及第 4 卷“损乘法”条下。

尽量减少改动，少移、少删。全书讲了三种定位方法却分在两卷中，仍依原本未动。第 24 卷的“收纳课税”条中有“京都营造”题，应列于第 23 卷“均输”条下，依原抄本未动。第 34 卷“平积添和”条中之“带从开立方”题，似应编排在第 35 卷正式讲解“开立方积”之后的第 36 卷中，亦从原抄本，未作移动。第 17 卷“平方分子还原口诀”，第 32 卷“周径相和口诀”均属重复，依原未动，只是未统计入歌诀数中。

对大段文字明显抄重者，如第 6 卷 89 字，第 26 卷 43 字，均删除。

**2. 校补脱漏**

抄本总目录与内容有多处不一致，互相校补。

凡有脱漏，依原文溯源，能校补者，予以校补。

有的脱漏整个问题。如第 29 卷脱 4 条，依残存细草经确认当有一“圆套三圆”问题，遂补此问，因该条下只此一问，补一问即恢复一条。至于前三条，无法校补，只能付之阙如。计在第 2 卷、第 8 卷、第 16 卷、第 29 卷、第 35 卷、第 40 卷各卷中共校补 7 问。

有的脱漏，如第 6 卷有缺术文者，依《乘除通变本末》补；第 19 卷少一问，依《详明算法》补；第 27 卷“四率题”，依《九章算法比类大全》补，且均加注。

有的脱漏问、答、术、法、草、图者，或缺、断、漏之文字，则相互比对、前后比照补之、续之。如第 8 卷、第 40 卷依草补问、答；第 18 卷依草补术；第 27 卷“三率新题”依问补答、图、草，等等。

**3. 校勘字词舛误**

明显差错，径改。如“漏室半间”抄为“半间漏室”，“三分益一”抄为“三分损一”，“米牙”抄为“牙米”，等等。

形似而误，焉马平乎之类确属抄误者，如本、木，比、此、屯，人、八、入，火、大，述、迷，牛、中，函、亟，天、失、矢，粟、栗，厚、原、厘，乃、及、皮，佳、住、信、借、惜，超、起，九、力，七、十、于、千、干，径、经、徭，载、戴，柑、相，正、五，文、立、方、六、穴、之、三，是、足，加、如、始、知、短，央、尖，何、向，公、合、分、今、令、全，论、纶，总、德，倍、位、陪，类、数、教，碍、砖，佃、细，别、列、例，石、右、古、百，诀、快，名、各、又口，法、治，定、走，孤、弧、弦，逐、遂，因、同、问、固、周，熟、热、孰、执，一二、三，米、半、畔，匹、正、五，面、两、西、而、丙、内，代、伐，料、粮，讫、乾，钩、钓，置、买，活、阔，证、灯，恰、洽，煎、前，愚、遇、过，隅、偶、隔，母、每，析、折，清、情，上、止，者、看，卒、率、六十，徽、徵、微，图、圆，除、陈、徐、余，复、履，辆、辋，廉、广，离、难，视、祝，斛、解，高、商，准、堆、睢，等等，不胜枚举，大多由校者径改。

对题设、答案、术、法、草中，数字计算有误、计量单位用错或前后不统一者，径改。

对图中有误者，注在图下，以便阅读，重要问题注释说明。

第 32 卷一草有误，且无问，未校补；第 38 卷有一题，答、术、草、图皆有误，这在严谨的《算学宝鉴》中确属罕见，保留未动。

对通假字，如无移与无疑，大与太，那与挪，放与仿等，或“不勾减时”之“勾”，“同日启程之燕”之“之”字等，均保留原字，不予改动。

凡是删除的字词，均括以圆括号（），凡校补的字句均置于方括号［］中，以便读者了解抄本原文。但对形似而误者，为避免篇幅冗长，则大多径行改动，不出校勘记。

## （二）注释从简，突出重点

注释除校勘记外，首先是对《算学宝鉴》提及的人名、书名及古典数学术语，在首次提及时加注。对一书有几种版本的，以《中国科学技术典籍通汇• 数学卷》为主要版本，参考其他。对一人多书、一书多名及无可考者，亦加简单说明。

对抄本脱漏而无法校补但后人有论述者，如第 4 卷“众九为除”条，则依华印椿先生

《中国珠算史稿》内容补在注释中。

王文素所编歌诀，很多是一个或几个计算公式，选其精者，以“今释”列出。

对诸如珠算应用、级数论、开方术、表算法等我们认为最具特色且代表该书较高水平的内容，注释较多，能作引玉之砖，亦当幸甚。

注释中我们主要参考了《辞海》、《中国大百科全书· 数学卷》、《数学辞海》、《中国科学技术典籍通汇· 数学卷》及有关中国数学史著述，如华印椿《中国珠算史稿》及《王文素与算学宝鉴研究》（山西人民出版社，2002 年）中赵擎寰、郭书春、李培业等教授的专论及郭世荣教授对剪管术的注释等。

特别感谢吴文俊院士以 88 岁高龄在百忙中为本书题写书名，此外李迪教授、郭书春教授、李培业教授为本书作序。

还应提及的是准备出点校注释本之前，我们向数十位专家学者发出了“征询意见函”，诸多建议一语中的，大多已采纳。

本书从准备到具体工作全过程得到赵擎寰教授、郭书春教授的悉心指点，我们也多次登门或电话求教，这部书中留下了他们的心血，在此深表谢意。

李培业教授、张毓琮先生、王令九教授在全国、在山西多方呼吁，为本书付梓广传尽心竭力，精神感人，在此致谢。

愿将此书献给全力支持本书出版的迟海滨、阎元锁、张正明、王朝才、原崇信、郑建国、冯周杰、芦振基、武涛、阎建科、徐德、阎国平、王瑞生、李孔伦、张冬飙、史向明等。

王文素已在天国先后会见了李孔伦、赵擎寰、李迪、王瑞生先生，让我们共同为他们祈福。

衷心感谢中国珠算协会、中国数学史学会、山西省财政厅、汾阳市政府、山西省珠算协会对本书出版工作的大力支持。

我等才疏学浅，对此鸿篇巨制，只识冰山一角，所做诠释，或属井蛙之见，差错疏漏，在所难免。敬请各方，不吝赐教，批评指导，诚所盼也。诚惶诚恐，仅识仅记。

刘五然

2008 年 6 月

# 新集通证古今算学宝鉴

〔明〕王文素著

# 《算学宝鉴》序

自结绳之政远，而后代之书契立[1]，自书契立而后总之以数算，是数学为用于世大矣。盖肇自黄帝命隶首分为《九章》[2]始传于世。上自天文，下及地理，中于人事。大而国家之兴废，小而人事之得失，于凡万物之幽深玄远，出入潜没，罔不有数存焉。但穷其本、测其原而知其要者，世之不多见也。饶川王君讳文素字尚彬，其先山西汾州人。成化间，从父林商于真定之饶阳，遂定居焉。自幼颖悟，涉猎书史，诸子百家，无不知者。尤长于算法，留心通证，盖有年矣。吾邑杜君讳瑾字良玉者[3]，亦长于是。因公出会于清河旅邸[4]之间，各伸所长，独尚彬公超出人表。良玉喜曰："诚吾辈之弗如也，所谓数算中之纯粹而精者乎。"先生又出平日所改正数书十帙[5]，分为三十余卷，名曰《通证古今算学宝鉴》。良玉检之，深加赏叹，乃曰："窃觐[6]宋杨辉[7]及我朝金陵杜文高[8]、江宁夏源泽[9]、金台金来朋[10]等诸公算法，固谓善矣。但藏头露尾，露尾藏头，俱以逢巧之法而算之，不通活变，以致后学之难悟。今公以通玄活变之术，断成诗歌讲义，诚可变而通之，使民宜之者乎。良玉愿捐资绣梓[11]，以广其传。"谒余以序事。余谓世人之有寸长者，惟独善而恐人知，既知而恐人得，若王公善用心而不吝其有，杜公善于知人而不没其善，二公长于数算而媲美者，鲜其人乎。余故不揣鄙陋，遂简诸首，以纪岁月云尔。

正德八年[12]岁次癸酉仲春之吉
武邑庠生[13]宝朝珍序

## 注释

［1］自结绳之政远，而后代之书契立：用绳子打结以记事，是文字产生前的一种帮助记忆的方法。相传远古人们结绳记数。《易• 系辞下》：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契。”

［2］黄帝命隶首分为《九章》：黄帝，传说中中原各族的共同祖先。姬性，号轩辕氏。传说有很多发明创造，如养蚕、舟车、文字、音律、医学、算数等，都始创于黄帝时期。有命仓颉造字、命容城子造历、命隶首作算数等传说。《世本》云：“黄帝时，隶首作数。”唐宋以降，演变成隶首著《九章算术》。赝本《夏侯阳算经• 原序》云：“黄帝定三数为十等，隶首因以著《九章》。”但《九章算术》是相当成熟的高级数学著作，断不会是生活于新石器时代晚期的黄帝、隶首所著。据刘徽记载，它是西汉张苍、耿寿昌等在先秦遗文基础上删补而成的（参见郭书春：九章算术提要，《中国科学技术典籍通汇• 数学卷》，第一卷，第 79 页）。

［3］杜君讳瑾字良玉者：与宝朝珍同乡的善算者，生平不详。

［4］旅邸（dǐ）：邸，高级官员的住所，如官邸。旅邸，即宾馆、旅店。

［5］帙（zhì）：包书的套子，用布帛制成。因即谓书一套为一帙。

［6］觐（jìn）：朝见，朝拜。

［7］杨辉：南宋数学家（约 13 世纪）。字谦光，钱塘（今浙江杭州）人。杨辉编撰的数学著作很多，虽经散佚，但流传至今的还有多种，共计 5 种 21 卷。有《详解九章算法》12 卷（1261）、《日用算法》2 卷（1262）、《乘除通变本末》（亦称《乘除通变算宝》）3 卷（1274）、《田亩比类乘除捷法》2 卷（1275）、《续古摘奇算法》2 卷（1275）。后 3 种是杨辉后期的著作，一般称之为《杨辉算法》。在继承古代数学方面，他广征博引数学典籍，除汉、唐以来的“算经十书”之外，还引用了宋代的许多算书，而且这些书现已失传。幸得杨辉引用，后人才得知其只鳞片爪。其中，刘益的“正负开方术”、贾宪的“增乘开方法”与“开方作法本源”图，就是极其宝贵的数学史料。也正因为他的《详解九章算法》中载有“开方作法本源”图，人们一直称之为“杨辉三角”，现已称为“贾宪三角”了。关于高阶等差级数，他继沈括研究“隙积术”之后，研究了所谓“堆积术”。杨辉在总结乘除捷算法、纵横图的研究及数学教育等方面也有杰出贡献。他不仅是中国数学史上一位著述甚丰的数学家，而且也是一位杰出的数学教育家。

［8］杜文高：金陵（今南京）人，生平不详。

［9］夏源泽：江宁（今南京）人，著《指明算法》1 卷。

［10］金来朋：金台（今易县）人，著《启蒙算法》。

［11］捐资绣梓：捐钱刊刻出版。捐，原书误抄为“损”，系校者改（后同）。梓（zǐ），雕刻印书的木板。引申为印刷。如付梓。

［12］正德八年：公元 1513 年。

［13］庠生：庠（xiáng），中国古代的学校。《孟子• 滕文公上》：“设为庠、序、学、校以教之。……夏曰校，殷曰序，周曰庠。”庠生，科举制度中府、州、县学的生员的别称。

# 自　　序

窃闻曩古，黄帝命隶首作算数，其目有九，曰：方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈朒[1]、方程、勾股。又立度、量、权、衡之名，九九乘除之法。是乃普天之下，公私之间，不可一日而阙者也。故《内则》[2]载之而训稚，《周礼》[3]用之而教民，宜矣。夫上古圣贤犹且重之，况今之常人岂可以为六艺之末而忽之乎！愚是以留心算学，手不释卷三十余年，颇谙乘除之路。尝取诸家算书读之，其间辞失旨者有之，问答不合者有之，歌诀包束不尽、定数不明、舍本逐末、弃源攻流、乘机就巧、法理不通，学者莫可适从，正犹迷人而指迷人也。又兼版简模糊，誊书舛误。吁![4]愚者不能分别，智者弗与办理，理者不肯尽心，以致算学废弛，所以世人罕得精通，良可叹也。

我朝景泰间[5]，金台金来朋有志改正，才论数题，即有二病[6]，不足称也。愚故不揣鄙陋，敢以醯鸡[7]井蛙之见，历将诸籍所载题术逐一［测］深探远[8]，细论研推，其所当者述之，误者改之，繁者删之，阙者补之，乱者理之，断者续之。复增乘除图草、定位式样，开方演段、捷径成术，编为拙歌，注以俗解，凡二百条，三百十七诀，千二百六十七问，分为四十二卷，号《通证古今算学宝鉴》。于嘉靖改元，训蒙西城。暇中又韵诗词三百余问，分十二卷，以续于后。固得僭[9]罪如丘山，庶补算学有毫末。既成，憾其闻见之不广，采辑之不多，而又愧词句之不工，音韵之不叶，浅见薄识，不无欠当。待明算者改正，幸甚。欲刻于版，奈乏工赀，不获遂愿。倘有贤公仗义捐财，刻木广传，而与尚算君子共之，愚泯九泉之下，亦不忘也。不尔，徒为腐尘而已矣。噫！

嘉靖三年岁次甲申秋八月癸巳朔[10]
汾阳王文素述于饶川西城之馆

## 注释

［1］盈朒：即盈不足。刘徽曰：“不足者，谓之朒。”

［2］《内则》：《礼记》篇名。

［3］《周礼》：亦称《周官》或《周官经》。儒家经典之一。

［4］吁：原抄本为“呼”。

［5］景泰间：公元 1450 ~ 1456 年。

［6］才论数题，即有二病：见第 19 卷“长亭台求积”条及第 20 卷“盘粮仓窖”条提到的“夏源泽误答”、“金来朋误答”等。

［7］醯（xī）：醋。醯鸡：小虫名，即蠛蠓。古人误以为酒醋上的白霉变成，故名。形容细小。

［8］逐一［测］深探远：原抄本脱一字，据刘徽《九章算术注• 序》“凡望极高，测绝深而兼知其远者……度高者重表，测深者累矩”及成语“深不可测”等，补一“测”字。凡校者所补文字，均以［］括住。全书如此，后不一一作注。

［9］僭（jiàn）：超越本分，此处为谦词。原抄本为“僭”，校者改。

［10］嘉靖三年岁次甲申秋八月癸巳朔：据河北财经大学武万亮教授计算，应为公元 1524 年 9 月 8 日。

# 集　算　诗

## 其　一

六艺[1]科中算数尊，三才[2]万物总经纶[3]。
乘除升降千般用，量度权衡五品分。
天下钱粮凭是掌，世间交易赖斯均。
若无先圣传流此，自古模糊直到今。

## 其　二

市鬻诸家俗算篇，数差法拙字讹刊。
鲁鱼豕亥[4]三为二，焉马平乎十作千。
滞处疏通繁处剪，乱时整理阙时添。
而今历历皆更正，莫与寻常一样看。

## 其　三

身似飘蓬近六旬，留心学算已年深。
苦思善致精神败，久视能令眼目昏。
铁砚磨穿三两个，毛锥乏尽几千根。
如风扫退天边露，显出中秋月一轮。

## 其　四

诸家算籍甚差讹，暮玩朝参已证磨。
有意刊传财力寡，无人成就恨嗟多。
鲁麟直得逢尼父[5]，楚璧须还遇卞和[6]。
良马若非遭伯乐[7]，盐车[8]困死告谁何。

## 其　五

莫言算学理难明，旦夕磋磨可致通。
广聚细流成巨海，久封抔土积高陵。
肯加百倍功夫满，自晓千般法术精。
忆昔曾参[9]传圣道，亦由勉进得其宗。

其　六

暖衣饱食际雍熙[10]，算数林中论是非。
陋室半间寻妙理，灵台一点悟玄机[11]。
犹如月到天心处，活似风来水面时。
料此一般清意味，世间能有几人知。

其　七

其中奥理实难参，仰益高□钻益坚[12]。
百法源流当细审，四家周径莫轻谈[13]。
悬空定位[14]无踪影，带从开方有正翻[15]。
人道算如隔张纸，我言如隔万重山。

其　八

总为诸家算未周，故忘鄙陋又重修。
吹开毛孔寻疵病，使碎心机觅本流。
下海探珠非易得，登山采玉实难求。
譬将昏镜磨明也，寄语英贤韫匮[16]收。

## 注释

［1］六艺：古代指礼（礼仪）、乐（音乐）、射（射箭）、御（驾车）、书（识字）、数（计算）等六种科目，亦指六种儒家经书，即“六经”，这里指前者。

［2］三才：亦作“三材”。我国古代指天、地、人。《易• 系辞下》云：“有天道焉，有人道焉，有地道焉，兼三材而两之。”

［3］经纶（jīng lún）：整理丝缕，引申为处理国家大事。《礼记• 中庸》：“唯天下至诚为能经纶天下之大经，知天地之化育。”

［4］鲁鱼豕亥：亦作鲁鱼亥豕。把“鲁”字误写成“鱼”，把“豕”误写成“亥”。因在篆文中字形相近，容易写错。后用以指书籍传抄、刊印中的文字错误。

［5］鲁麟直得逢尼父：《春秋• 哀公十四年》：“春，西狩获麟。”杜予注：“麟者仁兽，圣王之嘉瑞也。时无明王出而遇获；仲尼伤周道之不兴，感嘉瑞之无应，故因鲁春秋而修中兴之教，绝笔于‘获麟’之一句。所感而作，故所以为终也。”孔子作《春秋》至“获麟”绝笔，故《春秋》又称“麟经”。孔子名仲尼，尼父系对孔子的尊称。

［6］卞和：春秋时楚国人。相传他觅得玉璞，两次献给楚王（厉王、武王），都被认为虚假，以欺君罪先后被砍去双脚。楚文王即位，他抱璞哭于荆山下，楚文王使人剖璞，果得宝玉，史称为“和氏璧”、“和璧”、“楚璧”。

［7］伯乐：春秋时秦国人，善于相马，后喻为善于发现和选用人才之人。

［8］盐车：运盐的车子。《国策• 楚策四》谓：“夫骥之齿至矣，服盐车而上大行，蹄申膝折……中阪迁延，负辕不能上。伯乐遭之，下车攀而哭之，解纻衣以幂之。”服盐车，喻有才而遭抑制，未得其用。《史记• 屈原贾生列传》：“骥垂两耳兮服盐车。”

［9］曾参：即曾子（公元前 505 ~ 前 436），春秋末鲁国南武城（今山东费县）人，字子舆。孔子学生，以孝著称。提出“吾日三省吾身”的修养方法。后被尊为“宗圣”。

［10］暖衣饱食际雍熙：际：当，适逢其时。如：际此盛会。雍：古代撤膳时所奏的音乐。《淮南子• 主术训》：“鼛（gāo）鼓而食，奏雍而彻。”熙：和乐。如：众人熙熙，熙和。

［11］陋室半间寻妙理，灵台一点悟玄机：原书抄为“半间陋室”，系校者径改。这样既符合平仄，又可与“灵台一点”对偶。灵台，汉代天象台名为“灵台”（见：《三辅黄图》卷五）。此处通“灵府”，指心或心灵。《庄子• 庚桑楚》：“不可内于灵台。”

［12］仰益高□钻益坚：原书脱一字。有补一“兮”字者，亦有补“玄”、“深”字者，当见仁见智。

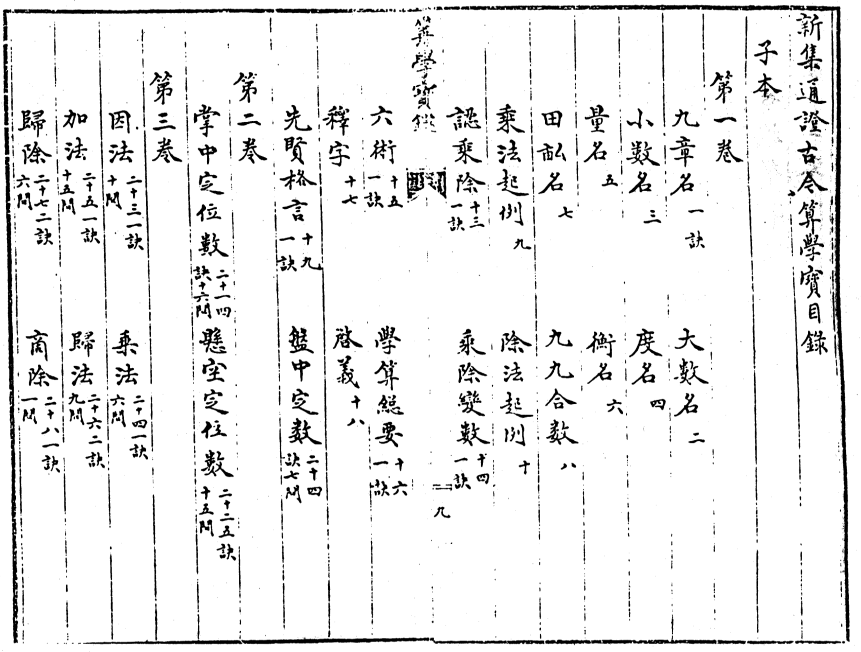
［13］四家周径：指我国古代的四种圆周率。详见第 8 卷注［2］和第 35 卷注［18］。

［14］悬空定位：首见于安止斋《详明算法》（1373）卷上，相当于现在的公式定位法。

［15］带从开方有正翻：从，原抄为“蹤”，应为纵，今简作“从”（从，《数学辞海》中注音 cóng，本书中多处诗诀中均为仄声，应读作 zòng）。带从开方亦称“开带从方”，中国古算法。首见之于《九章算术》。指求形如 $x^2+bx=A$（$A>0$，$b>0$）的一元二次方程的正根的一种方法。带从开方在本书第 16 卷、第 33 卷中有详尽论述。显然“悬空定位”和“带从开方”都是王文素的得意之作，故在《集算诗》中有此佳联。

［16］韫匮（yùn guì）：韫，包含、蕴藏；匮，同柜。藏在柜子里。《论语• 子罕》：“有美玉于斯，韫匮而藏诸？求善贾而沽诸？”亦比喻怀才未用。这里指善存。

# 新集通证古今算学宝鉴目录影印件



新集通證古今算學寶鑑目錄

子本

第一卷

九章名 一訣　大數名 二

小數名 三　度名 四

量名 五　衡名 六

田畝名 七　九九合數 八

乘法起例 九　除法起例 十

詮乘除 十三 一訣　乘除變數 十四 一訣

六術 十五 一訣　學算經要 十六 一訣

釋字 十七　啓蒙 十八

先賢格言 十九 一訣　盤中定數 二十四 訣七問

第二卷

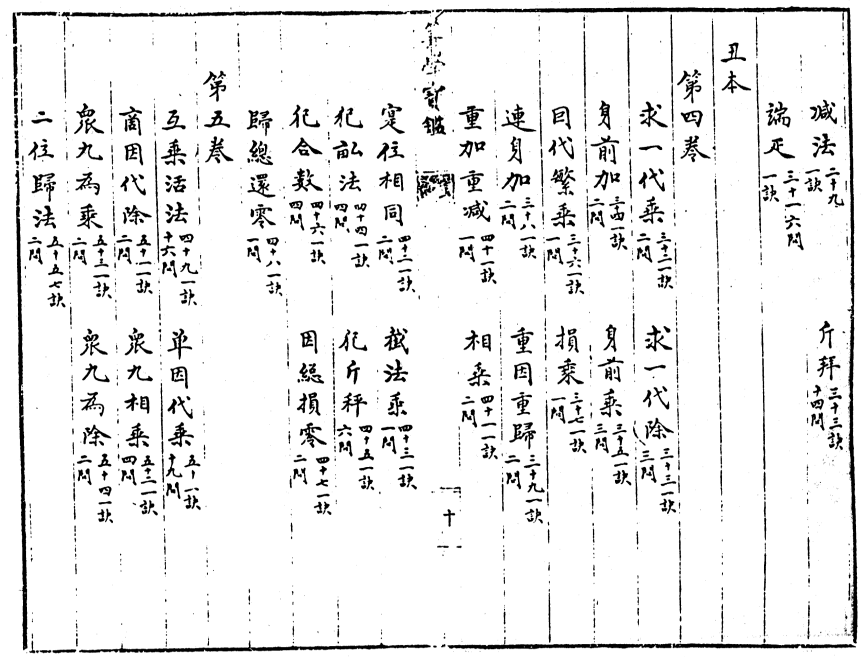
掌中定位數 二十一四 訣十六問　題空定位數 二十二五 訣十五問

第三卷

因法 二十三 一訣　乘法 二十四 一訣 六問

加法 二十五 一訣　歸法 二十六 二訣 九問

歸除 二十七 二訣 六問　商除 二十八 一訣 一問



減法 二十九 一訣　斤秤 三十三 訣 十四問

端疋 三十一 六問 一訣

丑本

第四卷

求一代乘 三十二 訣 二問　求一代除 三十三 一訣 三問

身前加 三十四 一訣 二問　身前乘 三十五 一訣 三問

同代繁乘 三十六 一訣 一問　損乘 三十七 一訣 一問

連身加 三十八 一訣 二問　重因重歸 三十九 一訣 二問

重加重減 四十 一訣 一問　相乘 四十一 訣 二問

定位相同 四十二 一訣 二問　裁法乘 四十三 一訣 一問

化畝法 四十四 一訣 四問　化斤秤 四十五 一訣 六問

化合數 四十六 一訣 四問　因總損零 四十七 一訣 二問

歸總還零 四十八 一訣 一問

第五卷

互乘活法 四十九 一訣 十六問　單因代乘 五十 一訣 九問

商因代除 五十一 一訣 一問　衆九相乘 五十二 一訣 四問

衆九爲乘 五十三 一訣 一問　衆九爲除 五十四 一訣 二問

二位歸法 五十五 七訣 二問

第六卷
乘法通變 五十六二 十六問 除法通變 五十七 二十問
寅本
第七卷
方田 五十八 諸田求積 五十九 三十八問
第八卷
平圓求積 六十 五問 弧田論積 六十一 十五問
第九卷
里里相乘 六十二 十問 積田求里 六十三 十二問
算學寶鑑 土
諸田分子 六十四 十三問 忘長失闊 六十五 四問
田求長活 六十六 十問
第十卷
求田捷徑 六十七 三九問
卯本
第十一卷
粟米 六十八 二十六問 假頭六草 六十九 六問
重據損 七十 十一問

通分 七十一 七問 同分 七十二 五問
約分 七十二 二問 合分 七十四 四問
課分 七十五 七問 平分 七十六 四問
乘法分子 七十七 六問 論除盡否 七十八 六問
第十三卷
衆分 七九 十六問 多出差分 八十 二問
合分入據換 八十一 八問
第十四卷
貴賤分身 八十二 七問 合和差分 八十三 九問
算學寶鑑 土二
異乘同除 八十四 十七問 同乘異除 八十五 四問
辰本
第十五卷
少廣 八十六 三十一問
第十六卷
平方 八十七 五問 平方分子 八十八 二問
截長益廣 八九 二問 分停開方 九十 二問
帶跋平方 九十二 二問 差步求和 九十三 五問
和步求潤 九十四 四問 衆和求長潤 九十五 二問