



中国科学技术
经·典·文·库

理论物理 (第四册)

相 对 论

吴大猷 著

 科学出版社
www.sciencep.com

中国科学技术经典文库·物理卷

理论物理(第四册)

相 对 论

吴大猷 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书为著名物理学家吴大猷先生的著述《理论物理》(共七册)的第四册.《理论物理》是作者根据长期所从事的教学实践编写的一部比较系统全面的大学物理学教材.本册内容共分5章:第1章叙述物理定律的变换及不变性;第2章介绍 Michelson 及其他实验;第3章为狭义相对论;第4章讲述电动力学的相对论形式;第5章讲述相对论动力学.

本书根据中国台湾联经出版事业公司出版的原书翻印出版.作者对原书作了部分更正,李政道教授为本书的出版写了序言,我们对原书中一些印刷错误也作了订正.

本书可供高等院校物理系师生教学参考,也可供研究生阅读.

图书在版编目(CIP)数据

理论物理(第四册): 相对论/吴大猷著. —北京: 科学出版社, 2010
(中国科学技术经典文库·物理卷)

ISBN 978-7-03-028724-3

I. 理… II. 吴… III. ①理论物理学 ②相对论 IV. O41

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 162235 号

责任编辑: 张 静 唐保军 / 责任校对: 陈玉凤
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1983 年 8 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2010 年 9 月第二次印刷 印张: 11 3/4

字数: 221 000

定价: 48.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序 言

吴大猷先生是国际著名的学者, 在中国物理界, 是和严济慈、周培源、赵忠尧诸教授同时的老前辈. 他的这一部《理论物理》, 包括了“古典”至“近代”物理的全貌. 1977 年初, 在中国台湾陆续印出. 这几年来对该省和东南亚的物理教学界起了很大的影响. 现在中国科学院, 特别是由于卢嘉锡院长和钱三强、严东生副院长的支持, 决定翻印出版, 使全国对物理有兴趣者, 都可以阅读参考.

看到了这部巨著, 联想起在 1945 年春天, 我初次在昆明遇见吴老师, 很幸运地得到他在课内和课外的指导, 从“古典力学”学习起至“量子力学”, 其经过就相当于念吴老师的这套丛书, 由第一册开始, 直至第七册. 在昆明的这一段时期是我一生学物理过程中的大关键, 因为有了扎实的根基, 使我在 1946 年秋入芝加哥大学, 可立刻参加研究院的工作.

1933 年吴老师得密歇根大学的博士学位后, 先留校继续研究一年. 翌年秋回国在北大任教, 当时他的学生中有马仕俊、郭永怀、马大猷、虞福春等, 后均致力物理研究有成. 抗战期间, 吴老师随北大加入西南联大. 这一段时期的生活是相当艰苦的, 但是中国的学术界, 还是培养和训练了很多优秀青年. 下面的几段是录自吴老师的《早期中国物理发展之回忆》一书:

“组成西南联大的三个学校, 各有不同的历史. …… 北京大学规模虽大, 资望也高, 但在抗战时期中, 除了有很小数目的款, 维持一个‘北京大学办事处’外, 没有任何经费作任何研究工作的. 在抗战开始时, 我的看法是以为应该为全面抗战, 节省一切的开支, 研究工作也可以等战后再作. 但抗战久了, 我的看法便改变了, 我渐觉得为了维持从事研究者的精神, 不能让他们长期地感到无法工作的苦闷. 为了培植及训练战后恢复研究工作所需的人才, 应该在可能情形下, 有些研究设备. 西南联大没有此项经费, 北大也无另款. …… 我知道只好尽自己个人的力量做一点点工作了. …… 请北大在岗头村租了一所泥墙泥地的房子做实验室, 找一位助教, 帮着我三棱柱放在木制架上拼成一个最原始形的分光仪, 试着做些‘拉曼效应’的工作”.

“我想在二十世纪, 在任何实验室, 不会找到一个拿三棱柱放在木架上做成的分光仪的了. 我们用了许多脑筋, 得了一些结果. ……”

“1941 年秋, 有一位燕京大学毕业的黄昆, 要来北大当研究生随我工作, 他是一位优秀的青年. 我接受了他, 让他半时作研究生, 半时作助教, 可以得些收入. 那年上学期我授‘古典力学’, 下学期授‘量子力学’. 班里优秀学生如杨振宁、黄昆、黄

授书、张守廉等可以说是一个从不易见的群英会.”

“1945 年日本投降前, 是生活最困难的时期. 每月发薪, 纸币满箱. 因为物价飞跃, 所以除了留些做买菜所需外, 大家都立刻拿去买了不易坏的东西, 如米、炭等. 我可能是教授中最先摆地摊的, 抗战初年, 托人由香港、上海带来的较好的东西, 陆续地都卖去了. 等到 1946 年春复员离昆明时, 我和冠世的东西两个手提箱便足够装了.”

就在 1946 年春, 离昆明前吴老师还特为了我们一些学生, 在课外另加工讲授“近代物理”和“量子力学”. 当时听讲的除我以外, 有朱光亚、唐敖庆、王瑞骅和孙本旺.

在昆明时, 吴老师为了北京大学的四十周年纪念, 写了《多原分子的结构及其振动光谱》一书, 于 1940 年出版. 这本名著四十多年来至今还是全世界各研究院在这领域中的标准手册. 今年正好是中国物理学会成立的五十周年, 科学出版社翻印出版吴大猷教授的《理论物理》全书, 实在是整个物理界的一大喜事.

李政道

1982 年 8 月

写于瑞士日内瓦

总 序

若干年来, 由于与各方面的接触, 笔者对中国台湾的物理学教学和学习, 获有一个印象: (一) 大学普通物理学课程之外, 基层的课程, 大多强纳入第二第三两学年, 且教科书多偏高, 量与质都超过学生的消化能力. (二) 学生之天资较高者, 多眩于高深与时尚, 不知或不屑于深厚基础的奠立. (三) 专门性的选修课目, 琳琅满目, 而基层知识训练, 则甚薄弱.

一九七四年夏, 笔者拟想以中文编写一套笔者认为从事物理学的必须有的基础的书. 翌年夏, 得褚德三、郭义雄、韩建珊 (中国台湾交通大学教授) 三位之助, 将前此教学的讲稿译为中文, 有 (1) 古典力学, 包括 Lagrangian 和 Hamiltonian 力学, (2) 量子论及原子结构, (3) 电磁学, (4) 狭义与广义相对论等四册. 一九七六年春, 笔者更成 (5) 热力学, 气体运动论与统计力学一册. 此外将有 (6) 量子力学一册, 稿在整理中.

这些册的深浅不一. 笔者对大学及研究所的物理课程, 拟有下述的构想:

第一学年: 普通物理 (力学, 电磁学为主); 微积分.

第二学年: 普通物理 (物性, 光学, 热学, 近代物理); 高等微积分; 中等力学 (一学期).

第三学年: 电磁学 (一学年) 及实验; 量子论 (一学年).

第四学年: 热力学 (一学期); 狭义相对论 (一学期); 量子力学 (引论)(一学年).

研究院第一年: 古典力学 (一学期); 分子运动论与统计力学 (一学年); 量子力学 (一学年); 核子物理 (一学期).

研究院第二年: 电动力学 (一学年); 专门性的课目, 如固体物理; 核子物理, 基本粒子; 统计力学; 广义相对论等, 可供选修.

上列各课目, 都有许多的书, 各有长短. 亦有大物理学家, 集其讲学精华, 编著整套的书, 如 Planck, Sommerfeld, Landau 者. Landau-Lifshitz 大著既深且博, 非具有很好基础不易受益的. Sommerfeld 书虽似较易, 然仍是极严谨有深度的书, 不宜轻视的. 笔者本书之作, 是想在若干物理部门, 提出一个纲要, 在题材及着重点方面可作为 Sommerfeld 书的补充, 为 Landau 书的初阶.

笔者深信, 如一个教师的讲授或一本书的讲解, 留给听者或读者许多需要思索、补充、扩展、涉猎、旁通的地方, 则听者读者可获得较多的益处. 故本书风格, 偏于简练, 课题范围亦不广. 偶以习题的方式, 引使读者搜索, 扩大正文的范围.

笔者以为用中文音译西人姓名, 是极不需要且毫无好处之举. 故除了牛顿, 爱

因斯坦之外, 所有人名, 概用西文.*

本书得褚德三、郭义雄、韩建珊三位中国台湾交通大学教授之助, 单越 (中国台湾清华大学) 教授的校阅, 笔者特此致谢.

吴大猷

1977 年元旦

* 商务印书馆出版之中山自然科学大辞典中, 将 Barkla, Blackett, Lamb, Bloch, Brattain, Townes 译为巴克纳, 布拉克, 拉目, 布劳克, 布劳顿, 汤里士, 错误及不准确可见.

目 录

序言

总序

导言

甲部 狭义相对论

第 1 章	物理定律：变换及不变性	5
1.1	物理定律的变换与不变性	5
1.2	张量代数	7
1.3	实数时间之表示：逆变及协变张量	10
第 2 章	Michelson 及其他实验	13
2.1	Michelson-Morley 实验	13
2.2	Trouton-Noble 实验	14
2.3	Fizeau 实验	15
2.4	恒星光的偏差	16
第 3 章	狭义相对论	18
3.1	时间 空间：度量的观念	18
3.2	爱因斯坦的相对论	19
3.2.1	相对性原理	19
3.2.2	光速守恒性原则	19
3.3	Minkowski 的几何表象	21
3.3.1	时间性区域与类时向量	23
3.3.2	空间性区域与类空向量	23
3.3.3	因果关系	23
3.4	Lorentz 变换的结果	27
3.4.1	时间的伸展 (time dilatation)	27
3.4.2	“同时性”观念的相对性	28
3.4.3	FitzGerald-Lorentz 收缩 (contraction)	28
3.4.4	Doppler 效应	29
3.4.5	星光的偏差	29
3.4.6	速度之和	31

第 4 章 电动力学的相对论形式	32
4.1 张量形式的场方程式	32
4.2 运动电荷所产生的场	38
4.2.1 Lienard-Wiechert 场势	38
4.2.2 任意运动之电荷	39
4.3 Lorentz 力与电动力学	41
4.3.1 能-动量张量	41
4.3.2 能量守恒定律	43
4.3.3 动量守恒定律	44
4.3.4 能-动量向量	44
4.3.5 平面波的能量与动量	46
4.3.6 带电质点的能量辐射	48
4.4 运动介质的电动力学	50
4.4.1 运动的电荷密度	51
4.4.2 运动的电流	51
4.4.3 运动的电流线圈	52
4.4.4 物质介体的能-动量张量	52
4.5 有单磁极 (magnetic monopole) 之电动力学	53
附录 Dirac 单磁极理论	57
1. 规范变换及相位	57
2. 电磁场奇异性的量子化与单磁极	60
第 5 章 相对论动力学	63
5.1 运动方程式	63
5.2 质量与能的关系	66
5.3 质点的能量、动量及质量	68

乙部 广义相对论

第 1 章 张量微积分	75
1.1 逆变与协变张量	75
1.2 基本 (或度规) 张量 (metric tensor)	78
1.3 Christoffel 三指数符号	81
1.4 协变导数	82
1.5 协变散度 (covariant divergence)	85
1.6 张量密度	87

1.6.1	纯量密度	87
1.6.2	向量密度, 张量密度与散度	89
第 2 章	仿射几何	93
2.1	仿射联络与仿射几何	93
2.2	协变微分与 Stokes 定理	96
2.3	曲度张量 $R_{\mu\nu\sigma}^{\rho}$; Riemann 张量 $R_{\mu\nu}$	99
2.4	平行位移与可积分性 (parallel displacement and integrability)	100
2.5	极端线 (geodesics)	105
第 3 章	Riemann 几何	107
3.1	曲度张量	107
3.1.1	曲度张量 $R_{\mu\nu\sigma}^{\rho}$	108
3.1.2	Riemann 张量 $R_{\mu\nu}$	109
3.1.3	Gaussian 曲度 R	109
3.1.4	四维空间之曲度	114
3.2	曲度空间与平度空间	116
3.3	极端线	117
3.3.1	由变分方程式而得	118
3.3.2	由 Hamilton 方程式而得	119
3.4	自然的或极端线的坐标系	121
3.4.1	极端线坐标系或自然坐标系	121
3.4.2	正规坐标系	122
3.5	爱因斯坦张量 G_{μ}^{ν}	124
第 4 章	广义相对论	127
4.1	几何与物理	127
4.1.1	长度	127
4.1.2	时间	128
4.2	广义相对论	129
4.3	平度时空的加速运动	130
第 5 章	爱因斯坦引力理论	134
5.1	等效原理	134
5.2	Riemann 空间的时, 空度量	136
5.3	时钟 (或双生子) 的问题	138
5.4	引力理论	142
5.5	爱因斯坦“引力方程式”的近似解	146
5.5.1	时-空度量-红移	150

5.5.2 光在“引力场”之弯曲	152
5.6 爱因斯坦“引力方程式”之正确解: Schwarzschild 解法	154
5.6.1 水星近日点之推前	159
5.6.2 光之偏折	162
5.6.3 光谱线之引力红移	163
5.7 爱因斯坦 $G_\mu^\nu = -kT_\mu^\nu$ 方程式之解的问题	164
5.8 星体内光的极端线	166
第 6 章 最近的发展	168
6.1 统一场论的尝试	168
6.2 Einstein-Infeld-Hoffman 的成果	169
6.3 黑洞 (black holes)	169
索引	173

导 言

狭义相对论的基本假定是：在所有的惯性系中，对物理现象的描述均为等效，或以数学的术语，即在所有惯性系的时空坐标变换 (Lorentz 变换) 下，所有的物理定律，均不变其形式。广义相对论 (general theory of relativity) 则系讨论到较一般化的系统，亦即讨论到在任何不加以等速相对运动的限制的坐标系中，物理定律的不变性是否仍然成立的问题。广义相对论中自然包括了加速运动以及我们熟识的牛顿 (Newton) 重力理论的探讨。早在 1905 年，爱因斯坦 (Einstein) 便讨论到时钟在加速度坐标系以及在 Newton 重力场的性质的问题，但他的广义相对论，却经过许多的研讨，到 1915 年才完成。这理论不仅可说是划时代的，也可说是美丽的及深奥的。在狭义相对论中，爱因斯坦已澄清了时空度量的观念，由之导出了包含所有重要物理内涵的 Lorentz 变换方程式。在他的广义相对论中，爱因斯坦更进一步地讨论物理学中四维时空簇的几何性质。直到爱因斯坦为止，物理学及哲学都基于日常的经验，将三维空间用欧氏 (Euclidean) 几何来表示，看成为一自然的、天经地义的事情。甚至在狭义相对论中的四维时间，仍是欧氏几何 (正确说法应为假 (pseudo) 欧氏几何)。牛顿自然而然地沿用欧氏几何的空间观念；为了解释太阳系中行星的运动，乃创立了他的“万有引力理论”。爱因斯坦则引进了一个革命性的观点，认为描述物理现象的“物理空间”，不必是欧氏空间；它的几何性质，是应由空间的物质 (或能量) 分布来决定的。爱因斯坦这种想法的数学表示，是一般的非欧几何 (黎曼 (Riemann) 几何)。至于广义的相对性原则的数学表示，则系谓所有物理定律，在任意时空坐标变换下皆有协变性。这种变换性质的研究工具，即为张量微积分。在下文数章中，我们将简略地讨论：张量微积分、Riemann 及仿射几何，以及爱因斯坦的广义相对论及其“引力理论”。

甲部 狭义相对论

第 1 章 物理定律：变换及不变性

1.1 物理定律的变换与不变性

相对论的基本观念，是当我们从某一“惯性坐标”变换到另一“惯性坐标”时，所有的物理定律，不因这种变换而改变其形式。为了解此点，我们可从下面的考虑开始。

(1) 按本书第一册乙部第 3 章，在古典动力学中，任何动力系统的运动方程式均可写成如下之正则形式：

$$\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \quad \dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k} \quad (1-1)$$

且坐标与动量 q_k, p_k 至 Q_k, P_k 的变换 (所谓正则变换)

$$\begin{aligned} q_k &= q_k(Q_1, \dots, Q_n, P_1, \dots, P_n) \\ p_k &= p_k(Q_1, \dots, Q_n, P_1, \dots, P_n) \end{aligned} \quad (1-2)$$

有数学中的“群”的性质。这种正则变换会使上列方程式 (1)* 不变其形式，即

$$\dot{Q}_k = \frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}, \quad \dot{P}_k = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial Q_k}$$

(2) 在电磁理论中，Maxwell 的场方程式及带电质点的运动方程式，已证明在下列变换下，不变其形式：

空间反投 (或宇称) 运作

时间变数 t 逆反运作

电磁场势规范变换

(详见《理论物理第三册电磁学》，第 4 章，第 4.4 及 4.7 节)。

(3) 在古典力学中，一个系统的运动方程式 (或运动定律)

$$mr_i = F(r_i), \quad i = 1, 2, \dots \quad (1-3)$$

在所谓 Galileo 变换下

$$\begin{aligned} r_i &= r'_i + vt, \\ t &= t', \end{aligned} \quad v = \text{常数} \quad (1-4)$$

* (1) 式即公式 (1-1)，公式序号均去掉了章号，只用顺序号表示，其他章节类同。—— 编辑注

不变其形式. (4) 式所代表的变换, 系表示从一坐标系统 S (在此系统中, 坐标为 r_i) 变换到一以等速度 v 相对于 S 运动的坐标系统 S' . 如 Newton 运动定律对某一参考坐标 S (称为惯性坐标) 成立时, 则对于所有以均匀速度相对 S 运动的坐标亦应成立. 此意即谓, 在自己的坐标中, 不可能借任何动力学性质的观测, 来发觉自己的坐标是“静止”抑或“等速运动”的. 这是说绝对性的“等速运动”是无意义的. 这个结论, 是所谓 Galileo 的相对论原理.

在变换 (4) 中, 我们应注意, 时间变数 t 并无变换. 此即牛顿所采用的绝对的时间. 这种时间的定义, 依照牛顿的 Principia 第一册中的 Scholium, 是“均匀地流动, 而且与其一切外界无关的”. 在下章中, 我们将可看到爱因斯坦的理论系由时间观念的重新检讨而开始的.

(4) 如将 Galileo 变换 (4) 应用到电磁理论的方程式, 我们立刻可以发现到这些方程式在 Galileo 变换下, 形式是要改变的. 在这种结论下, 因在互以等速作相对运动的不同坐标系中, 电磁方程式各有不同的形式, 则我们似乎只要在自己的坐标系中从事一些电磁实验, 即可找出我们自己坐标系的运动情形. 在下节中, 我们将描述一些企图决定我们坐标系运动情形的实验.

H. A. Lorentz 在 1895 及 1899 年间, 为了研究运动物体的电学及光学现象, 获得了电磁定律在“静止”坐标 S 及运动坐标 S' 间的一些变换关系. 这些变换关系, 系包括 $\frac{v}{c}$ 次项, 1903 年, Lorentz 终于导出了一组直到现在仍冠以他的大名的变换, 即

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{\beta}{c}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c} \quad (1-5)$$

v 系代表 S' 及 S 坐标系沿其 x' 及 x 轴的相对速度. 在下章中我们将发现, 在这个时空变换 (5) 下, 只要考虑及同时使场量 E, B 等也经过一与 (5) 式相似之变换, 则电磁场及带电质点的所有方程式, 均不改其形式. 变换 (5), 事实上即为 1905 年爱因斯坦所发表的相对论的数学表示式, 但 Lorentz 对于 t' 及变换 (5) 的物理意义并不很清楚, 他把 t' 当做“本地时间”, 引入到物理学来.

(5) 在第 (3) 中, 我们提到古典动力学的定律在 Galileo 变换式 (4) 下不改其形式; 在第 (4) 中, 我们提到电磁定律在 Lorentz 变换下保持不变. 因此, 我们可以得到下面结论

变 换	Galileo (4)	Lorentz (5)
动力学定律	形式不变	形式变
电磁定律	形式变	形式不变

(1-6)

我们已知, 当考虑光速 c 为无穷大值的极限情况, Lorentz 变换即缩变为 Galileo

变换, 因此, 为了避免古典动力学定律经过 Lorentz 变换后即改变形式的失败, 我们必须重新检讨古典动力学的定律.

1.2 张量代数

假如一个物理定律, 被表示成为一普通三维空间中的两个向量间的方程式, 例如牛顿第二定理

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F} \quad (1-7)$$

则显然与坐标的择取无关, 特别是当坐标轴的转动以下列变换来表示时

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1-8)$$

或

$$x'_i = \sum_j a_{ij} x_j, \quad x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z \quad (1-9)$$

运动方程式 (7), 不变其形式. 变换 (8) 系一线性且正交之变换, 其特性可表示如下

$$\sum_i a_{ij} a_{ik} = \delta_{jk} \quad (1-10)$$

其次考虑 Lorentz 变换 (5). 该变换在四维空间, 如用虚数时间 t 坐标

$$x_1, x_2, x_3, x_4 = x, y, z, ict \quad (1-11)$$

系一线性正交变换. 用 (11) 的坐标, 称为 Minkowski 度规 (metric).

(5) 式可写成矩阵方程式之形式, 如下:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (1-12)$$

或

$$x_\mu = \sum_\nu a_{\mu\nu} x'_\nu \quad (1-13)$$

此处

$$\sum_{\nu=1}^4 a_{\lambda\nu} a_{\mu\nu} = \delta_{\lambda\mu} \quad (1-14)$$

(12) 式的逆式可将相对速度 v 或 β 变号获得, 即

$$x'_\mu = \sum a_{\nu\mu} x_\nu \quad (1-15)$$

或以矩阵表示,

$$(x'_1, x'_2, x'_3, x'_4) = (x_1, x_2, x_3, x_4) \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad (1-16)$$

(14) 式乃是正交条件 (10) 在三维空间的广义式, 四维向量 (x_1, x_2, x_3, x_4) 的长度在 (12) 或 (15) 式之变换下, 为一不变量, 即

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2 \quad (1-17)$$

但一般的变换, 系

$$x_\mu = x_\mu(x'_1, x'_2, x'_3, x'_4)$$

而非 (13) 或 (15) 式之线性变换. 其微分变换为

$$dx_\mu = \sum_\nu \frac{\partial x_\mu}{\partial x'_\nu} dx'_\nu$$

其变换系数非如 (3) 式者之为常数矣. 在广义相对论 (本册乙部) 中, 我们将需要这种广义的理论, 但在狭义相对论, 则仅需用具有 (14) 式性质的线性正交变换 (13) 式及 (15) 式. 下文先讨论张量代数.

定义 线性变换

$$x'_\mu = \sum x_\nu a_{\nu\mu} \quad (1-18)$$

如其系数 $a_{\nu\mu}$ 满足

$$\sum_\mu a_{\lambda\mu} a_{\nu\mu} = \delta_{\lambda\nu} \quad (1-19)$$

时, 即称为正交.

定理 1 (18) 式的逆变换为

$$x_\nu = \sum_\mu a_{\nu\mu} x'_\mu \quad (1-18')$$

定义 n 阶张量系由下列变换定义:

$$\begin{aligned} T'_{\mu\nu} &= \sum_{\alpha, \beta} T_{\alpha\beta} a_{\alpha\mu} a_{\beta\nu} \\ T'_{\lambda\mu\nu} &= \sum_{\alpha, \beta, \gamma} T_{\alpha\beta\gamma} a_{\alpha\lambda} a_{\beta\mu} a_{\gamma\nu}, \text{ 等} \end{aligned} \quad (1-20)$$

上式之第一式系二阶张量之定义, 第二式系三阶张量之定义, 其他阶次张量可类推. 向量系一阶张量, 即

$$A'_\mu = \sum A_\nu a_{\nu\mu} \quad (1-21)$$

定理 2 在给予张量以定义之变换 (20) 式下, 张量方程式有不变性. 此定理由 (20) 式之定义, 极易得证.

定理 3 $\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}, \frac{\partial}{\partial x_4}$ 组成向量的四个分量. 此定理可由 (18)' 及 (20) 式得证, 即

$$\frac{\partial}{\partial x'_\mu} = \sum_\nu \frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\mu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} = \sum a_{\nu\mu} \frac{\partial}{\partial x_\nu}, \text{等} \quad (1-22)$$

定义 函数 $\phi(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 称为纯量 (scalar), 如其对变换 (18) 有不变性, 即

$$\phi(x'_1, x'_2, x'_3, x'_4) = \phi(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (1-23)$$

零阶张量称为纯量.

定理 4 纯量 ϕ 的四维梯度 (gradient) 为一向量, 即

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_1}, \frac{\partial \phi}{\partial x_2}, \frac{\partial \phi}{\partial x_3}, \frac{\partial \phi}{\partial x_4} \right) \text{系一向量} \quad (1-24)$$

定理 5 向量的四维散度 (divergence) 为一纯量, 即

$$\sum_\alpha \frac{\partial A_\alpha}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial A_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \frac{\partial A_3}{\partial x_3} + \frac{\partial A_4}{\partial x_4} = \text{不变量} \quad (1-25)$$

定理 6 向量的四维旋度 (curl) 为一个二阶张量

$$(\text{curl } A)_{\alpha\beta} = \frac{\partial A_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial A_\alpha}{\partial x_\beta} \quad (1-26)$$

定理 7 向量的内乘积为一纯量

$$\begin{aligned} \sum_\mu A'_\mu B'_\mu &= \sum_{\mu, \alpha, \beta} A_\nu a_{\nu\mu} B_{\lambda\nu} a_{\lambda\mu} \\ &= \sum_{\nu, \lambda} A_\nu B_\lambda \delta_{\nu\lambda} \\ &= \sum_\nu A_\nu B_\nu \end{aligned} \quad (1-27)$$

定理 8 任何量, 如与一向量作内乘积之结果系一张量, 则此量必为一张量.

定理 9 二阶张量之散度为一向量, 即

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\mu} = \text{一向量} \quad (1-28)$$

定理 10 d'Alembertian 运作子系不变性之运作子

$$\square \equiv \sum_{\mu} \frac{\partial^2}{\partial x_{\mu}^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_4^2} = \text{不变量} \quad (1-29)$$

定理 11 $\sum_{\mu} dx_{\mu}^2$ 为一不变量. (1-30)

定理 12 变换 (18) 及 (18)' 之 Jacobian 为 ± 1

$$\frac{\partial(x'_1, x'_2, x'_3, x'_4)}{\partial(x_1, x_2, x_3, x_4)} = \pm 1 \quad (1-31)$$

定理 13 体积元素 $dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$ 为一不变量. (1-32)

上述这些定理之证明, 留给读者做为简单的演习.

在相对论中应用张量的重要原因是: 我们主要的系讨论在不同参考坐标系中, 物理定律在变换 x, y, z, t 下保持不变的性质, 而物理定律如以张量形式表示, 则其不变性即可自动获得保证. 1907~1910 年, H. Minkowski 首先发展出 Lorentz 变换的张量微积分, 然较系统化之作法, 则系在 1910 年由 A. Sommerfeld 首先提出的.

1.3 实数时间之表示: 逆变及协变张量

(11) 式中所采的系

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ict$$

这所谓 Minkowski 表示 (或度规). x_{μ} 的 Lorentz 变换方程式乃 (12) 或 (14). 此变换符合 (10) 式的垂直条件.

在文献中, 常有采下式的表示 (时间坐标 x^0 系实数)

$$x' = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z, \quad x^0 = ct \quad (1-33)$$

Lorentz 变换 (5) 乃成

$$\begin{pmatrix} x^{0'} \\ x^{1'} \\ x^{2'} \\ x^{3'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{0'} \\ x^{1'} \\ x^{2'} \\ x^{3'} \end{pmatrix} \quad (1-34)$$

此变换不符合 (10) 式之垂直条件, 且 (17) 式

$$(x^0)^2 + (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = \text{不变值}$$

亦不再正确了. 为建立一张量代数, 仍使 (17) 至 (32) 各关系得成立, 乃定义另一 4 维向量

$$x_\mu(x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, -x, -y, -z) \quad (1-35)$$

其 Lorentz 变换为

$$\begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{pmatrix} \quad (1-36)$$

(34) 及 (36) 变换之 Jacobian 皆等于 1.

由 (34) 及 (36), 可证

$$x_\mu x^\mu = x_0 x^0 + x_1 x^1 + x_2 x^2 + x_3 x^3 = \text{不变值} \quad (1-37)$$

凡向量或张量之变换如 (34) 式者, 称为逆变 (contravariant) 向量式张量, 其变换如 (36) 式者, 为协变 (covariant). 两个向量之内乘积为

$$A^\mu B_\mu = A^0 B_0 + A^1 B_1 + A^2 B_2 + A^3 B_3 \quad (1-38)$$

由 (34) 及 (36) 式, 得

$$A^{\mu'} B'_\mu = A^\mu B_\mu \quad (1-37a)$$

(22) 式之 $\frac{\partial}{\partial x_\mu}$ 现乃有逆变及协变向量之分, 由 (34) 及 (36), 很易证明:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^3} \right) \text{ 成一协变向量} \quad (1-39)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_0}, \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \text{ 成一逆变向量} \quad (1-39a)$$

而 (29) 式则成

$$\square \equiv \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial^2}{\partial x^\mu \partial x_\mu} = \text{不变运作子}$$

一个向量的逆变分量和其协变分量的关系, 可以下式表之:

$$x^\mu = g^{\mu\nu} x_\nu, \quad x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu \quad (1-40)$$

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1-41)$$

在广义相对论中所用的 Riemann 几何, 必须分别逆变及协变的张量及向量 (见本册乙部).

用实数 x^0 坐标 (33), 则必须分别逆变及协变的张量. 如用虚数 x_4 坐标 (11), 则无逆变与协变之别.

第 2 章 Michelson 及其他实验

牛顿的万有引力定律, 认为两物体间的作用力系超距作用 (action at a distance), 以无穷大的速率在瞬间传递的. 因此, 与万有引力具有相似的、平方反比律性质的静电作用力 (Coulomb 定律), 即很自然地似有“超距作用”的性质. 即在 Laplace 及 Poisson 方程式中所引用的静电场势, 仍属于这种“超距作用”的理论, 因当时介质的观念, 并不居重要的地位. 力场的真正观念, 系由 Faraday 引进的. 他将张力及排斥力等物理性质, 付诸所谓“力线”. 稍后, Maxwell 将电磁场的介质概念, 完整的发展出来. Maxwell 系将 Faraday 的想法, 借他自己的智慧, 用数学式表达全部的电磁现象定律. 在 Maxwell 的理论中, 电磁效应系以一有限速度在介质中传播, 这个介质就是无处不有的、假设的以太 (aether).

有了以太, 便自然地要问下一个问题: 以太究系绝对静止的, 或系为动的物质带着而动的? 为了解答这个问题, 物理学家想出了很多企图测量在一动的坐标系中的光速, 或观察相对某一动坐标系的光速的实验方法来.

2.1 Michelson-Morley 实验

早在 1881 年, A. A. Michelson 即利用他自己发明的光之干涉仪作实验, 1887 年 Michelson 和 E. W. Morley 利用干涉仪来测定地球绕日运动对光速的影响, 这个实验是 1879 年由 Maxwell 所建议的.

图 2.1 之 S 代表一波长 λ , 频率 ν 之单色光源, M 为一半涂银之平面反射镜, M_1, M_2 为平面反射镜, 而 T 则为观测用之望远镜. 上述的安置, 乃成一个干涉仪. 设 $S-M-M_2$ 为沿着地球轨道速度 v 之方向, 并使 c 为光对以太的速度则光从 M 至 M_2 再反射回到 M 所需之时间为

$$t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = 2L \frac{c}{c^2 - v^2}$$

此处 L 系 M 及 M_2 间的距离. 而另一束光从 M 至 M_1 再回到 M 所需时间为

$$t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

L 亦为 M 及 M_1 间之距离, 而 $\sqrt{c^2 - v^2}$ 则为光与干涉仪之相对速度. 因此当两束光最后到达望远镜 T 时, 其所行之时间差为

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \beta^2 \frac{L}{c}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

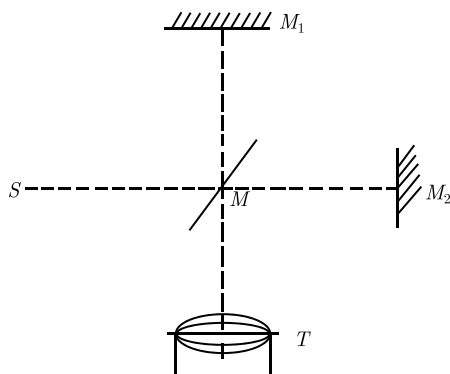


图 2.1

假如将整个干涉仪旋转 90° , 使 $S-M-M_1$ 与地球运动平行, 而 $S-M-M_2$ 与此运动垂直, 则干涉仪中较长之 t_1 与较短之 t_2 , 互易而适相反, 两次比较时间差为

$$2\Delta t = 2\beta^2 \frac{L}{c} \quad (2-1)$$

因此沿着干涉仪两臂的光束所产生的相位差为

$$\delta = 2\nu\Delta t = 2\beta^2 \frac{L}{c} \nu \quad (2-2)$$

如 $v = 3 \times 10^6 \text{ cm/s}$, $L = 110 \text{ cm}$, $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ 或 $\nu = \frac{1}{2} \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, 则

$$\delta = \frac{1}{3}$$

此应很容易观测出来. 然而, 实验结果并未发现有此预期的差移.

这些负性的观测结果, 可由下二假设之一解释之:

(a) 在地球附近的以太, 被地球拖着走, 故光相对干涉仪的速度永远为 c .

(b) 1892 年, FitzGerald (George Francis, 1851—1901) 建议 (与 Sir Oliver Lodge 的通信中) 所有物体皆沿着其运动方向, 以 $\sqrt{1 - \beta^2}$ 因子短缩. 五个月后, 这新颖的建议为 Lorentz 所采用, 获得了物理学家的认许.

在这两个假设间, (a) 的假设与另外一项观测, 即星光的偏差, 并不相符 (详见下述). FitzGerald 的建议稍后再讨论之.

2.2 Trouton-Noble 实验

FitzGerald 的学生 F. T. Trouton, 于 1902 年及 Trouton 与 H. R. Noble 于 1903 年, 完成了下述实验 (图 2.2), 一垂直置放之二平行板 A 及 B , 两板上分别携有 e

及 $-e$ 之电荷. 如 v 为地球在其绕日轨道方向的速度, 则 A 上电流 ev 在 B 所产生的磁场 $\mathbf{H}_B$, 按 Biot-Savart 定律为 (Gauss 制)

$$\mathbf{H}_B = \frac{e[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{cr^3} = \frac{ev}{cr^2} \sin \theta (\text{向下}) \quad (2-3)$$

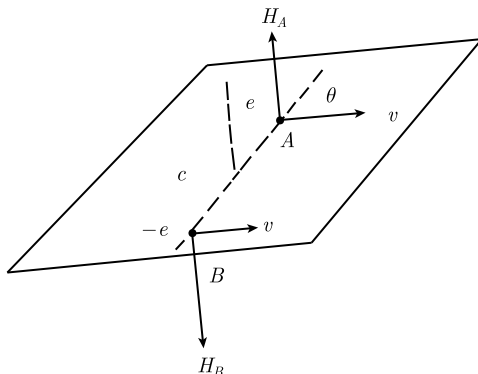


图 2.2

由于此磁场, 使 B 感受到的 Lorentz 力为

$$\mathbf{F}_B = -\frac{e}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}_B] = \frac{e^2}{r^2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin \theta (\text{水平方向}) \quad (2-4)$$

此力与 $\mathbf{v}$ 及 $\mathbf{H}_B$ 均垂直, 同理, A 板亦会感受到由于 B 运动所产生的磁场 $\mathbf{H}_A$ 及 Lorentz 力 $\mathbf{F}_A$, 这两力所形成之力偶矩为

$$2 \frac{e^2}{r^2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin \theta \frac{r \cos \theta}{2} = \frac{e^2}{2r} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin 2\theta \quad (2-5)$$

按此, 则蓄电器的板应有被转至和 $\mathbf{v}$ 垂直方向的趋向. 但实验结果并未得此力矩. 由此负性结果, 似可获结论为: 与以太相对的运动, 系无法观测得到的.

2.3 Fizeau 实验

1851 年 Fizeau 设计了一个实验来观测流水对光速的影响. 如图 2.3 所示, 从光源 S 所发出之光, 被一半涂银之平面镜分成二束而射入两个有相反方向流动之流水管中, 此二光束最后再合成一束, 而射进一望远镜中成像. 如以太并不随水流动 (即绝对静止), 则在每一水管中 (设水的折射率为 n) 的光速均为 $\frac{c}{n}$, 故二光束以相同时间射至望远镜. 但如以太系随流水而流动, 则此二光束至 T 的时间差为

$$t = \frac{L}{\frac{c}{n} - v} - \frac{L}{\frac{c}{n} + v}$$

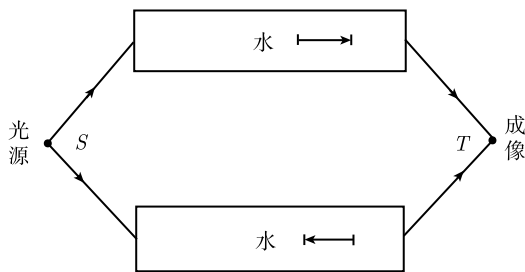


图 2.3

因此当水流动时, 使二光束产生的相位差的改变, 即可由望远镜中干涉条纹的改变观测出来.

早在 1817 年, J. A. Fresnel 即发表了一个理论, 认为以太系静止的, 然光波会被折射介质“部分拖带”, 故光速在流水中应为 $\frac{c'}{n} \pm \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v$. Fizeau 实验的结果, 完全证实了 Fresnel 的这种预测.

2.4 恒星光的偏差

1727 年, James Bradley 对恒星所发出的光, 射至地球的可见方向做了下述的观测. 以一长 L 的望远镜对准一恒星. 设地球绕日的速度为 v , 如以太不被地球拖带而系静止不动的, 则如图 2.4 所示, 从恒星发出之光, 其真实方向将与我们所见到的方向间, 有一偏差, 图中的 θ' 及 θ 角可约略以下式表示:

$$\cos \theta = \frac{L' \cos \theta' + \frac{v}{c} L'}{L' + \frac{v}{c} L' \cos \theta} \approx \frac{\cos \theta' + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta'} \quad (2-6)$$

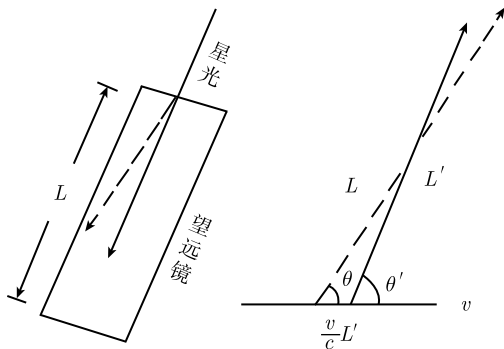


图 2.4

[对在垂直上方的星, $\theta' = \frac{\pi}{2}$, 且如 $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$, (7) 式即得 $\tan \alpha = \frac{v}{c}$]. 六个月后, 地球绕日的运行方向适相反, 望远镜的角度 θ 应改为 θ_1 , 即

$$\cos \theta_1 \approx \frac{\cos \theta' - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta'} \quad (2-7)$$

观测结果与上面理论相符, 这表示以太是静止的, 不随地球运行的. 但这结果显与 Michelson-Morley 与 Trouton-Noble 等实验矛盾, 因后二实验结果, 显示了电磁的方法, 是不能测到“相对以太的运动”的.

但以太静止说, 似乎仍有另外的支持者. Fresnel, 在他的“拖带系数” $\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ 的理论中 (在上述 Fizeau 实验中提过), 曾预测假若以水灌满观测星光偏差的望远镜, 偏差角度将仍不变. 1871 年, Sir G. Airy 用水灌满望远镜, 虽然光在望远镜里的速度减少为 $\frac{c}{n}$, 但 (7) 及 (7a) 式中的 θ, θ_1 在此情形下, 仍然相同, 证明了 Fresnel 的预测.

总而言之, Michelson-Morley 以及 Trouton-Noble 的实验似乎证明不可能观测到“相对以太的运动”. 然 Fizeau 及星光偏差等实验则似与以太静止说相符 (以 Fresnel 理论作基础), 这种以太既似静止又像被拖带的情形, 实令人完全无法满意.

第3章 狭义相对论

3.1 时间 空间：度量的观念

第1章内, 我们曾谈及在 Galileo 变换下, 牛顿运动方程式的不变性, 这不变性可用一个“相对论原理”的形式表示之. 这种“相对论原理”在 1903—1904 年, 由 H. Poincaré 推广到包括电磁现象. Poincaré 的推广, 作如下形式的陈述: 以任何动力学或电磁学上的观测去查察绝对的均匀运动, 是不可能的. Poincaré 同时也认为任何效应, 均不能以大于光速的速度来传播. 我们也知道, 1903 年 Lorentz 已发现了电磁方程式有不变性的时空变换. 那么, 我们可以问一个问题: 爱因斯坦对相对论究竟作了什么贡献, 以致现在谈起相对论, 就非提到爱因斯坦不可?

1905 年, 爱因斯坦从一个基本观点出发, 认为时间与空间的度量, 在观念上应该加以重新检讨与定义. 测量一长 L 的静止物件, 观测者可以在任何他所喜欢的时间, 把物件的两端在米尺上划下记号就可以了. 如要测量发生在同一位置 r (对观测者系静止的) 的两事件的时间间隔, 只需从一位于 r 上的时钟读出这段时间间隔 Δt 即可了, 上述这长度 L 及时间间隔 Δt 的意义, 都无疑义之处.

但欲量在不同的地点 A 及 B (二点对观测者均静止的) 所发生的两事件的时间间隔, 则须先将两地的钟校对了. 校钟可有很多方法. 最简单的是在 t_A 时 (A 点的钟), 从 A 点向 B 点放出一光的讯号, 到 B 时, B 点的时间是 t_B (B 点的钟) 再经一镜反射回到 A 点, 在 t'_A (A 点上之钟) 时到达 A 点, 如将 B 钟校对, 使 t_B 满足

$$t_B = \frac{1}{2}(t_A + t'_A) \quad (3-1)$$

则 A, B 二钟, 即谓为已校对好了 (校成同步 (synchronized) 了). 上述步骤系假设光从 A 至 B 及 B 至 A 的速度相同. A, B 两地两事件的时间距, 即为两地时钟的时差, $t_A - t_B$. A, B 两地两事项“同时”发生的定义, 是

$$t_A = t_B \quad (3-2)$$

其次, 我们需要定义一个与观测者有相对运动的物体的长度. 譬如说, 一列火车, 对观察者以均速度 v 前进, 我们可以沿铁轨刻上尺度, 当火车走过时, 我们看火车两端在尺度上的位置. 但问题便发生了, 我们什么时候来看两端呢? 显然的我们应“同时”去看两端, 否则如先看一端, 等些时再去看另一端, 则可能火车已远离那

地方了. 但什么是“同时”呢? 最合理的是按上述我们对“同时”所下的定义, 即按火车两端所在的 A, B 点的钟, 在同一时间

$$t_A = t_B$$

去看火车两端所在地所刻的尺度. 从上面的定义知, 测量一运动物体的长度, 在本质上与时间的测量紧紧联系在一起. 绝对时间是无意义的, 且时间与空间的测量, 不再是相互独立无关的.

现在再检讨“同时”观念的意义, 仍以上述的火车为例. 当火车两端在 A, B 两点时, 二束光各别由月台上的 A, B 点, 在相同时间 $t_A = t_B$ 发出. 对于月台上的观察者, 这两光讯显然同时到达 A, B 两点的中间 C . 但对一位坐在火车中点的观察者, 则车头的讯号, 较车尾的讯号先到达火车的中点. 在他看来, 两个讯号的发出, 并不同时, 所以所谓“同时”的观念, 是没有绝对性的意义的.

上述对于空间及时间距的分析, 现在看起来虽很明显, 但得到这些分析的观点却很深奥. P. W. Bridgman 称此为“运作的观点”, 因按此, 一个物理观念, 系用测量此一物理观念的步骤来定义的. 这个对时间与空间观念的精确意义的着重, 不仅可以完全澄清以前 Lorentz 变换的物理内涵, 且提供了从 Lorentz 变换到 Poincaré 相对论原理间最重要的一环, 这是爱因斯坦在物理学中开纪之的重要贡献. 即以在电子理论上有这样大贡献的 Lorentz, 也承认爱因斯坦的贡献的重要*.

3.2 爱因斯坦的相对论

爱因斯坦的狭义相对论 (special theory of relativity), 作了下列的两个假定:

3.2.1 相对性原理

任何物理定律, 在所有的惯性系中, 皆有同一的形式.

所谓惯性系, 即是 Newton 惯性定律能应用的坐标系, “所有的惯性系”者, 即彼此间以等速作相对运动之坐标系. 所谓物理定律有同一形式者, 即是该形式, 对从一惯性系至另一惯性系的变换, 具有如第 1 章所说的不变性.

3.2.2 光速守恒性原则

光速在所有之惯性系中皆相同.

以这两个假定作基础, 爱因斯坦道出了 Lorentz 变换如下述:

* 并不是所有物理学家对爱因斯坦在时、空观念的分析上的贡献, 皆了解欣赏. 譬如, 大应用数学家 E. T. Whittaker, 在他受人敬重的 “History of the Theories of Electricity and Aether”, (两册) 一书中, 在讨论到 Lorentz 及 Poincaré 的相对论一章中 (约 50 页), 仅在很不重要的地方, 提及爱因斯坦的名字三次.